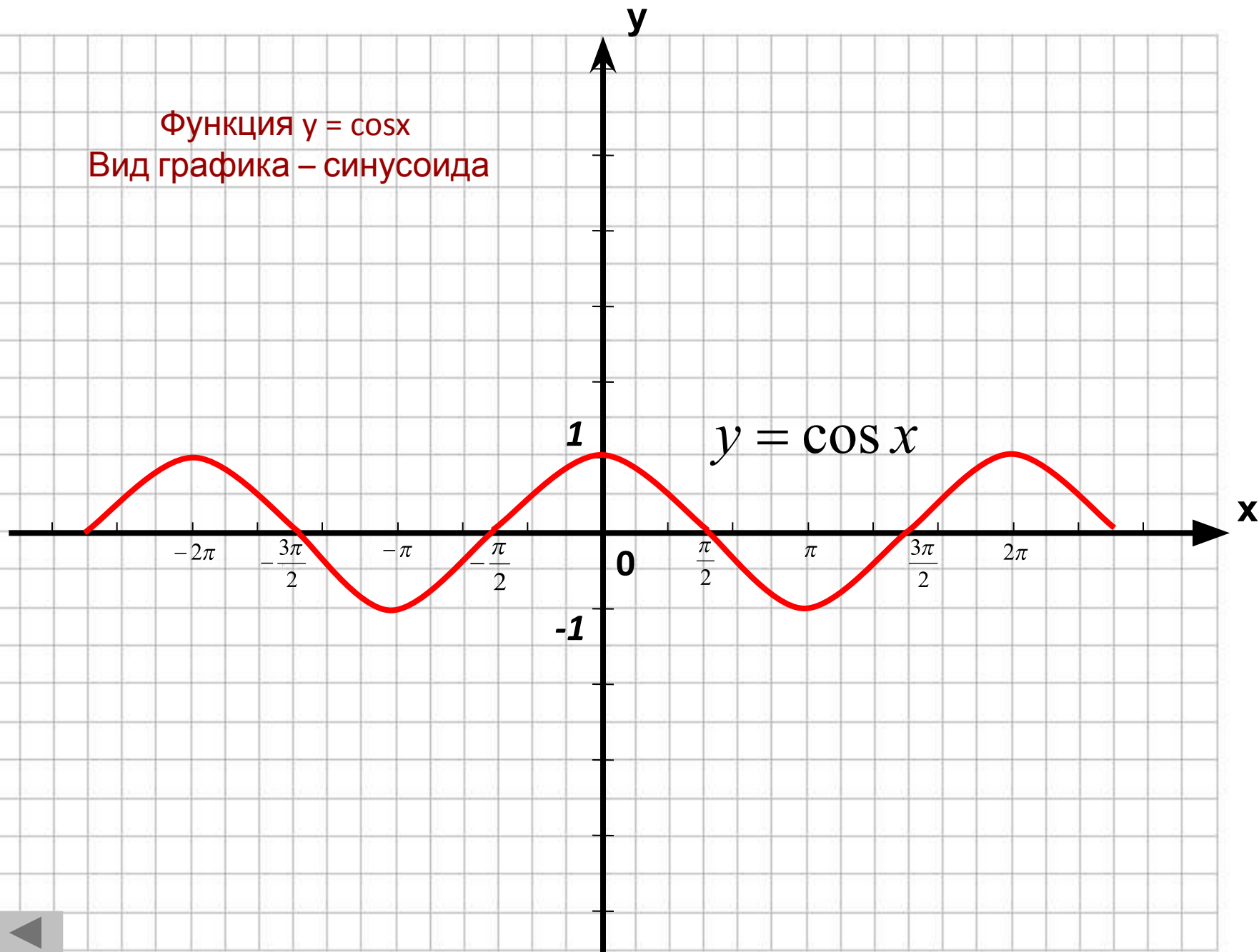


*Преобразование графиков
тригонометрических функций*

Функция $y = \cos x$
Вид графика – синусоида



Функция $y = \sin x$
Вид графика – синусоида

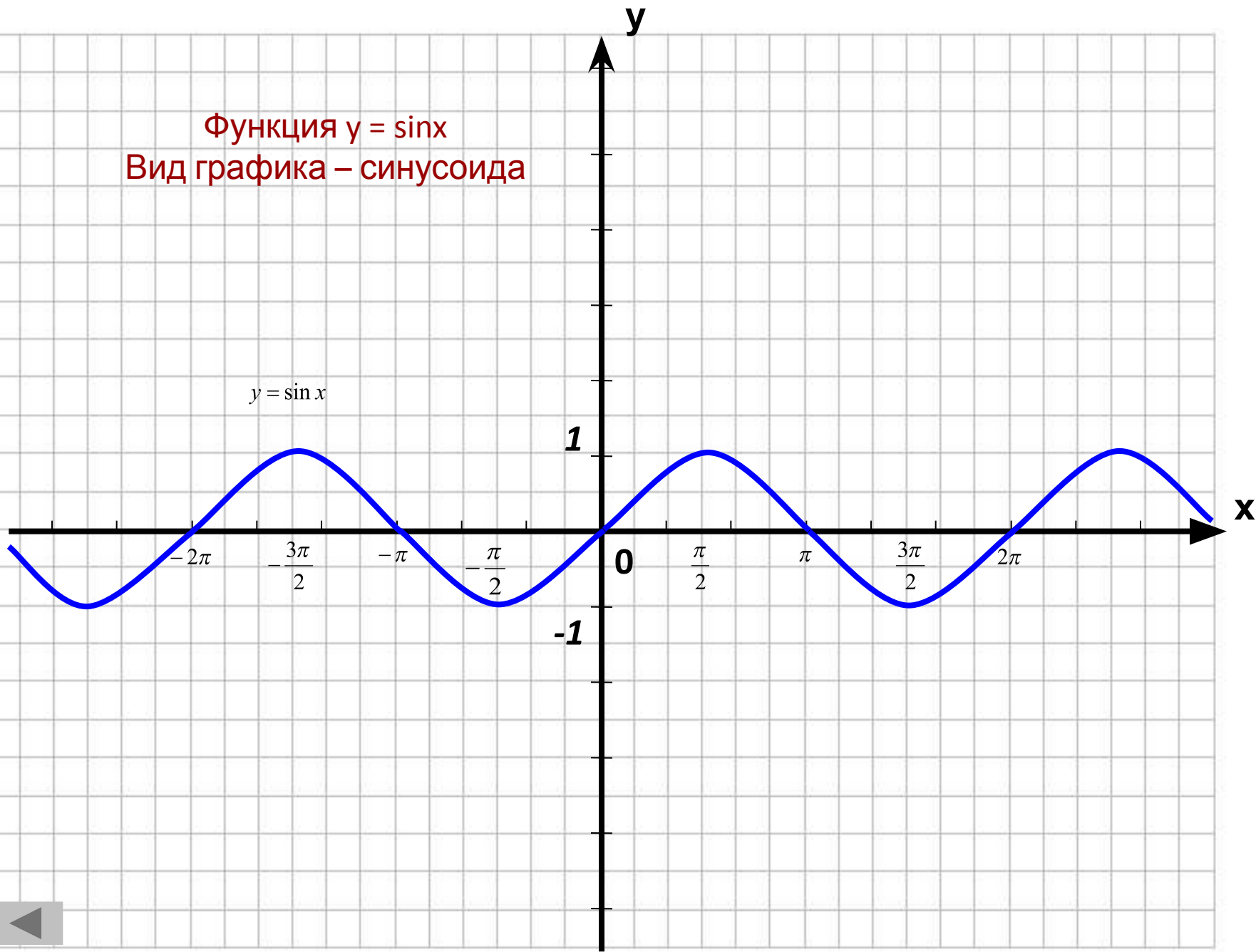


График функции $y = \cos x + m$
Получается путем параллельного
переноса графика функции $y = \cos x$
вдоль оси Oy вверх, $m > 0$

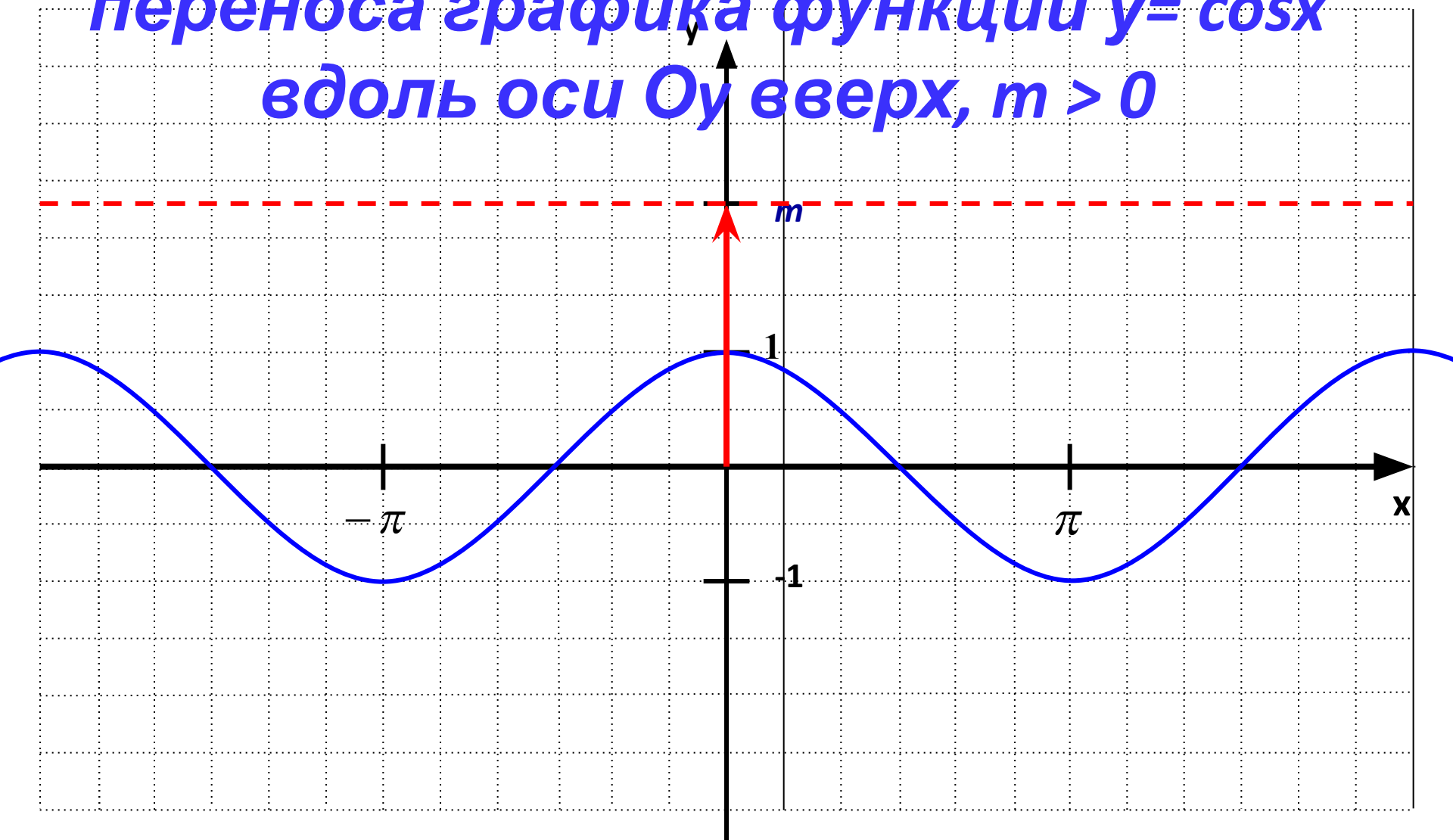
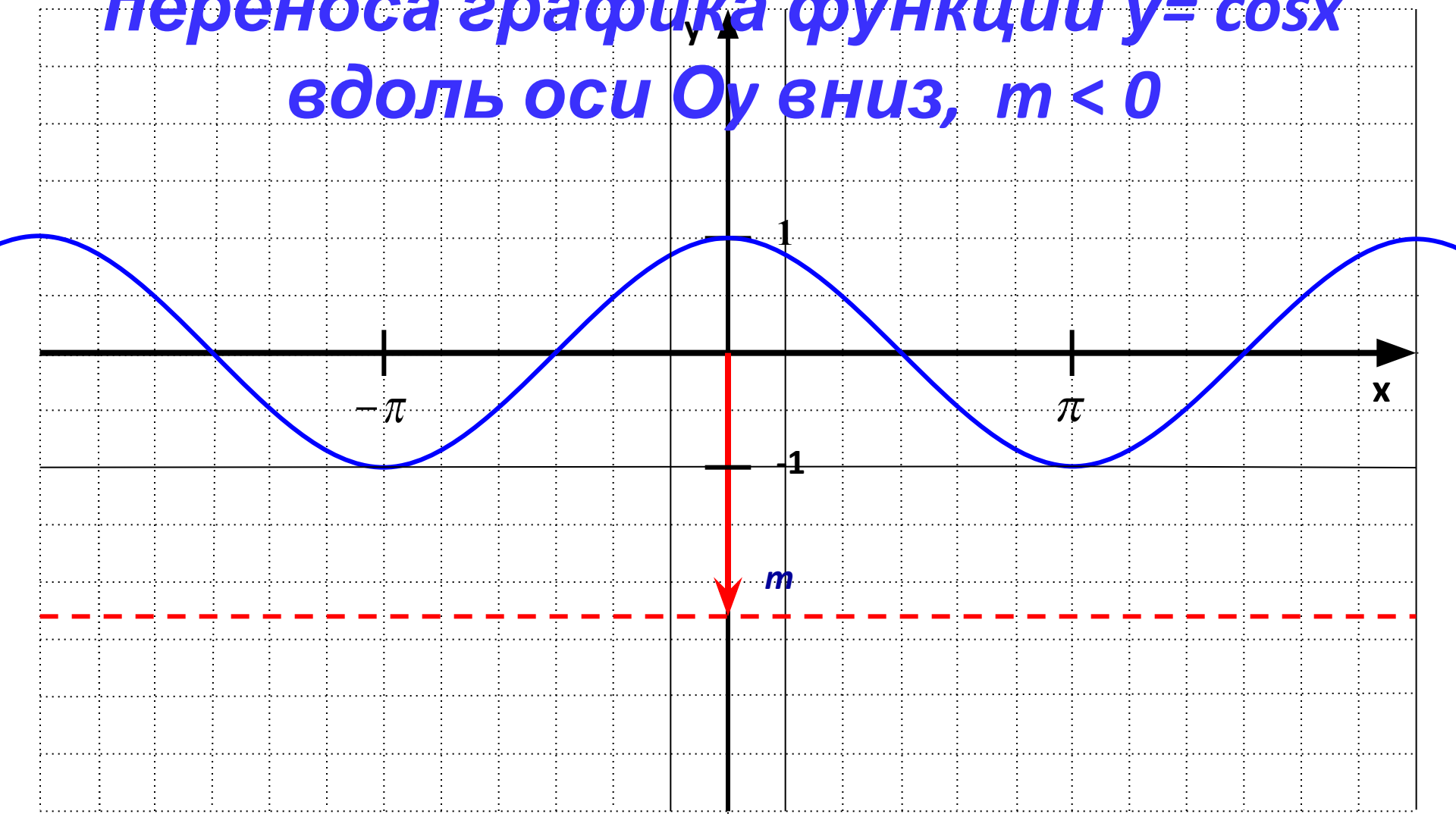
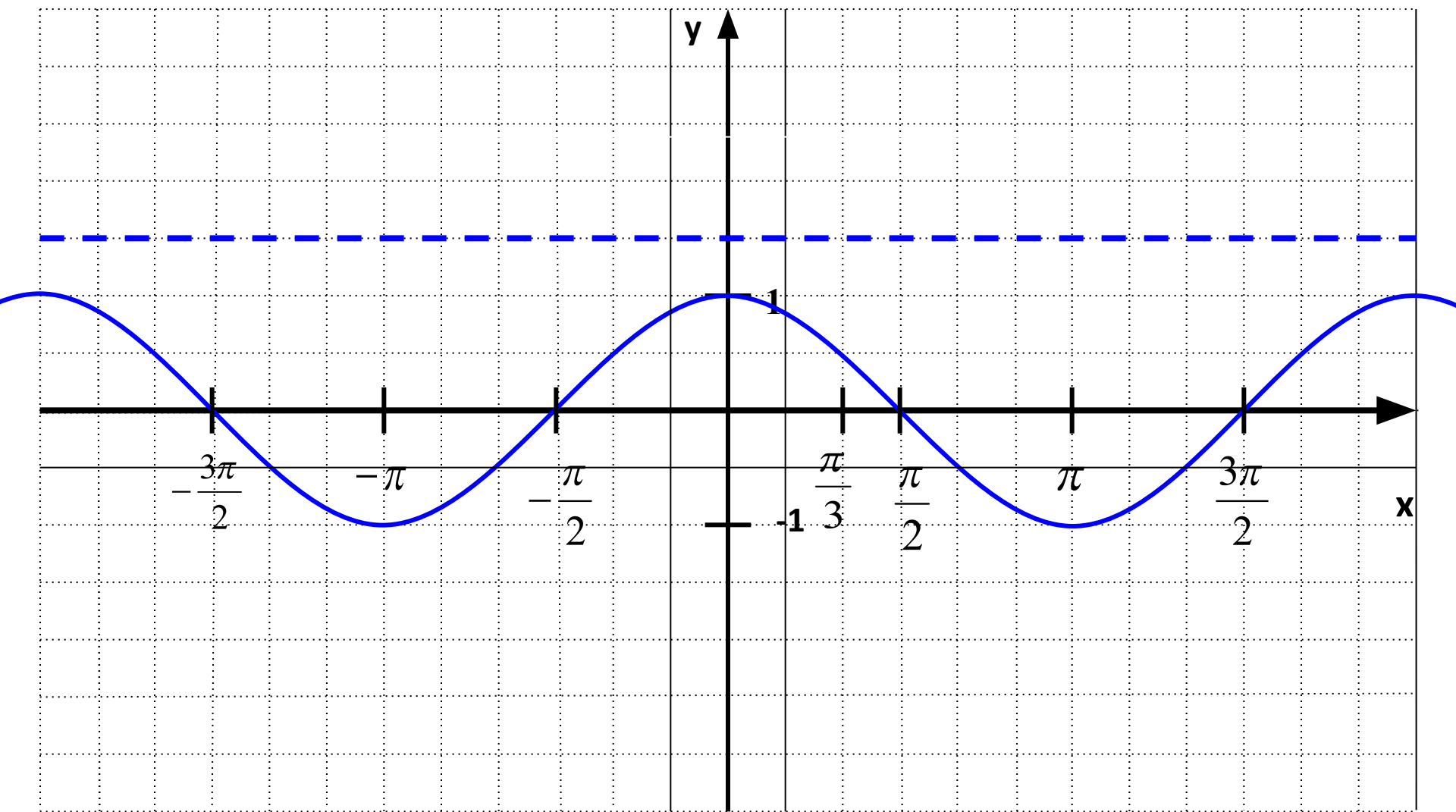


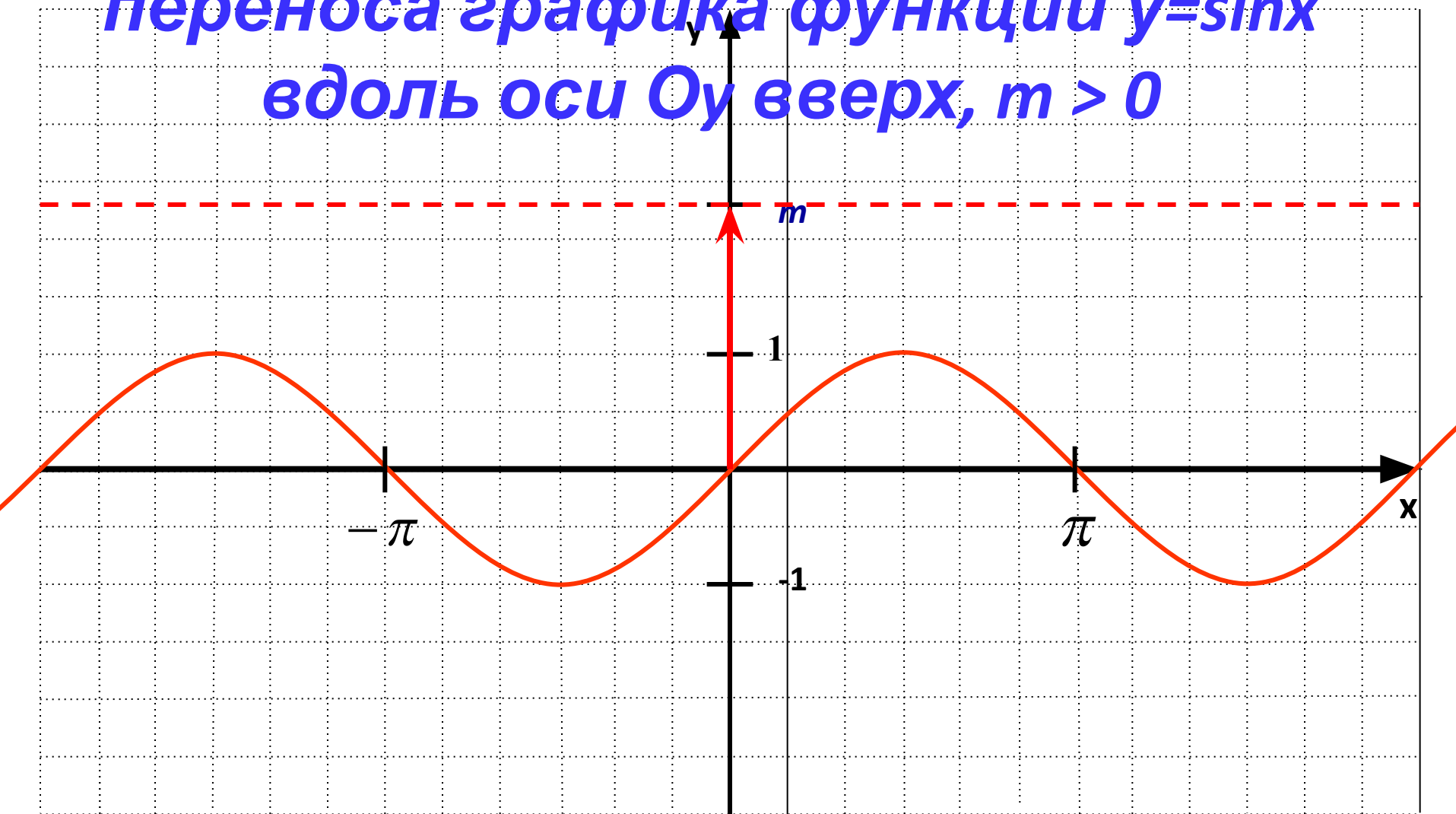
График функции $y = \cos x + m$
Получается путем параллельного
переноса графика функции $y = \cos x$
вдоль оси Oy вниз, $m < 0$



**График функции $y = a \cos x$, получается
путем растяжения графика функции $y = \cos x$
вдоль оси Oy в a раз, $a > 1$**



**График функции $y = \sin x + m$
Получается путем параллельного
переноса графика функции $y = \sin x$
вдоль оси Oy вверх, $m > 0$**



**График функции $y = a \cos x$, получается
путем сжатия графика функции $y = \cos x$
вдоль оси Oy в a раз, $0 < a < 1$**

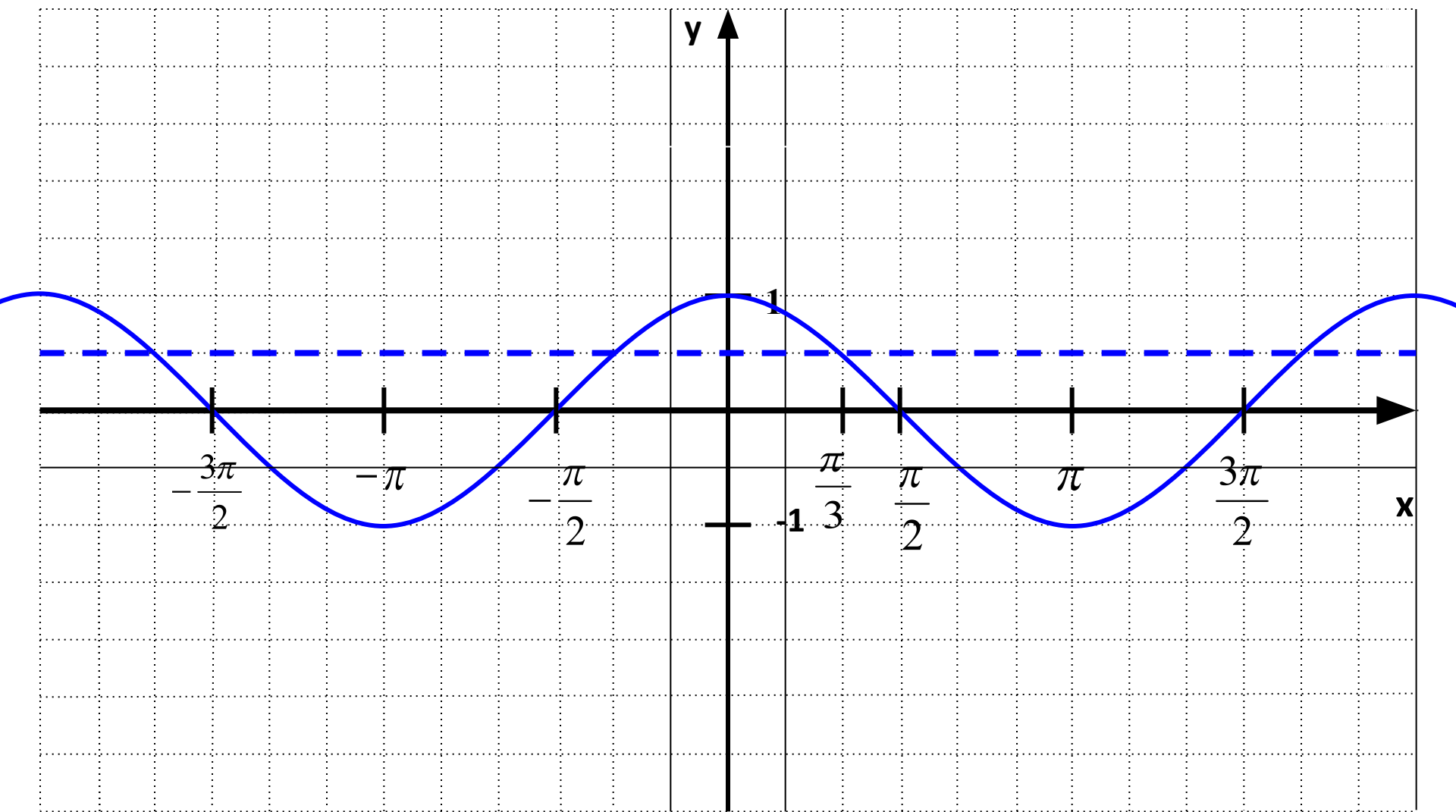
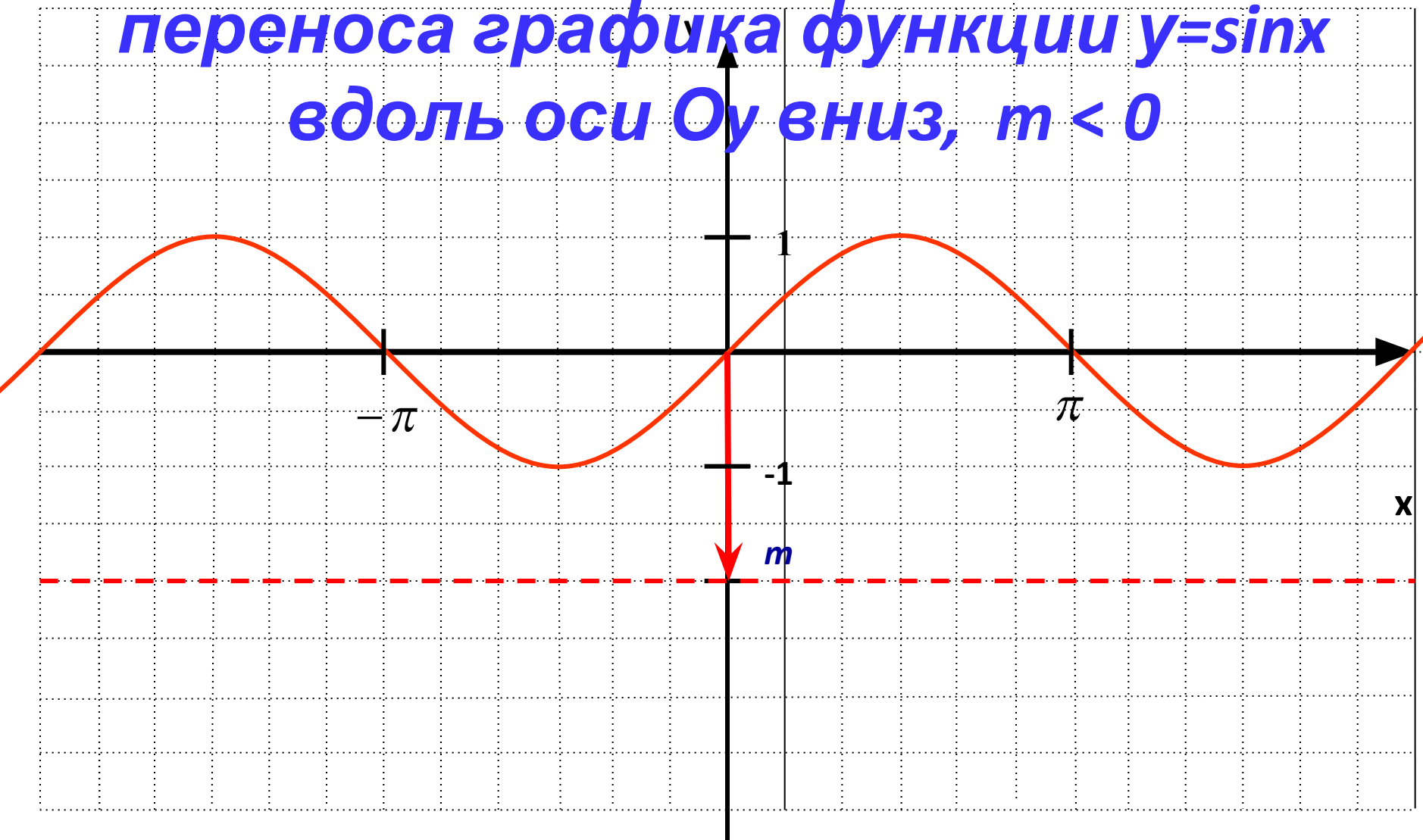


График функции $y = \sin x + m$
Получается путем параллельного
переноса графика функции $y = \sin x$
вдоль оси Oy вниз, $m < 0$



**График функции $y = a \sin x$, получается
путем сжатия графика функции $y = \sin x$
вдоль оси Oy в a раз, $0 < a < 1$**

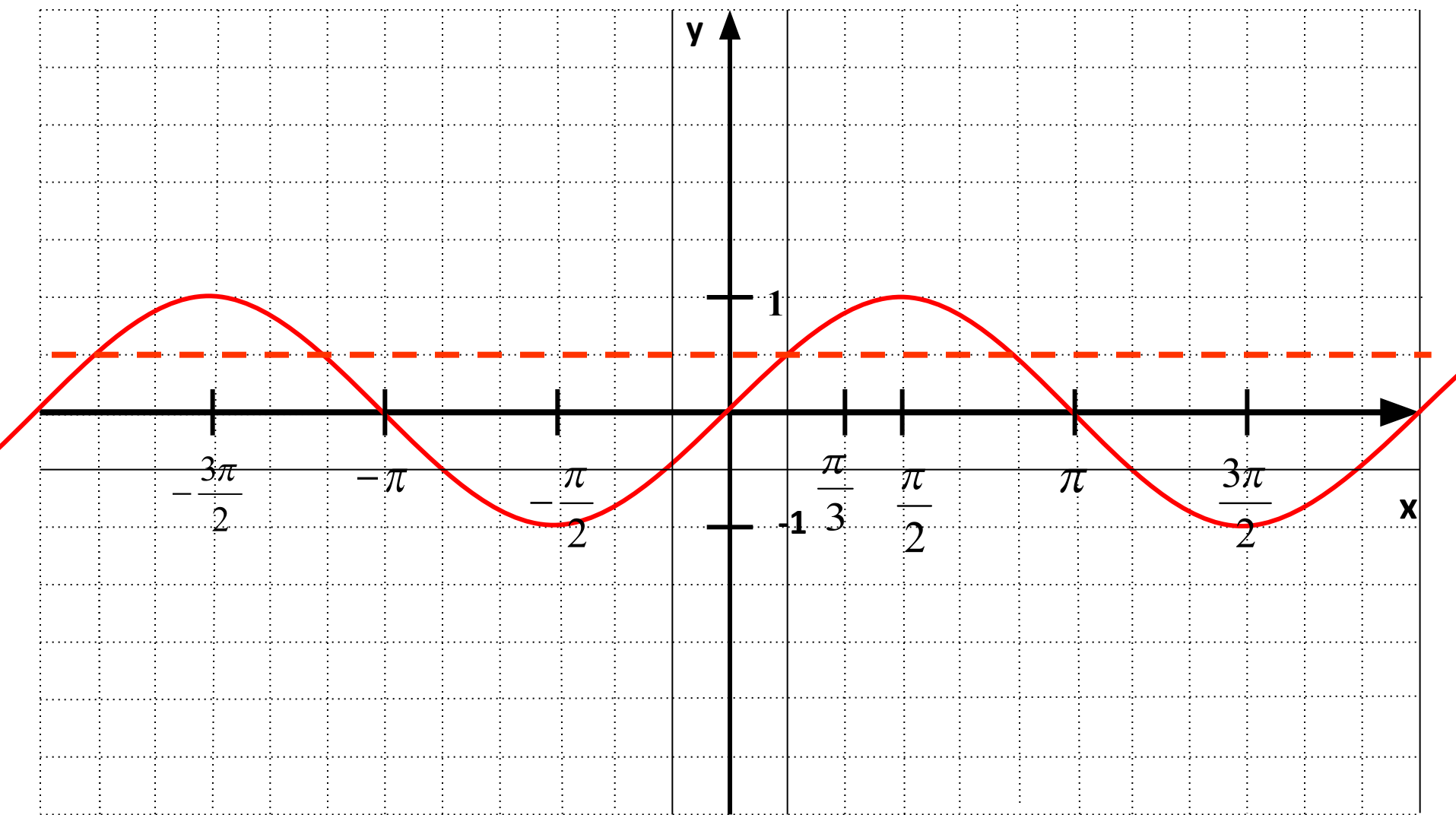
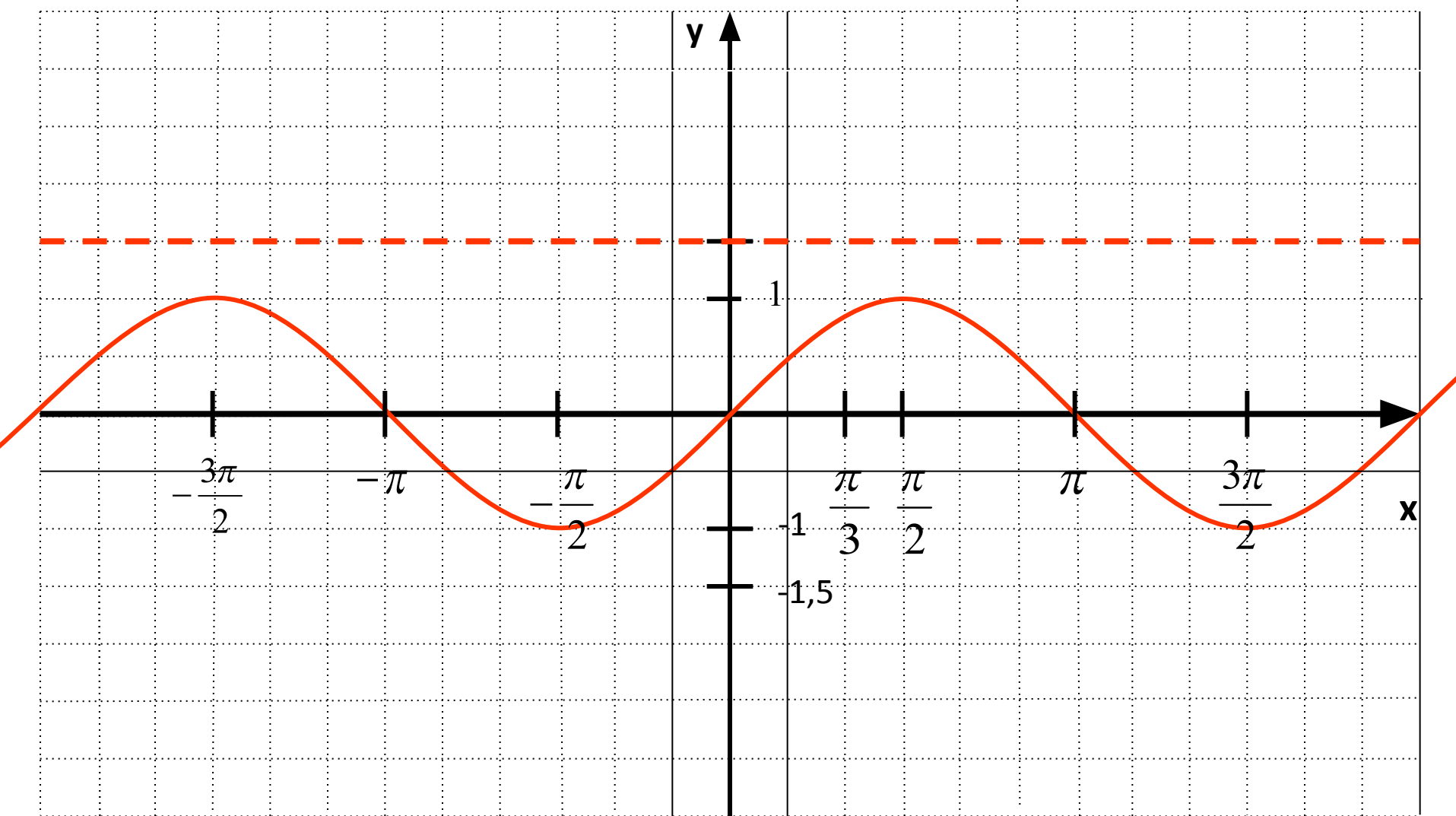


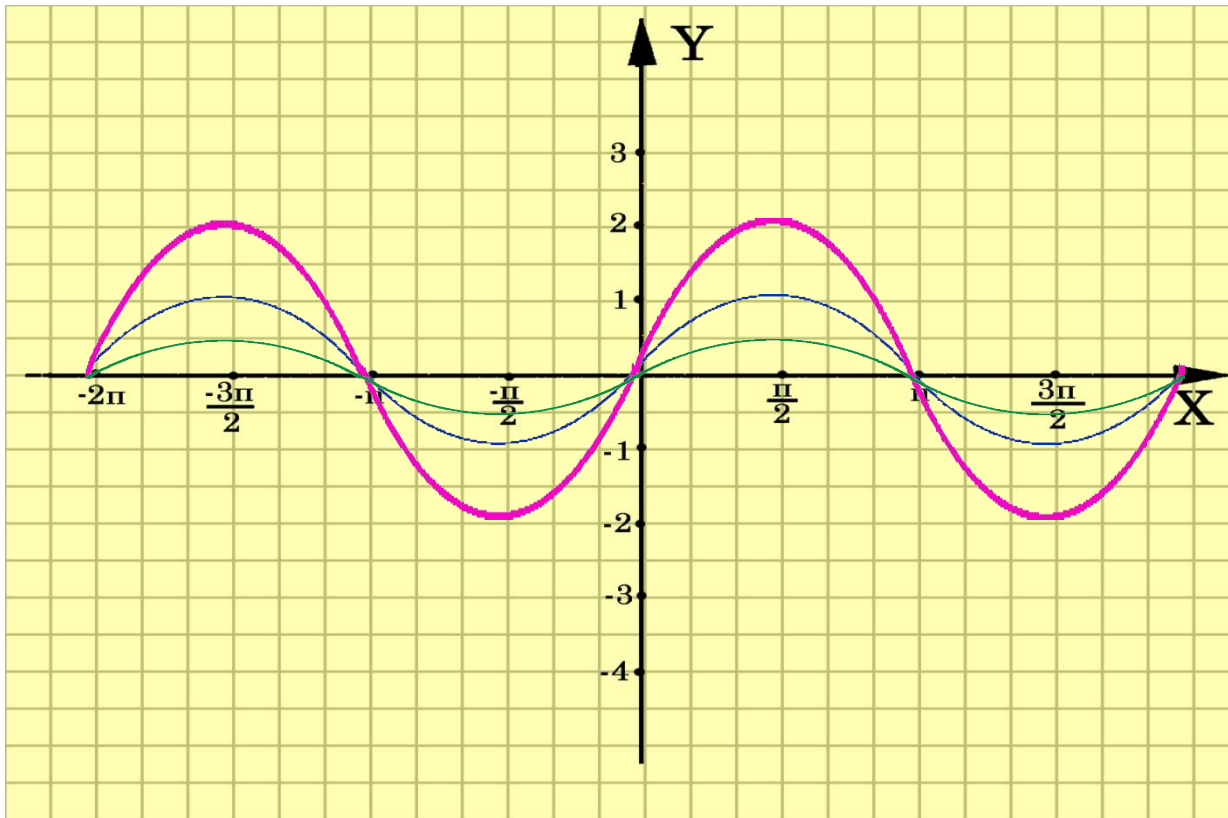
График функции $y = a \sin x$, получается путем растяжения графика функции $y = \sin x$ вдоль оси Oy в a раз, $a > 1$



$$y = \sin x$$

$$y = 2\sin x$$

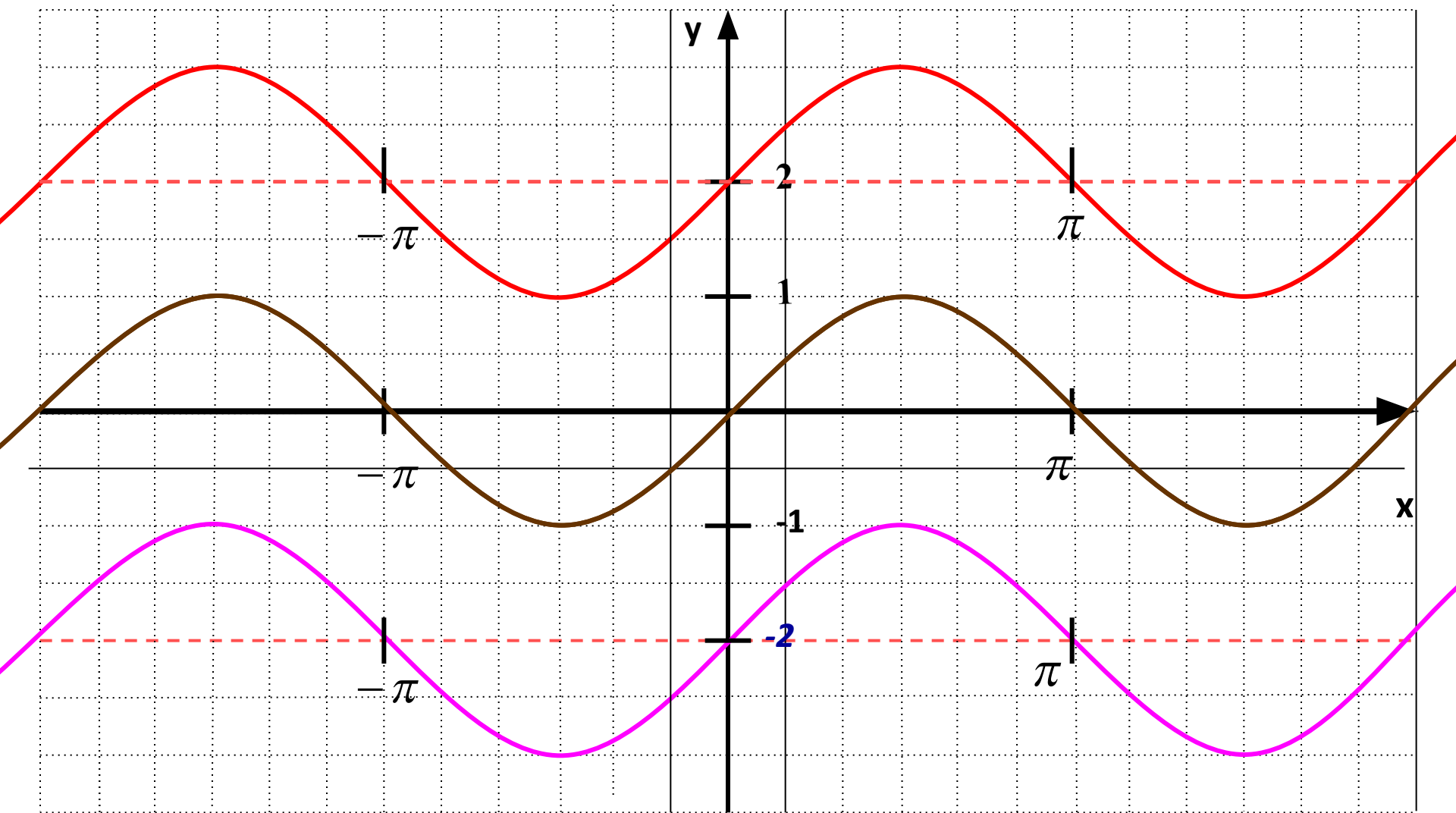
$$y = \frac{1}{2}\sin x$$



$$y_1 = \sin x$$

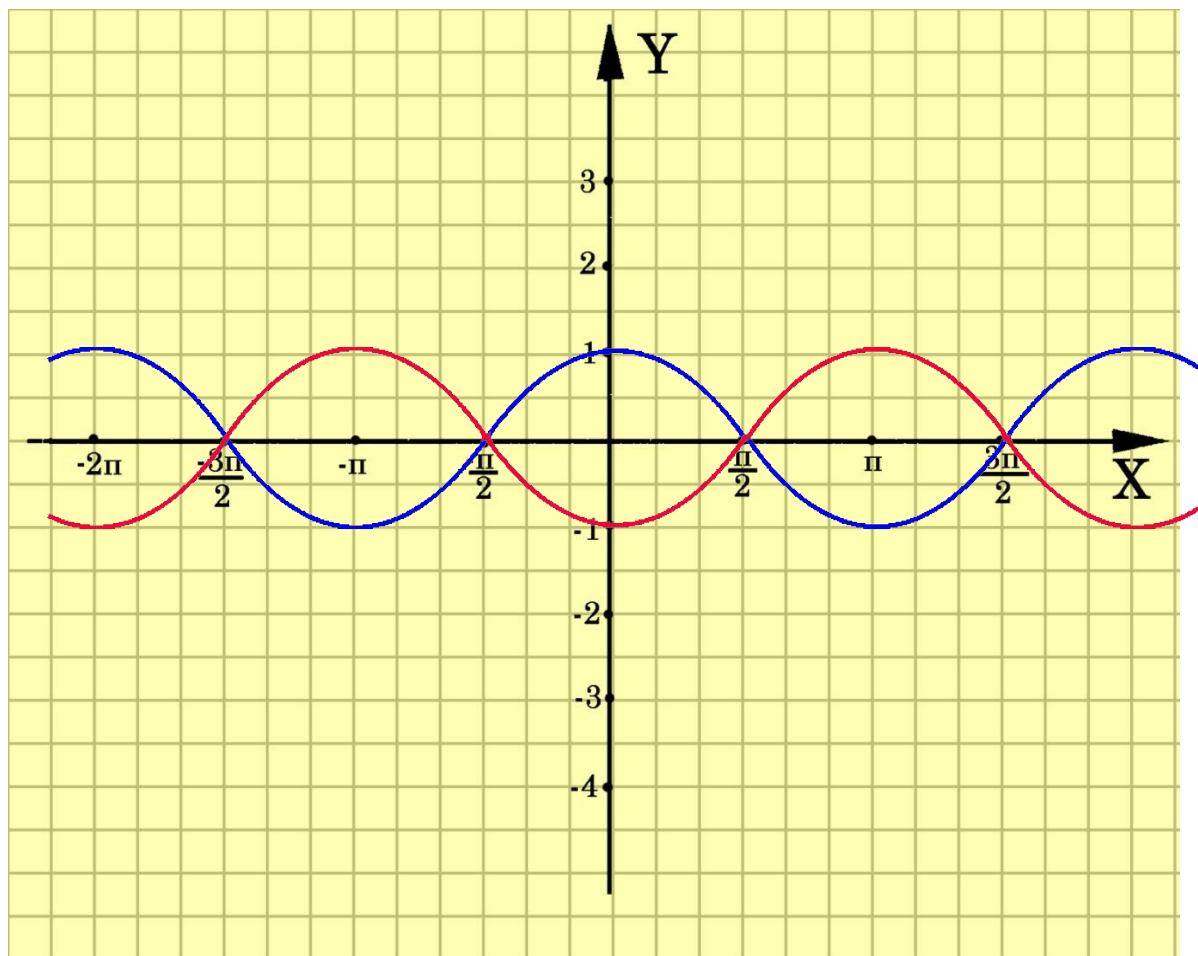
$$y_2 = \sin x + 2$$

$$y_3 = \sin x - 2.$$



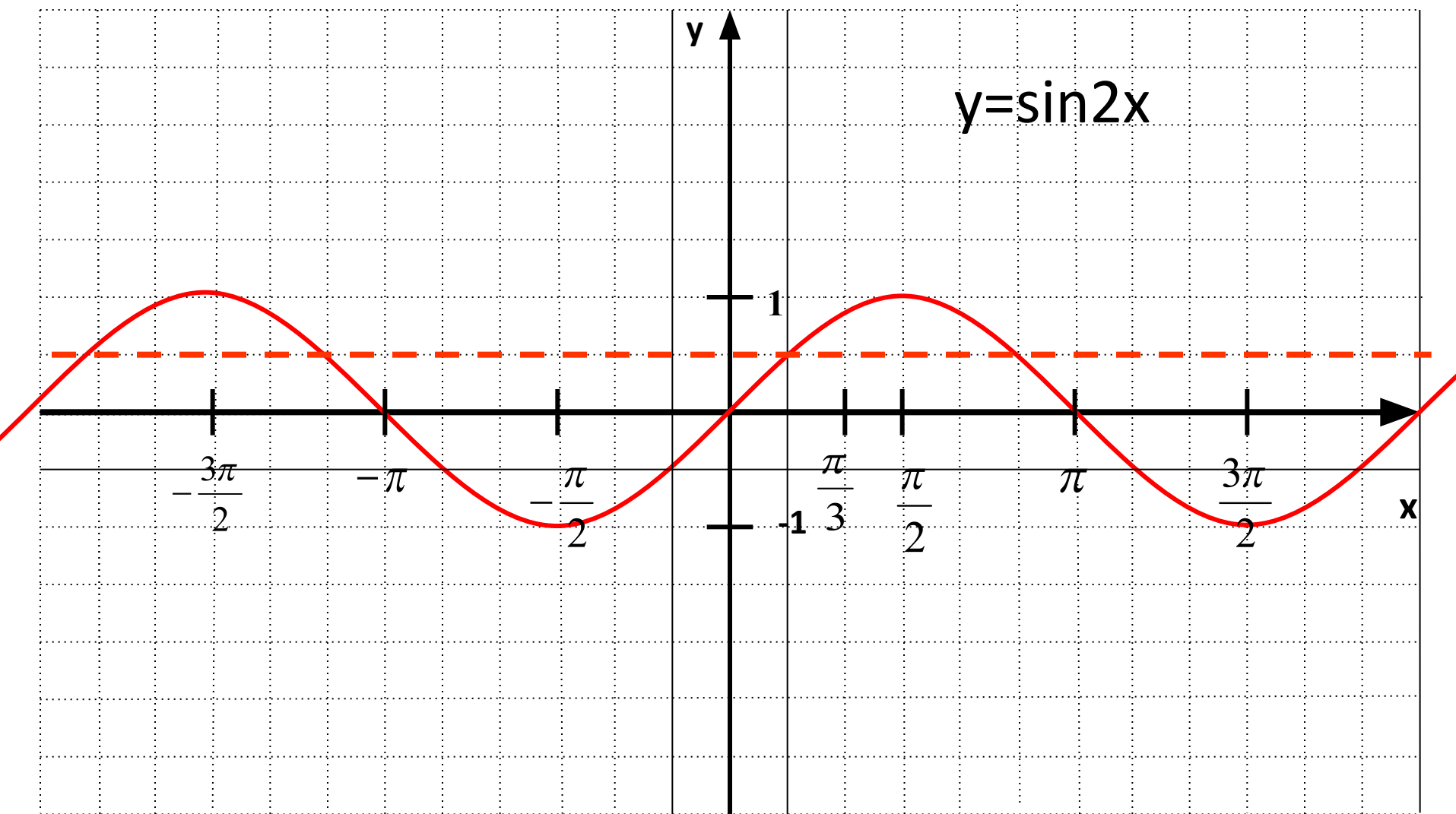
$$y = \cos x$$

$$y = -\cos x$$

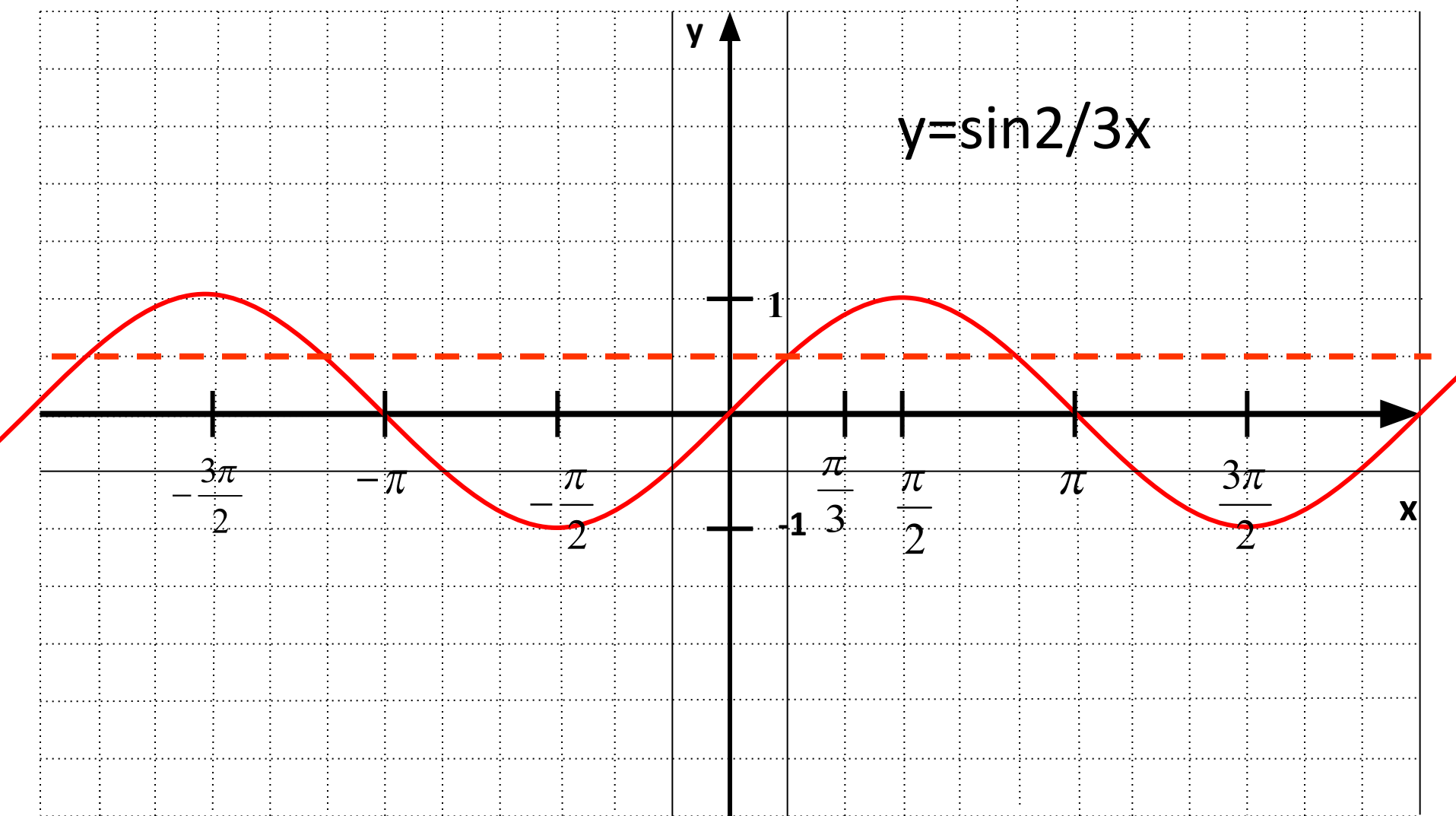


**График функции $y = f(kx)$
получается путем сжатия
графика функции $y = f(x)$ вдоль
оси Ox
с коэффициентом $k > 1$. Если
 $0 < k < 1$, то говорят о растяжении
от оси y
с коэффициентом $1/k$.**

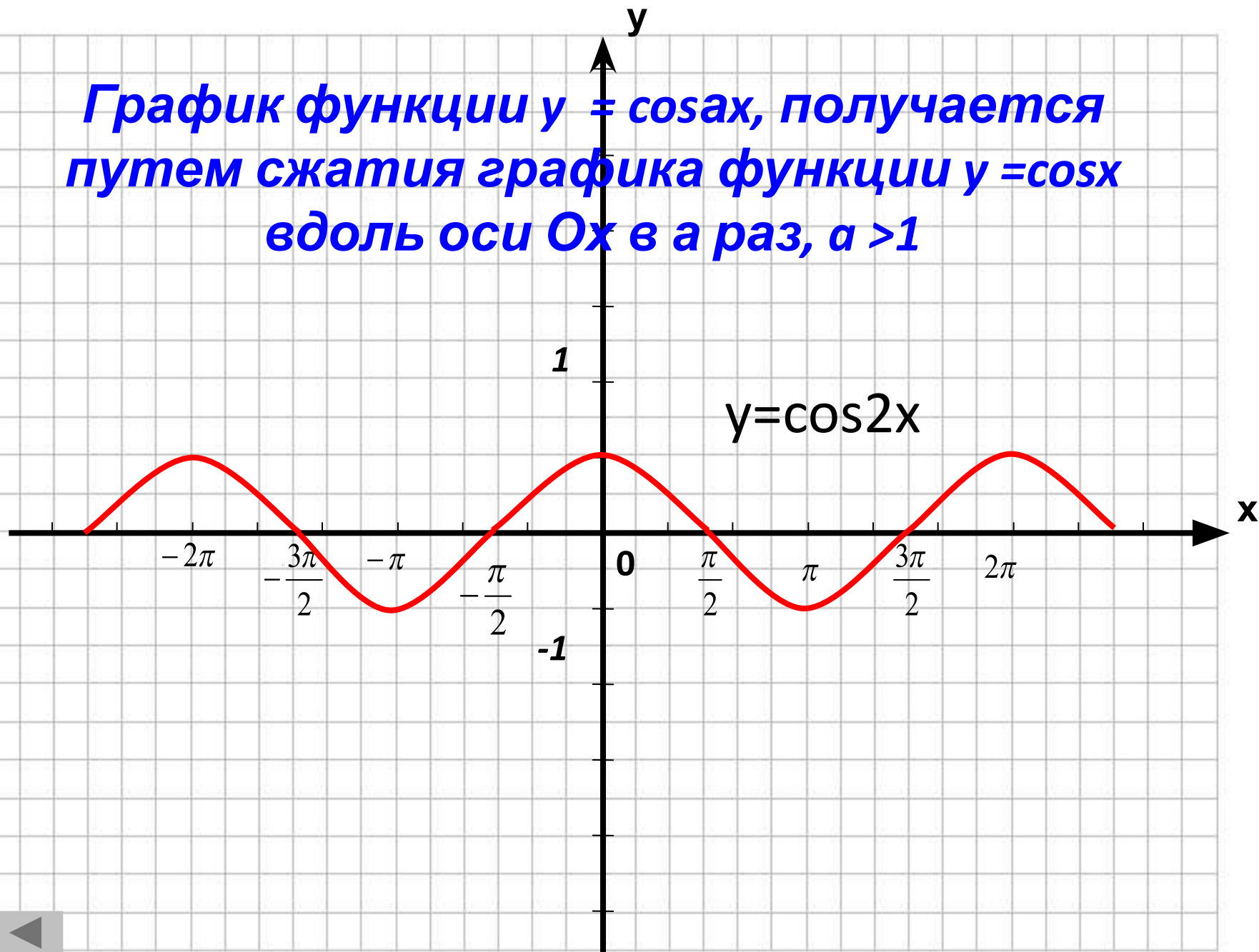
**График функции $y = \sin ax$, получается
путем сжатия графика функции $y = \sin x$
вдоль оси Ox в a раз, при $a > 1$**



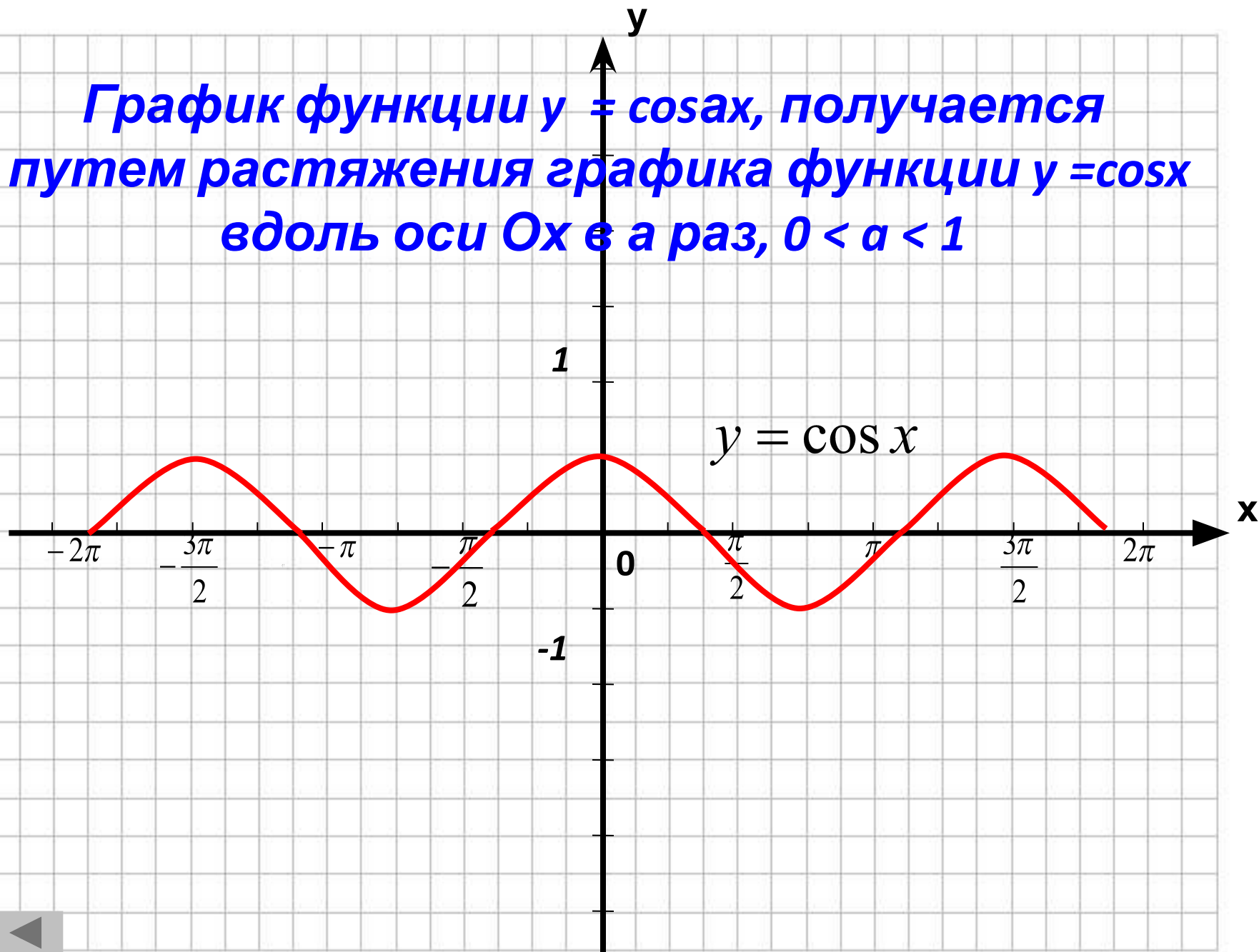
**График функции $y = \sin ax$, получается
путем растяжения графика функции $y = \sin x$
вдоль оси Ox в a раз, при $0 < a < 1$**



**График функции $y = \cos ax$, получается
путем сжатия графика функции $y = \cos x$
вдоль оси Ox в a раз, $a > 1$**



**График функции $y = \cos ax$, получается
путем растяжения графика функции $y = \cos x$
вдоль оси Ox в a раз, $0 < a < 1$**



Графики функций $y=f(x+a)$ получается путём параллельного переноса графика функции $y=f(x)$ на a единиц влево вдоль оси Ox при $a>0$, и на a единиц вправо при $a<0$ вдоль оси Ox

График функции $y = \sin(x + t)$, получается путем параллельного переноса графика функции $y = \sin x$ вдоль оси Ox на t единиц влево, $t > 0$

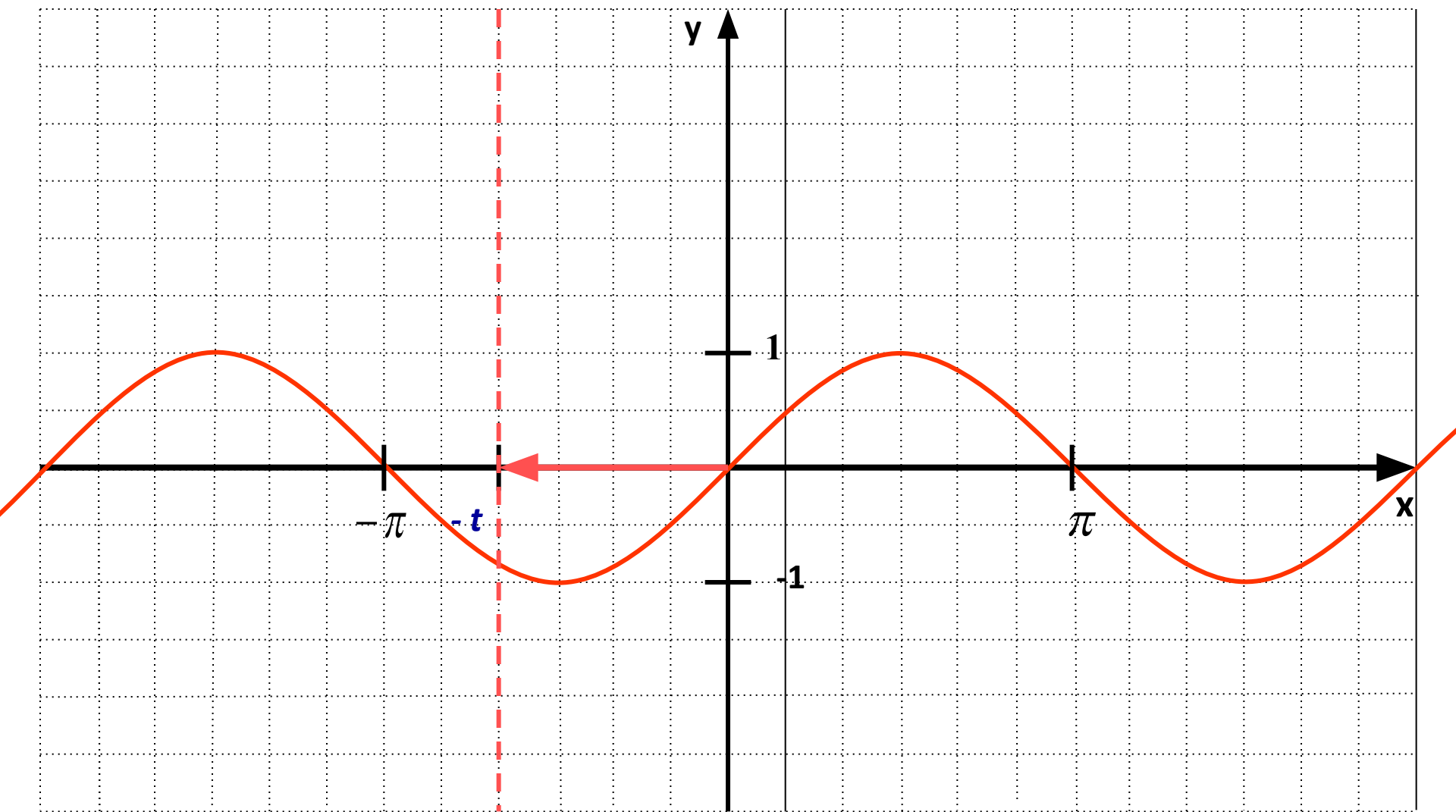


График функции $y = \sin(x + t)$, получается путем параллельного переноса графика функции $y = \sin x$ вдоль оси Ox на t единиц вправо, $t < 0$

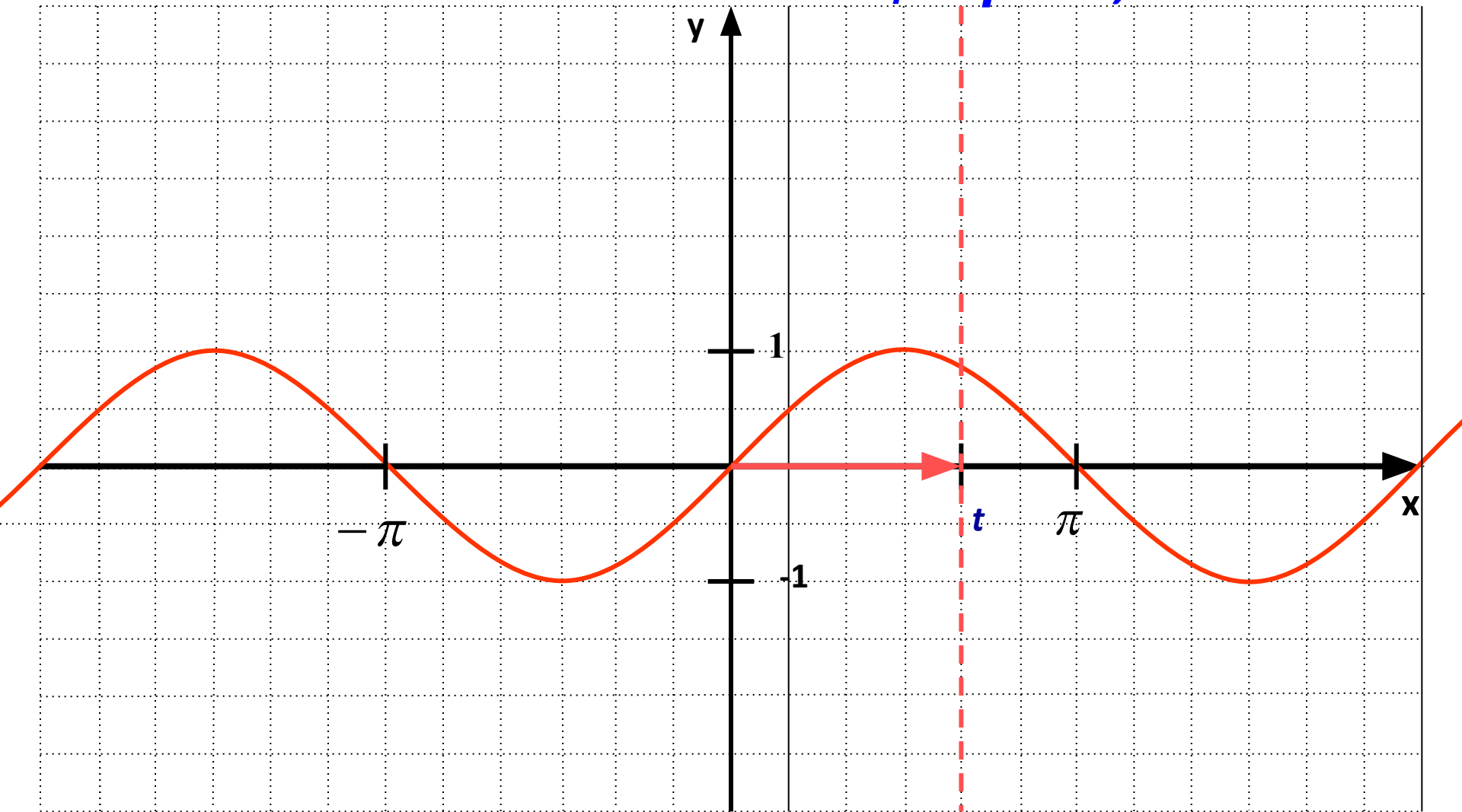
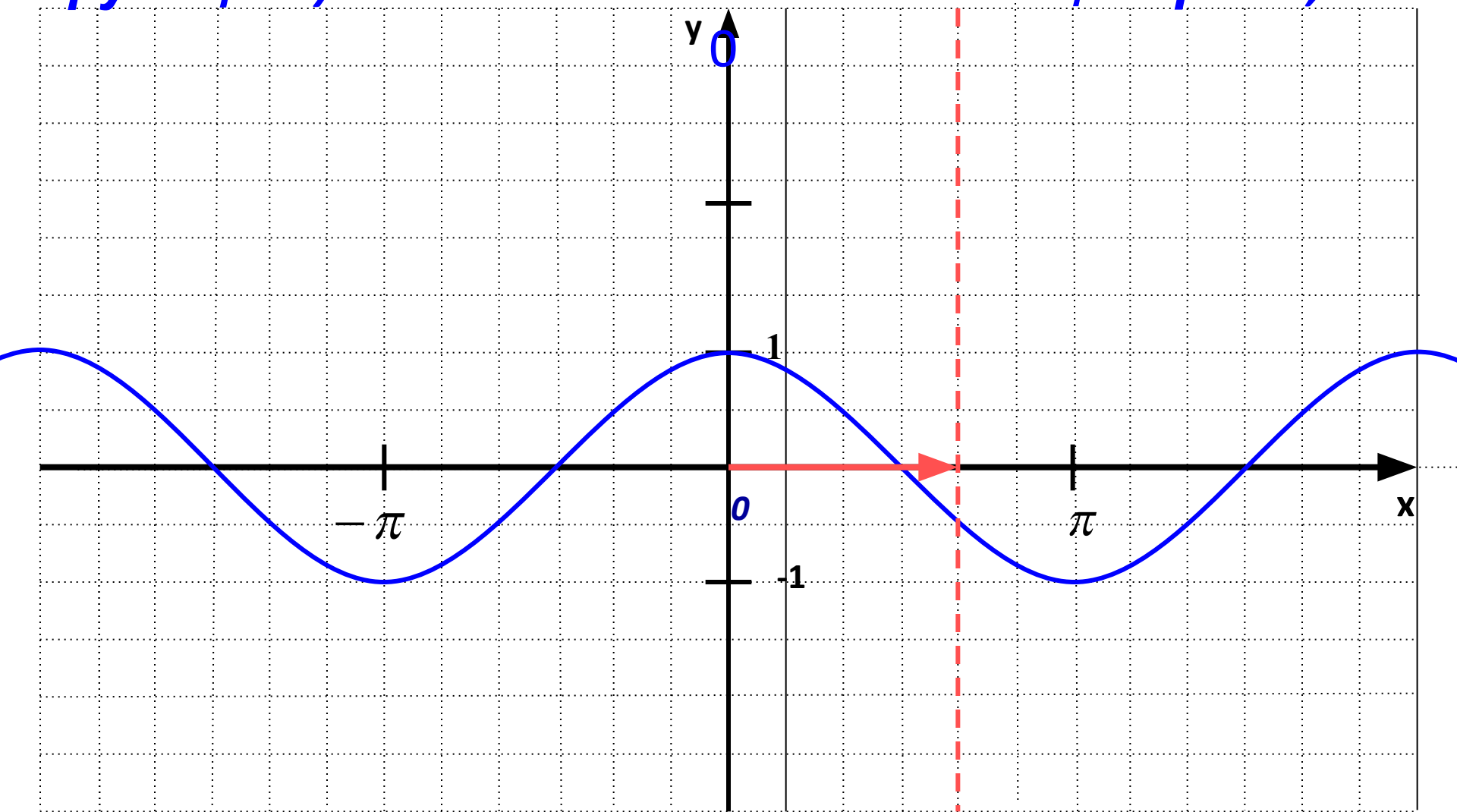


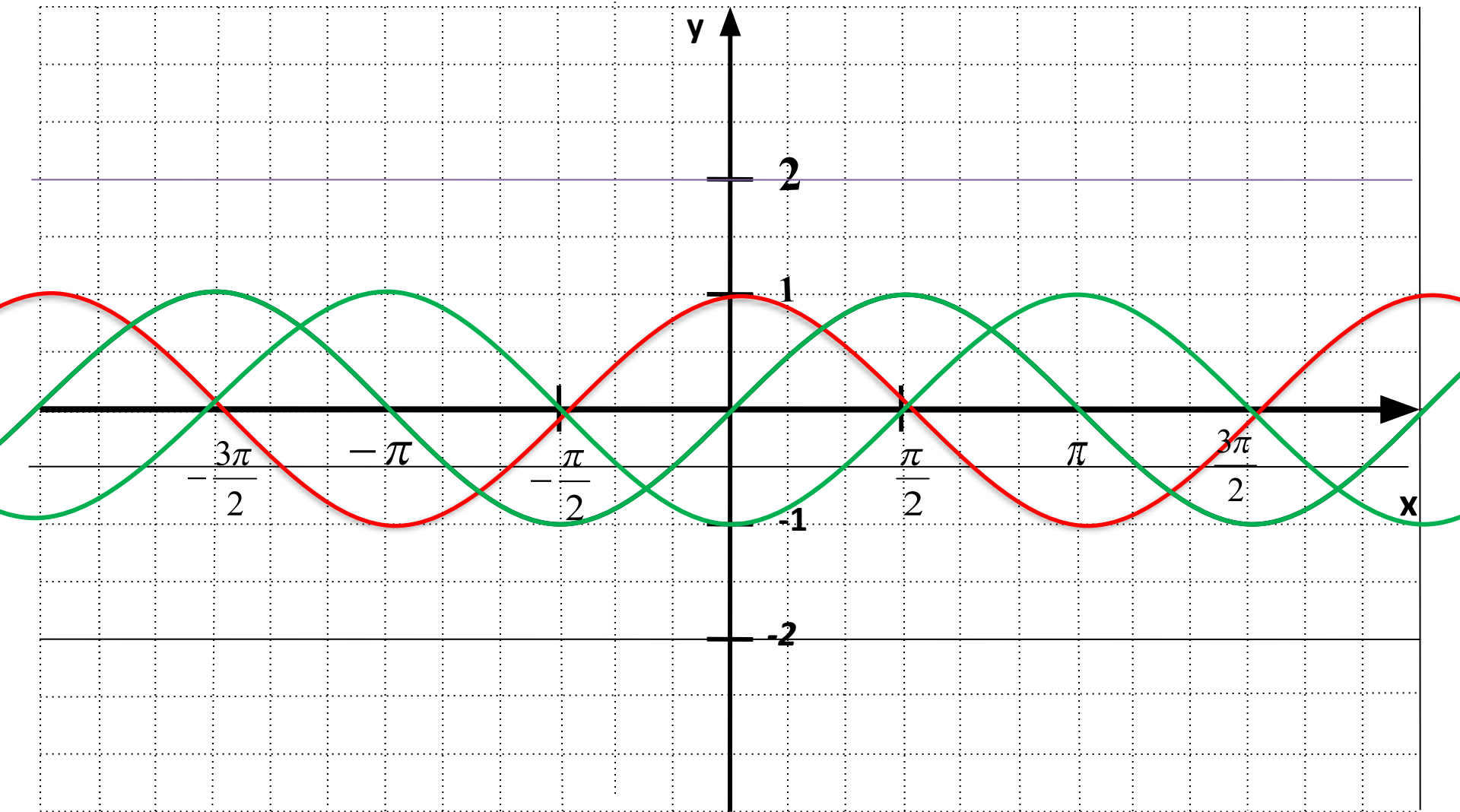
График функции $y = \cos(x + t)$, получается путем параллельного переноса графика функции $y = \cos x$ вдоль оси Ox на t единиц вправо, $t <$



$$y = \sin x;$$

$$y = \sin(x + \pi/2).$$

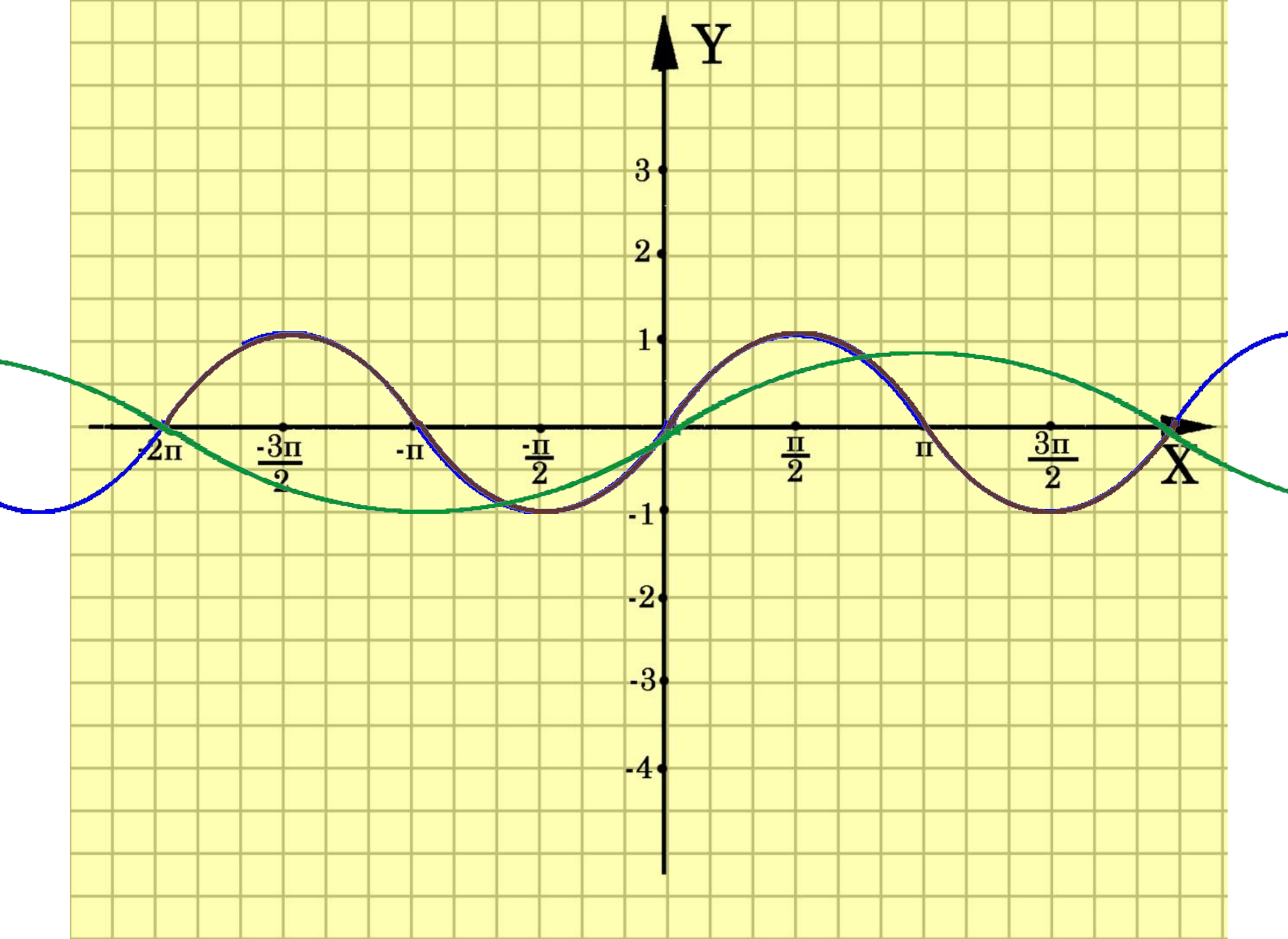
$$y = \sin(x - \pi/2)$$



Построить график функции

$$y = \sin(x/2 - \pi/3)$$

- 1) Вынесем за скобки коэффициент перед x
- 2) $y = \sin(\frac{1}{2}(x - \pi/6))$:
 - 2.1 $y = \sin x$
 - 2.2 $y = \sin \frac{1}{2}x$
 - 2.3 $y = \sin(\frac{1}{2}(x - \pi/6))$



Задание:

Постройте в одной координатной плоскости графики функций:

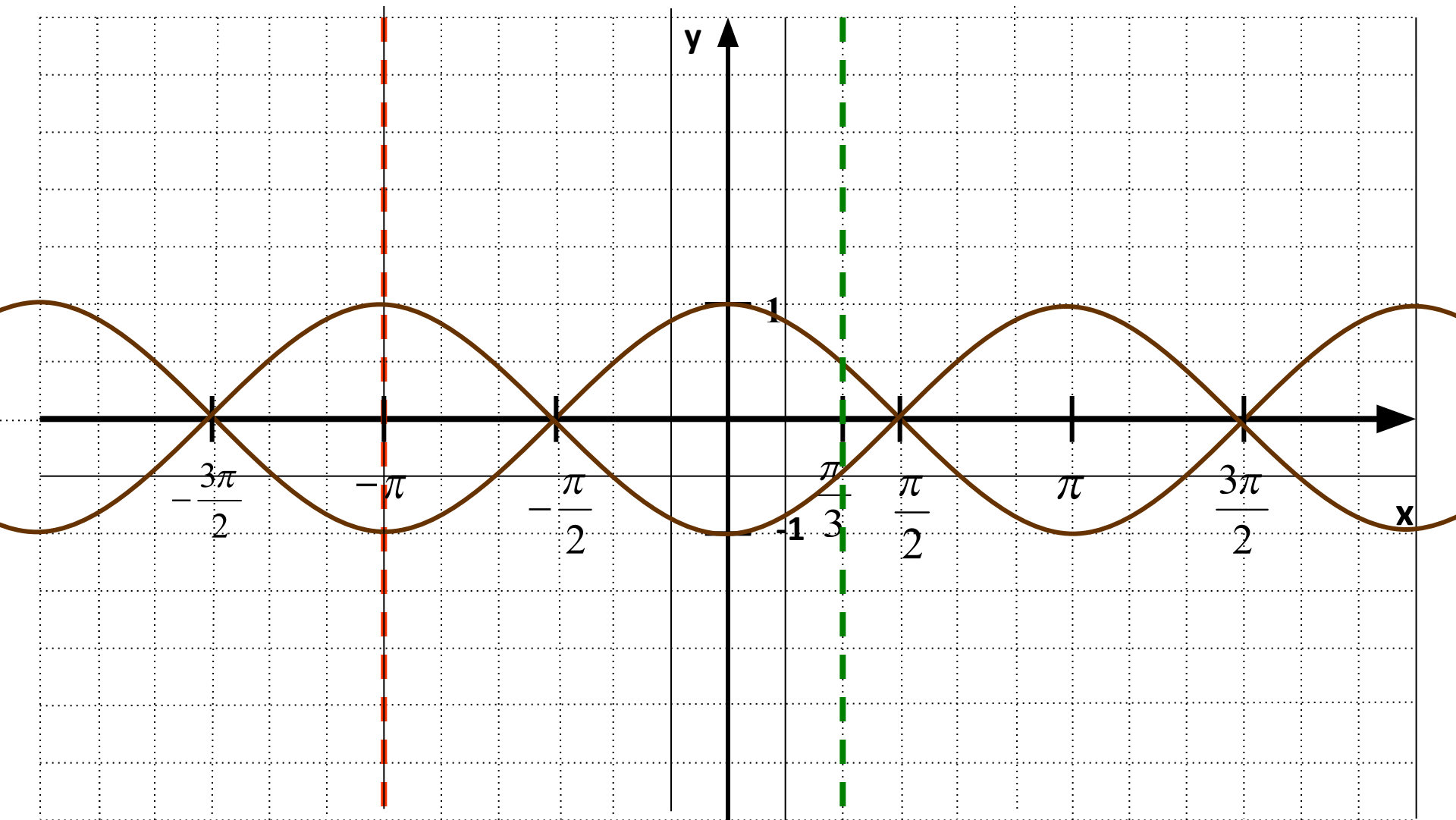
$$1) y_1 = \cos x;$$

$$2) y_2 = \cos(x + \pi);$$

$$3) y_3 = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$$



Проверка: $y_1 = \cos x$; $y_2 = \cos(x - \pi)$;
 $y_3 = \cos(x - \frac{\pi}{3})$.



Задание:

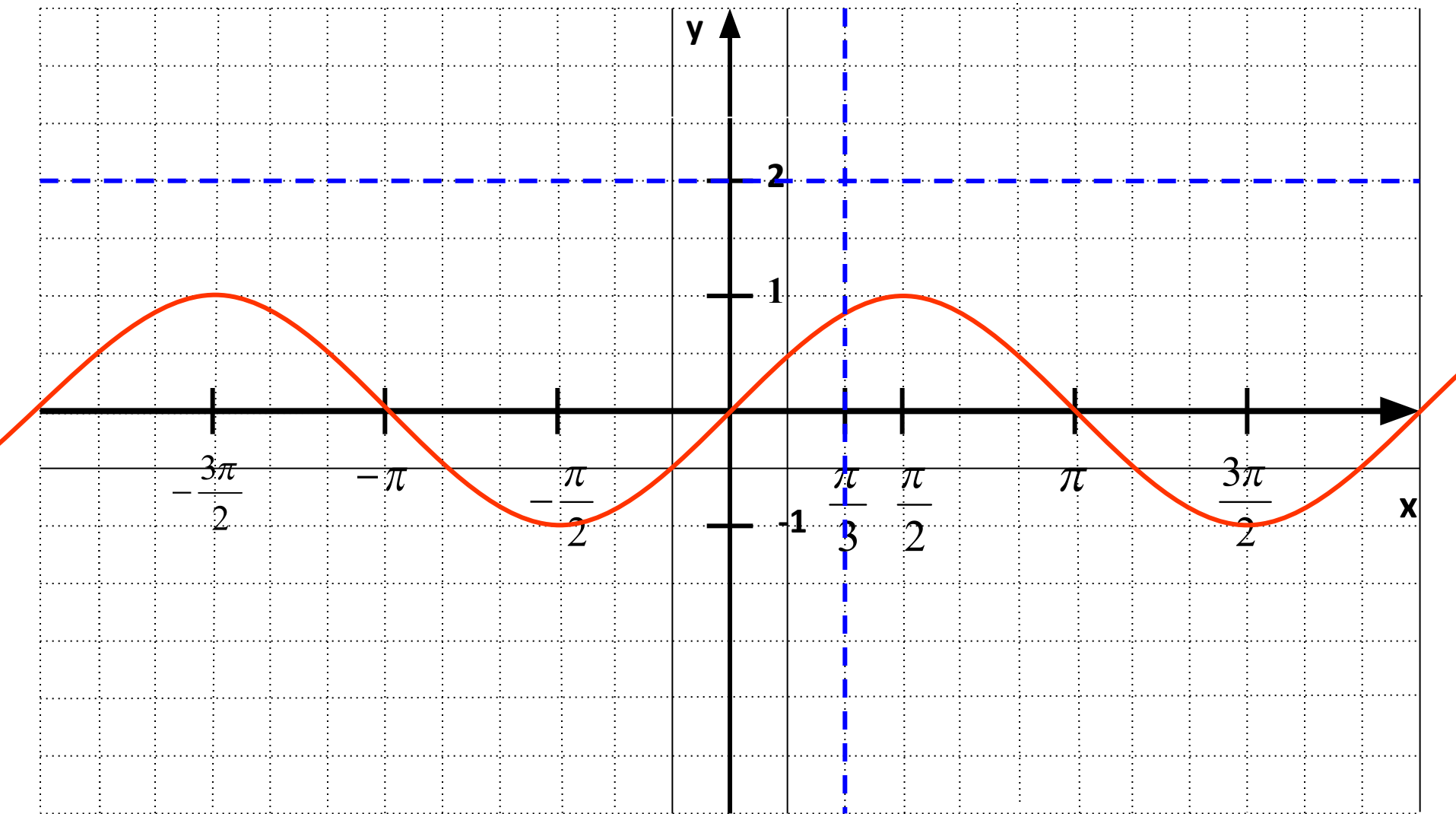
Постройте графики функций:

$$y_1 = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2$$

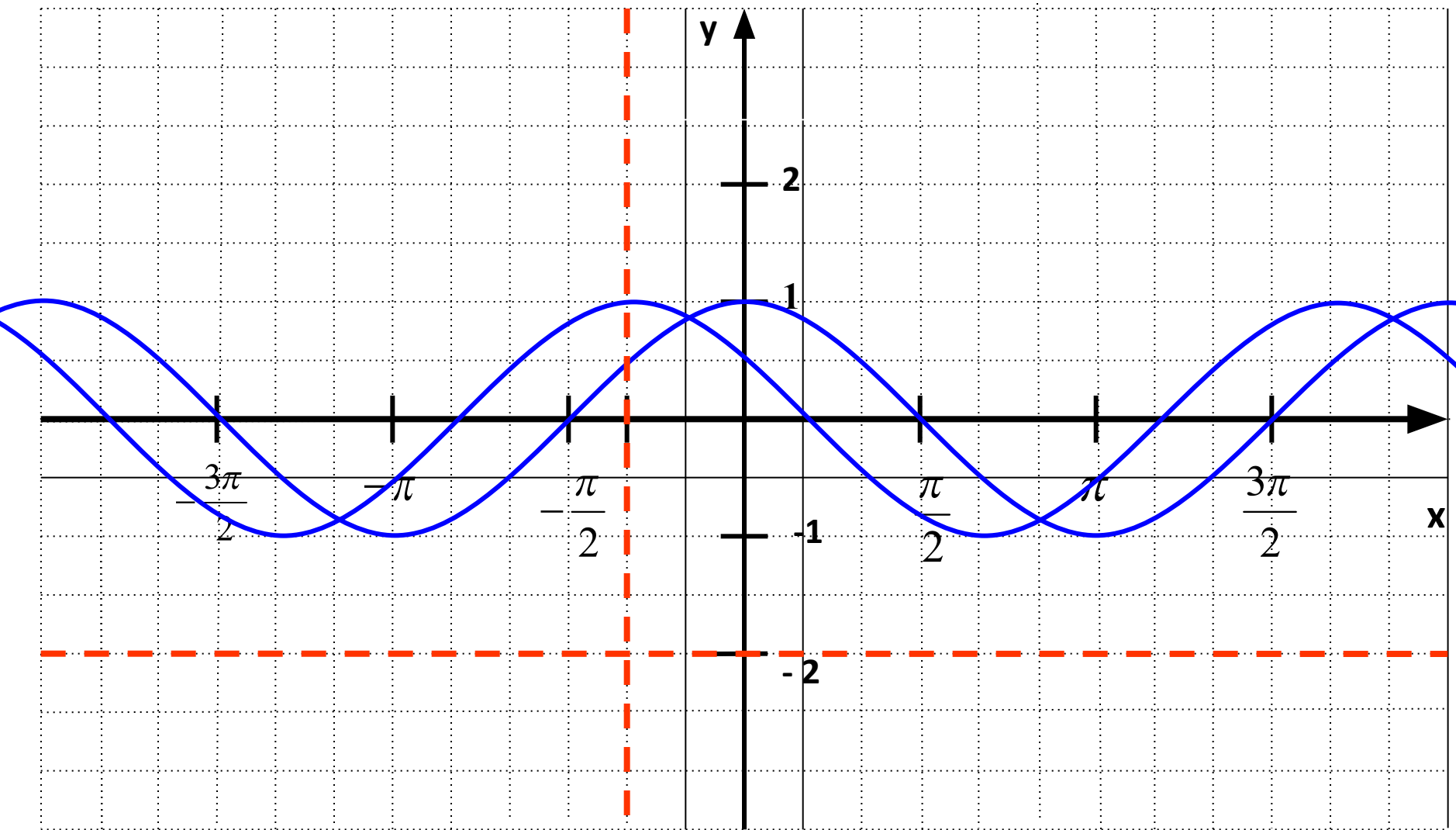
$$y_2 = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$$



Проверка: $y_1 = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2$



Проверка: $y_2 = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$



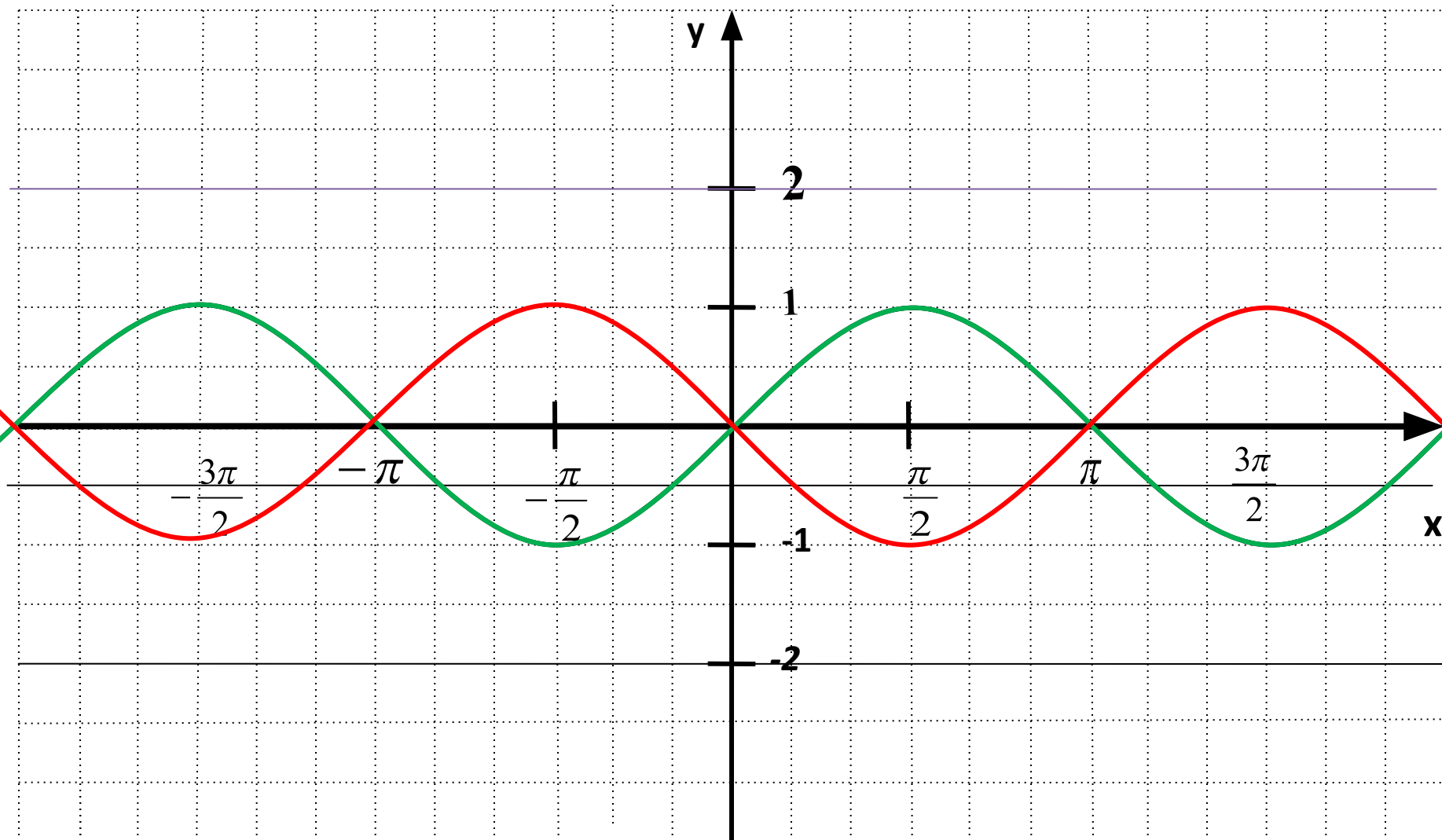
Симметричное отображение относительно оси ОХ

$$y=f(x) \rightarrow y=f(-x)$$

Для построения графика функции $y=f(-x)$ необходимо график функции $y=f(x)$ симметрично отобразить относительно оси ОУ

$$y = \sin x;$$

$$y = \sin(-x) = -\sin(x)$$



Построение графика $y=|f(x)|$

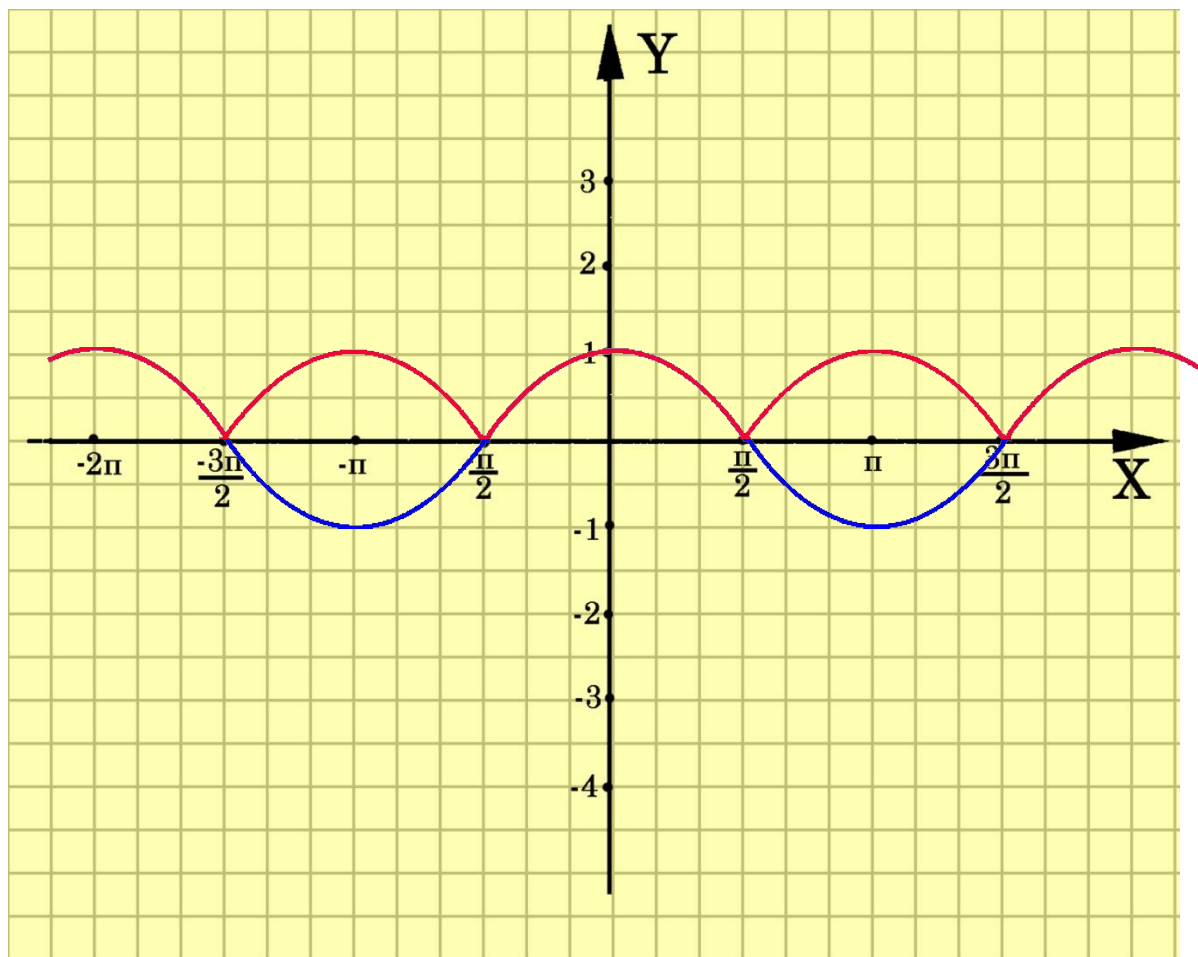
$$y=|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \geq 0 \\ -f(x), & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

Для построения графика функции $y=|f(x)|$ необходимо часть графика функции $y=f(x)$, лежащую выше оси Ox , оставить неизменной, а часть графика $y=f(x)$, лежащую ниже оси Ox , симметрично отобразить относительно оси Ox



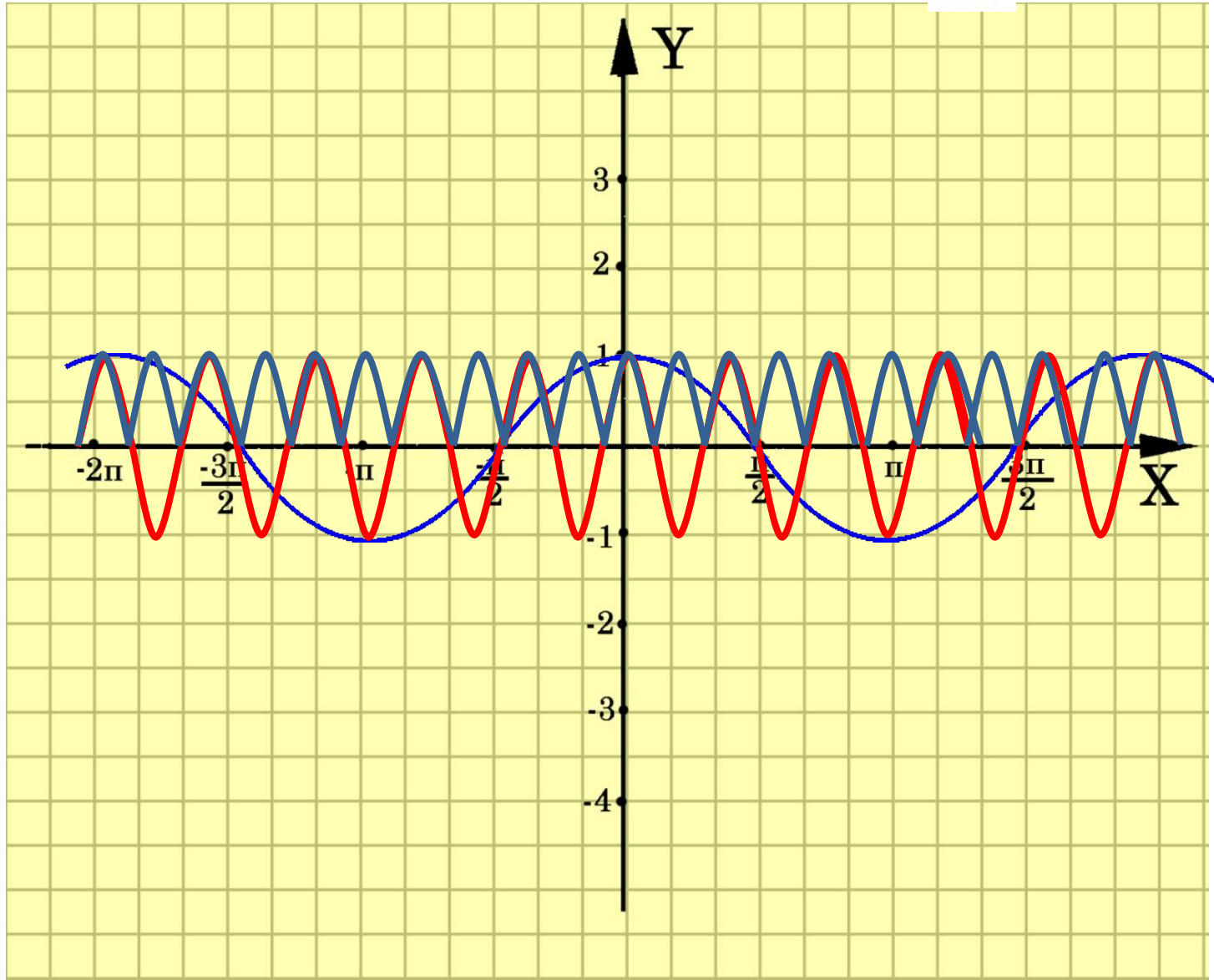
$$y = \cos x$$

$$y = |\cos x|$$



$$y = |\cos 6x|$$

$$T = \frac{2\pi}{6}$$



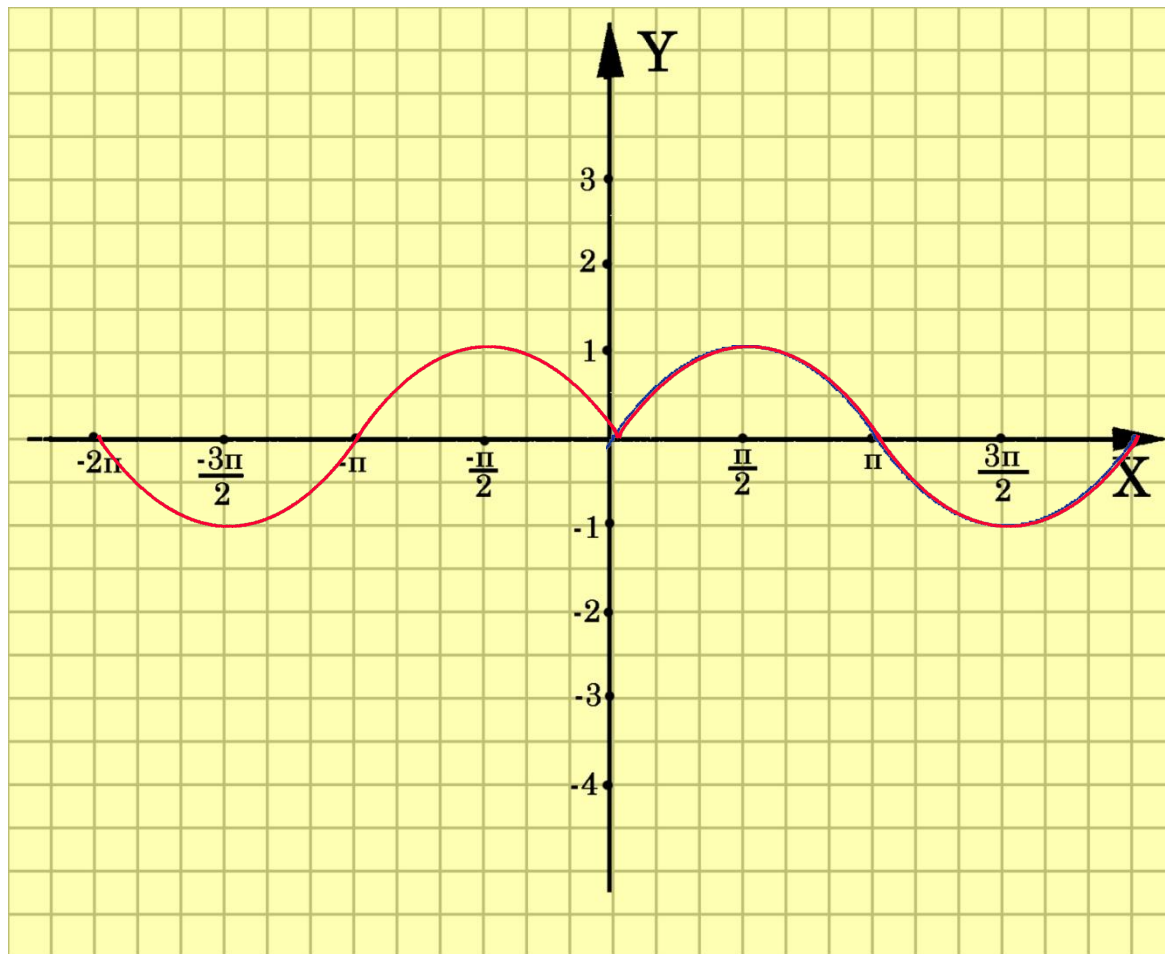
Построение графика $y=f(|x|)$

$$y=f(|x|)=\begin{cases} f(x), & \text{если } x > 0 \\ f(-x), & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

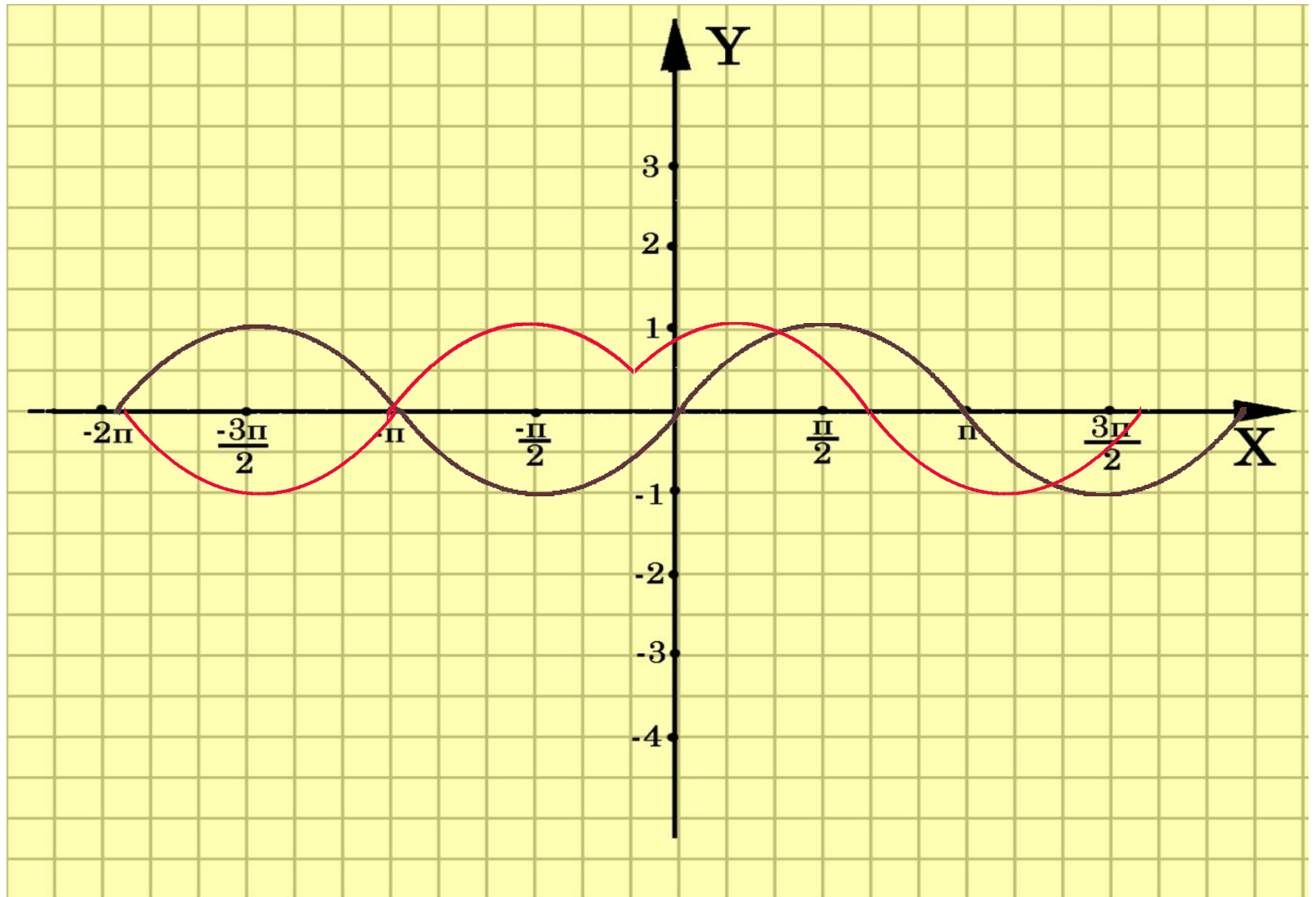
Для построения графика функции $y=f(|x|)$ необходимо построить часть графика функции $y=f(x)$, при $x \geq 0$, и эту часть графика симметрично отобразить относительно оси OY

$$y = \sin x$$

$$y = \sin |x|$$



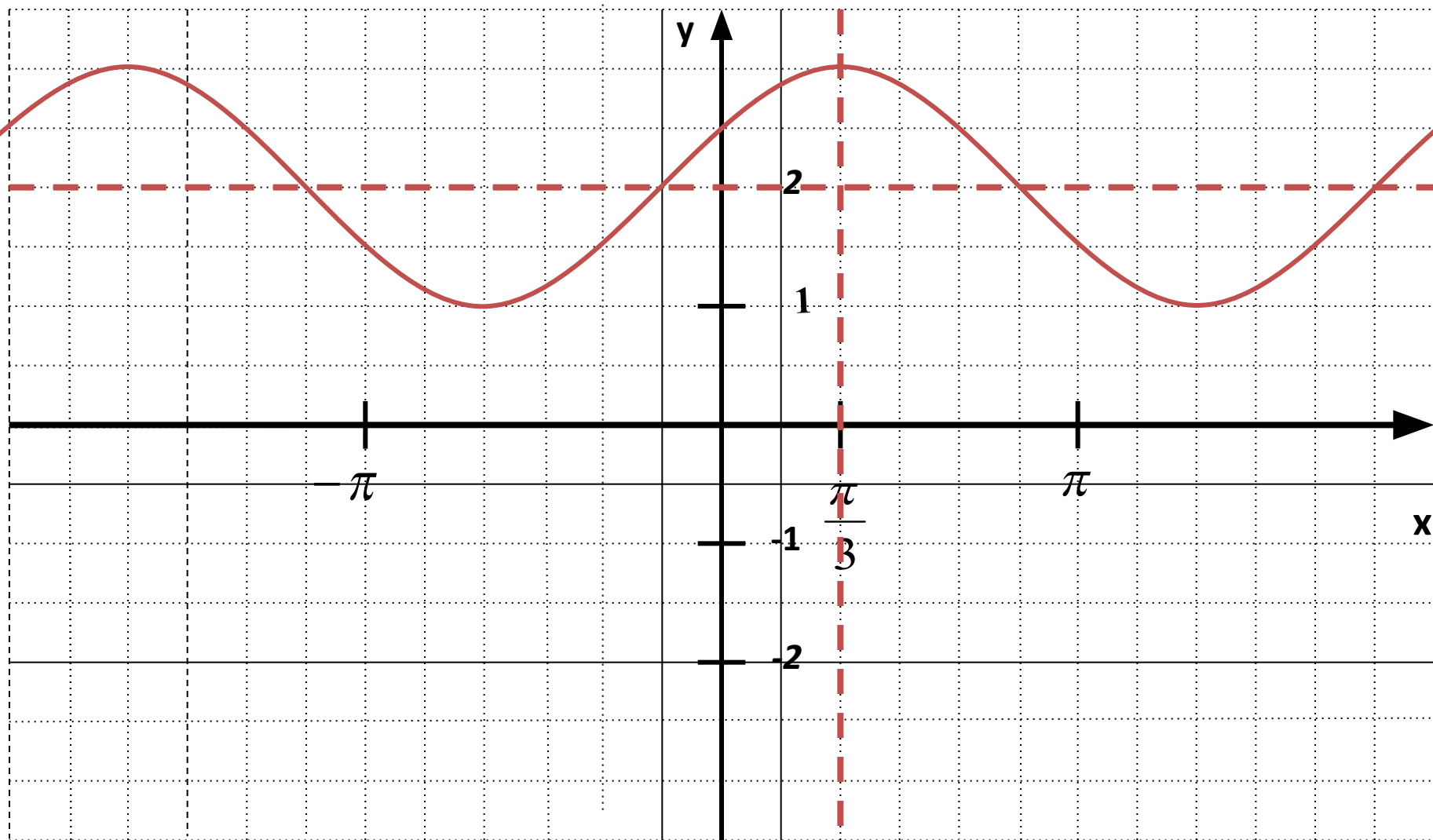
$$y = \sin |x + \pi/6|$$



ИТОГ:

$y=f(x)$	<u>Сохраняя ту часть исходного графика, где $x \geq 0$, выполнить её симметрию относительно оси «оу»</u> →	$y=f(x)$)
$y=f(x)$	<u>Сохраняя ту часть, где $y \geq 0$, выполнить симметрию относительно оси «ох» той части, где $y < 0$</u> →	$y= f(x) $
$y=f(x)$	<u>Если $k > 1$, то сжатие исходного графика в k раз вдоль оси «ох», если $0 < k < 1$, то растяжение графика в k раз вдоль «ох»</u> →	$y=f(kx)$
$y=f(x)$	<u>Если $k > 1$, то растяжение исходного графика в k раз вдоль оси «оу», если $0 < k < 1$, то сжатие графика в k раз вдоль «оу»</u> →	$y=kf(x)$
$y=f(x)$	<u>Симметрия исходного графика относительно оси «ох»</u> →	$y=-f(x)$
$y=f(x)$	<u>Сдвиг вдоль оси «ох», если $a > 0$, то на a единиц влево, если $a < 0$, то на a единиц вправо</u> →	$y=f(x+a)$
$y=f(x)$	<u>Сдвиг вдоль оси «оу», если $a \geq 0$, то на a единиц вверх, если $a < 0$, то на a единиц вниз</u> →	$y=f(x)+a$

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2.$$



$$y = 2,5\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1;$$

