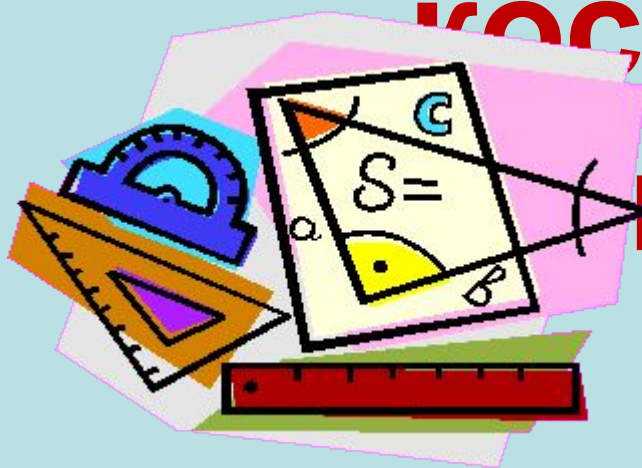


Теорема синусов и теорема косинусов класс



Площадь треугольника

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ah,$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \text{ (прямоуг.треуг)}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Площадь параллелограмма

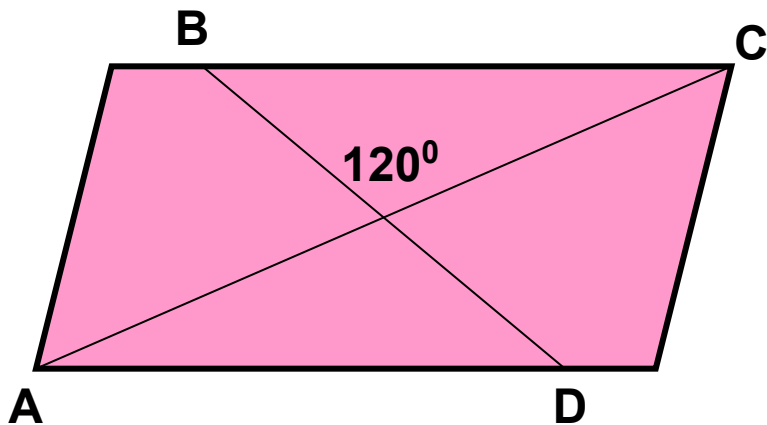
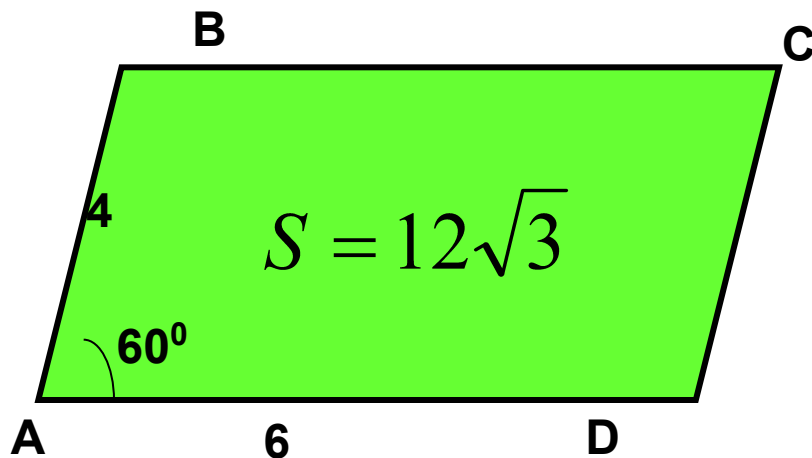
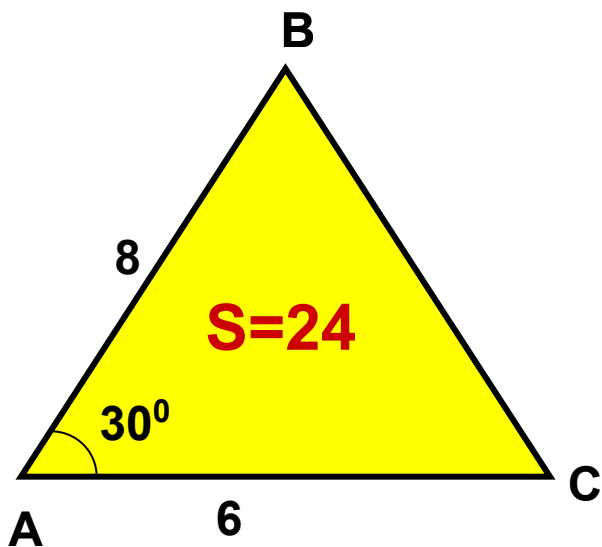
$$S = ah$$

$$S = ab \sin \alpha$$

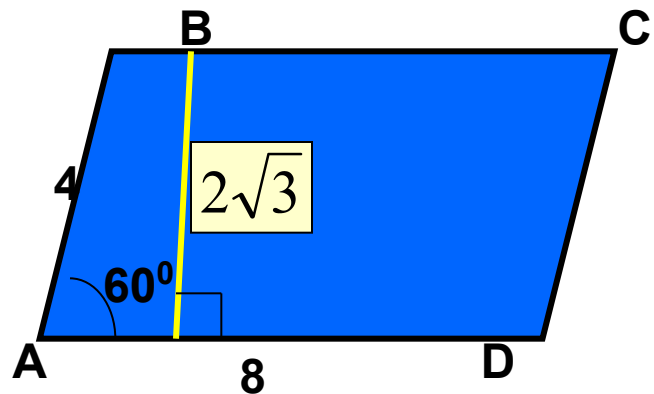
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \alpha \text{ (прямоугольника)}$$

Найдите S



$AC=10, BD=6 \quad S = 15\sqrt{3}$



$S = 16\sqrt{3} \quad 4\sqrt{3}$

Самостоятельная работа

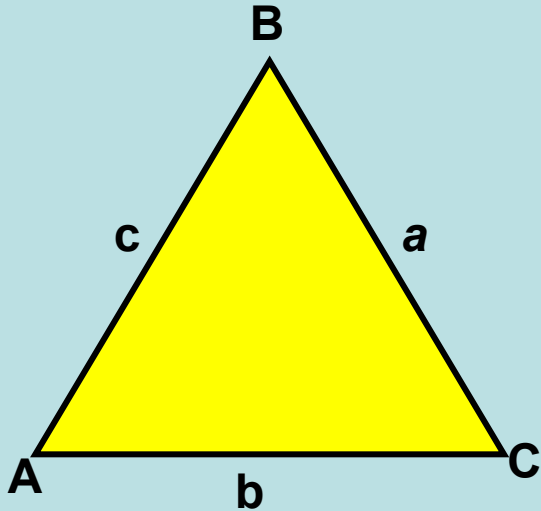
Вариант 1

1. В треугольнике MNK угол MNK равен 150° , $MN=8$, а площадь треугольника равна 20. Найдите NK .
2. В параллелограмме один из углов равен 45° , а его стороны равны 5 см и 8 см. Найдите его площадь.

Вариант 2

1. В треугольнике MNK угол MNK равен 30° , $MN=6$, а площадь треугольника равна 27. Найдите NK .
2. В параллелограмме один из углов равен 135° , а его стороны равны 4 см и 8 см. Найдите его площадь.

Теорема: Стороны треугольника пропорциональны синусам противоположных углов



Дано: $\triangle ABC$

Доказать:

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$S = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$\frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$a \sin C = c \sin A$$

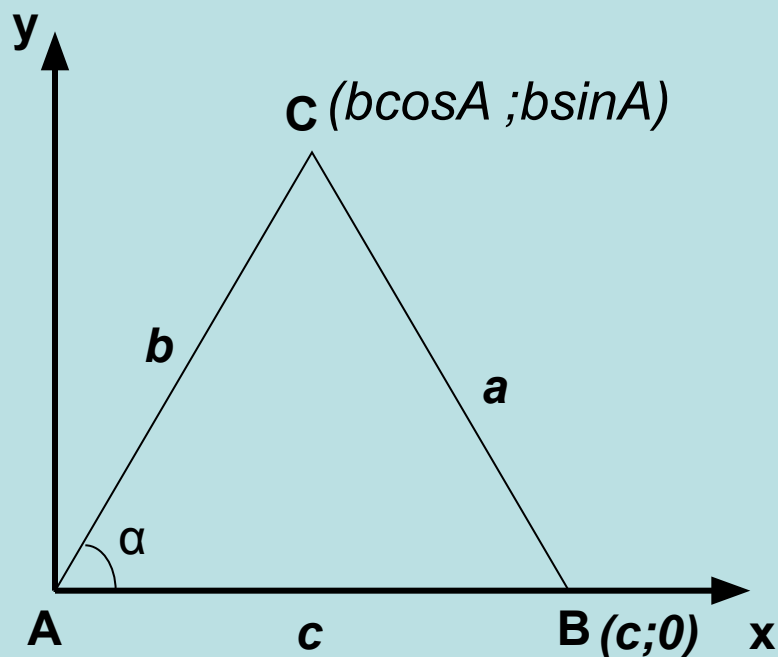
$$\Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$b \sin A = a \sin B$$

$$\Rightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A}$$

Теорема. Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними

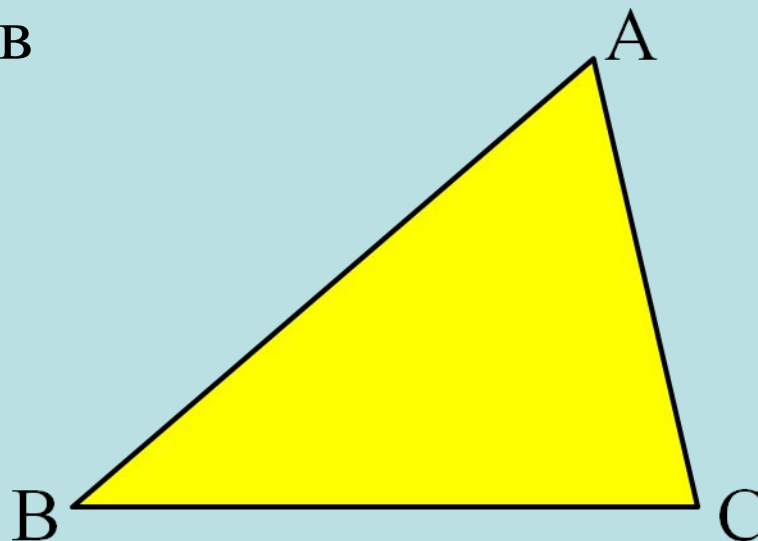


Доказать: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

$$\begin{aligned} BC^2 = a^2 &= (bcosA - c)^2 + b^2 sin^2 A = \\ &= b^2 cos^2 A - 2bc \cdot cosA + c^2 + b^2 sin^2 A = \\ &= b^2 (cos^2 A + sin^2 A) + c^2 - 2bc \cdot cosA = \\ &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot cosA \end{aligned}$$

1) Запишите теорему синусов для данного треугольника:

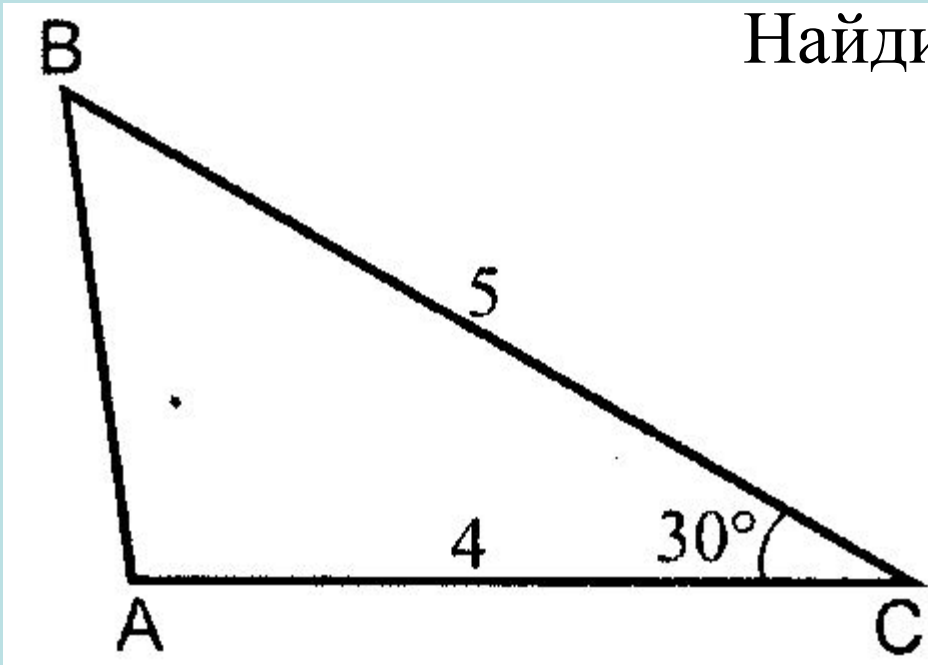
$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$



2) Запишите теорему косинусов для вычисления стороны AB:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos C$$

Найдите длину стороны АВ.

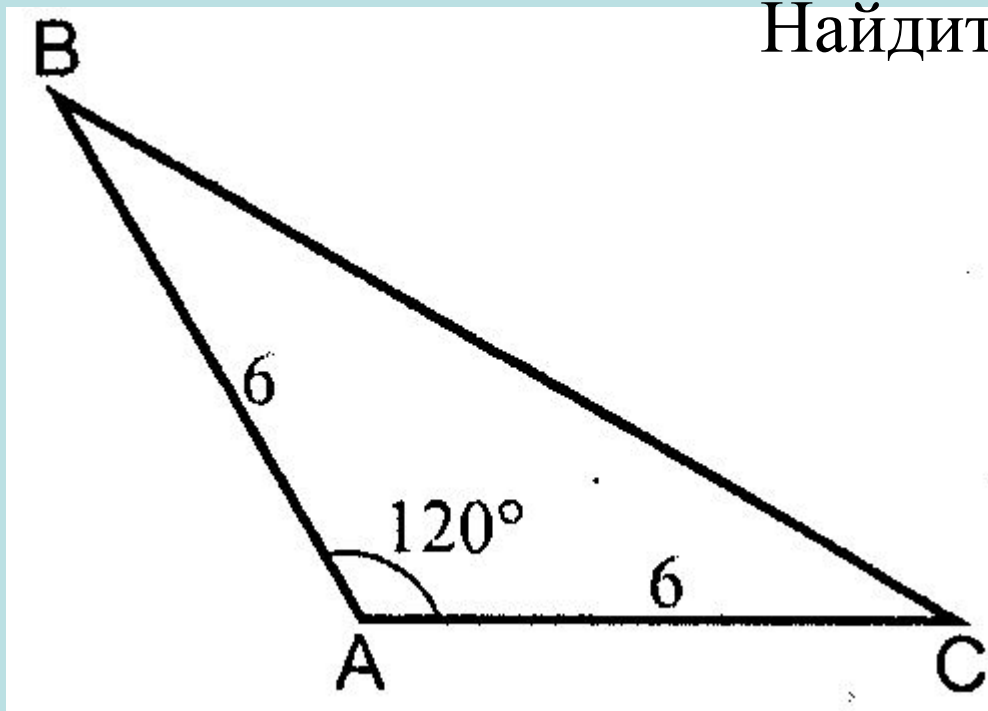


$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cos C$$

$$AB^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cos 30^\circ =$$

$$AB^2 = 41 - 20\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad AB = \sqrt{41 - 20\sqrt{3}}$$

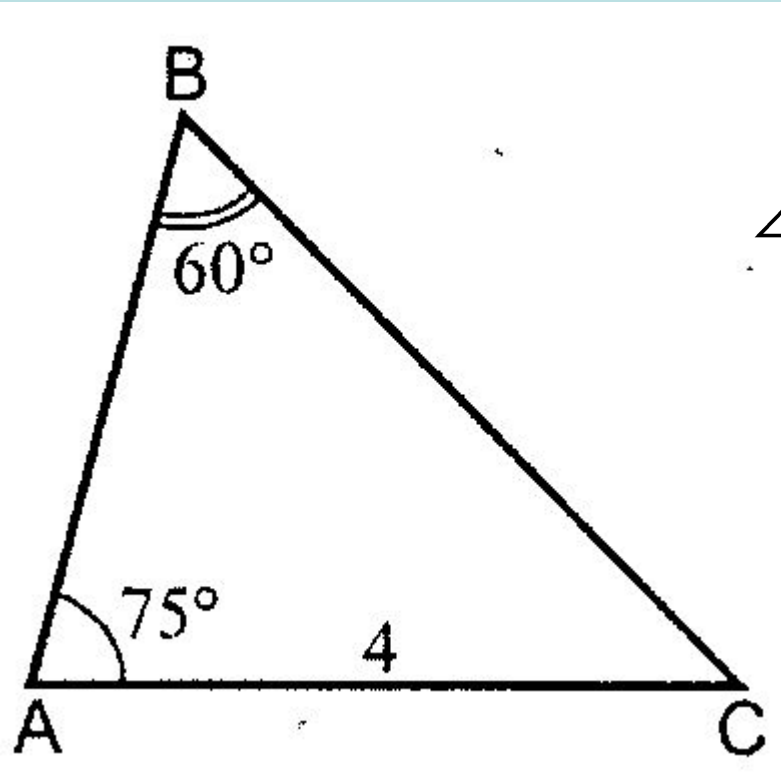
Найдите длину стороны ВС.



$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos A$$

$$BC^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos 120^\circ$$

$$BC^2 = 108 \rightarrow BC = 6\sqrt{3}$$



Найдите AB

$$\angle C = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$$

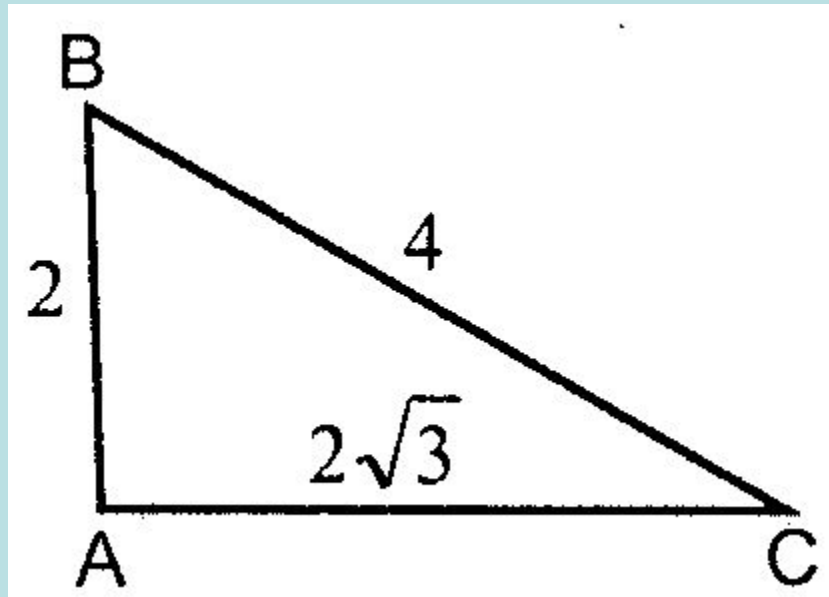
$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$AB = \frac{AC \sin C}{\sin B}$$

$$AB = \frac{4 \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ}$$

$$AB = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

Найдите угол B.



Треугольник ABC
прямоугольный

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{AC \sin A}{BC}$$

$$\sin B = \frac{2\sqrt{3} \sin 90^\circ}{4}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad \angle B = 60^\circ$$