

Квадратный

КОРЕНЬ

Методы извлечений

Жданова Н.П., МБОУ «СОШ 100» г.Ижевска

Квадратный корень (радикал)

$$\sqrt{a} = x,$$

$$x^2 = a$$

В древности...



Вавилонская
табличка

кай фран,
г, v



Древнеегипетский
папирус

В настоящее время...

Для вычислений используют технические средства, таблицы.



Вавилонский способ

приближенного вычисления квадратных корней



4000 лет назад

Способ найден при раскопках на
клинописных табличках.

Число $x = a^2 + b$,
где a^2 ближайший к числу x точный
квадрат

$$\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$$

$$\sqrt{28} = \sqrt{5^2 + 3} \approx 5 + \frac{3}{2 \cdot 5} = 5,3.$$

Разложение на простые множители

$$\sqrt{1764} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7} = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$$

$$\sqrt{209764} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 52441}$$

Арифметическое извлечение квадратного корня

Например :

$$9-1=8$$

$$8-3=5$$

$$5-5=0$$

Выполнено 3 действия,
квадратный корень числа 9 равен 3.

Еще существуют такие методы :

- Геометрическое извлечение квадратного корня
- Метод с помощью уравнения Пелля
- Метод грубой оценки:

$$\sqrt{400} < \sqrt{576} < \sqrt{900}$$

$$20 < \sqrt{576} < 30$$

$$20 < \sqrt{576} < \sqrt{625}$$

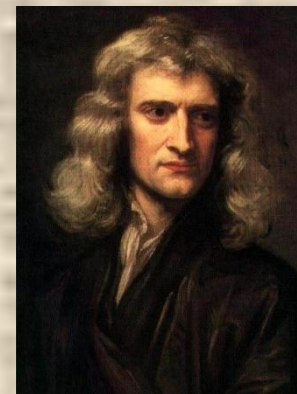
$$20 < \sqrt{576} < 25$$

$$\sqrt{576} = 24$$

Метод Ньютона



Этот способ описан еще древнегреческим математиком Героном примерно 2100 лет назад



метод итераций (многократные повторения)
для достижения нужной точности.

Способ позволяет извлекать квадратный корень
с любой точностью.

Недостаток: громоздкость вычислений.

Метод - «столбиком».

$$\alpha_{n+1} = \frac{1}{2} \left(\alpha_n + \frac{x}{\alpha_n} \right)$$

$$\sqrt{5'96'33'64} = 2442$$

44		4
4		196
<hr/>		
484		176
4		2033
<hr/>		
4882		1936
2		9764
<hr/>		
		9764
<hr/>		
		0

Программа на языке PASCAL Метод Ньютона

```
Pascal ABC
Файл Правка Вид Программа Сервис Помощь
Program1.pas Program2.pas Program1.pas Завершить работу программы (Ctrl+F2)
PROGRAM n1;
uses crt;
var eps: real;
    A0: real;
    A1: real;
    x: integer;
    n: integer;
    i: integer;
function F(osn, stepen: integer): real;
var j: integer;
    result: real;
begin
    result:=1;
    for j:=1 to stepen do    result:=result
    F:=result;
end;
BEGIN
write('Введите число, x=');
readln(x);
write('Введите показатель степени, n=');
readln(n);
write('Задайте точность вычислений, eps=');
readln(eps);
i:=0;
while F(i,n)<x do inc(i);
A0:=(2*i-1)/2;
A1:=(A0*(n-1)+x/A0/(n-1))/n;
while abs(A1-A0)>=eps do
begin
    A0:=A1;
    A1:=(A0*(n-1)+x/A0/(n-1))/n;
end;
writeln(x, '^1/', n, '=', A1);
END.
```

Результаты:

```
Введите число, x=25
Введите показатель степени, n=2
Задайте точность вычислений, eps=0.01
25^1/2=5.0000000005888
```

```
Введите число, x=27
Введите показатель степени, n=3
Задайте точность вычислений, eps=0.1
27^1/3=3.65294318810689
```

```
Введите число, x=1024
Введите показатель степени, n=10
Задайте точность вычислений, eps=0.1
1024^1/10=10.333932159687
```

Интересный факт

Существует праздник КОРНЯ.

Впервые этот праздник отмечался
9 сентября 1981 года
(09-09-81).

Основатель: учитель Рон Гордон, США.

Этот праздник может отмечаться:
(1.01.01), (2.02.04), (3.03.09)

и т.д

Главным блюдом на этом «праздничном столе» являются вареные кубики из корнеплодов и выпечка в форме математического знака квадратного корня.

Заключение.

В век научно-технического прогресса странно говорить о «ручных методах» вычислений, а для чего же тогда техника, спросите?

Но технику программирует человек, а для этого он должен владеть математическими методами. Которые, надеюсь, будут полезны не только на экзамене, для упрощения вычислений, экономии времени, но для собственного интеллектуального развития.