

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ, ОПИСАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ.



Выполнила ученица 7 " А " класса
Лицея № 3 г. Воронежа
Сонова Мария
Преподаватель : Моисеева И. В.

*На первый взгляд, понятие не ново,
И не всегда подумаешь о том,
Как важно будет в жизни это слово
И сколько смысла будет в слове том!*

*Его по-разному с годами толковали.
Сам Лобачевский руку приложил,
Чтоб слово «функция» и в средней школе знали,
Чтоб каждый ученик им дорожил!*

*Без функции не сдашь простой экзамен,
Без функции ты не войдешь в предмет!
Без функции не разгорится пламя!
Без функций никакой науки нет!*

В этом году мы познакомились с понятием функции и изучили линейную функцию. Но у меня осталось много вопросов:

□ в первую очередь, как долго человечество шло к осознанию того, что связи между объектами природы и мира можно определить одним понятием функция;

□ на сколько широко используется в природе и науке простая линейная функция.

В ходе подготовки данной работы, я полностью удовлетворила своё любопытство. Теперь я хочу рассказать об этом Вам.

Надеюсь, что будет интересно!

История развития понятия функции с древнейших времён до 17 века.

□ Египетские цари, разделив землю между египтянами, брали с каждого из них ежегодный налог, пропорциональный площади занимаемого участка.



□ Вавилонские ученые (4 – 5 тыс. лет назад) установили, что площадь круга является функцией от его радиуса: $S=3r^2$



□ Вавилоняне, индийцы, древние греки пользовались астрономическими таблицами. (Табличное задания функции.)



□ Теорема о постоянстве отношения площадей круга и квадрата на его диаметре - словесное задание функции.



Аналитическое определение функции (17 век – начало 19 века).



*Франсуа Виет
(1540 – 1603гг.)*

Дали общее понятие функции и разработали единую буквенную математическую символику, которая вскоре получила всеобщее признание.



*Рене Декарт
(1596-1650гг.)*

*Впервые употребил само слово «функция» (от латинского *functio* — совершение, выполнение) в 1673 г.
Впервые ввёл термины «константа» и «переменная».*



*Готфрид Вильгельм фон Лейбниц
(1646 – 1716).*



*Иоганн Бернулли
В 1718 году определил функцию .*



*Леонард Эйлер
(1707 – 1783).*

В 1748 г. Ввел окончательную формулировку определения функции с аналитической точки зрения .

Р. Декарт (1837 г.)

“...функция – это изменение ординаты точки в зависимости от изменения ее абсциссы “

Иоганн Бернулли (1718 г.)

“...функцией переменной величины называют количество, образованное каким угодно способ из этой переменной величины и постоянных”

Леонард Эйлер (1755 г.)

"Когда некоторые количества зависят друг от друга таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменению, то первые называют функцией вторых".

Идея соответствия (19 век).



*Н.И. Лобачевский
(1794-1870 гг.)*



*П. Л. Дирихле
(1805-1859 гг.)*

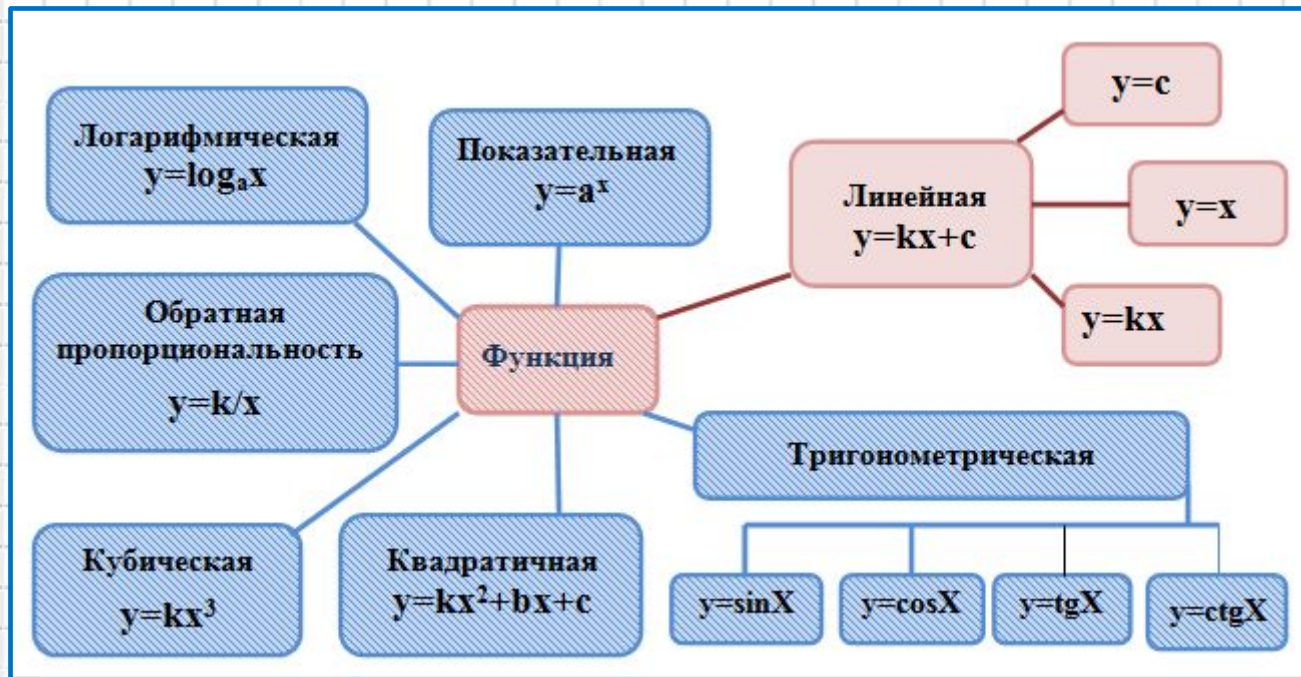
Н.И. Лобачевский (1834 г.)

«...функцией от X называть число, которое дается для каждого X и вместе с X постепенно изменяется. Значение функции может быть дано или аналитическим выражением или условием, которое подает средство испытать все числа и выбирать одно из них, или, наконец, зависимость может существовать и оставаться неизвестной».

П. Л. Дирихле (1837 г.)

«... Y есть функция переменной X (на отрезке $a < X < b$), если каждому значению X на этом отрезке соответствует совершенно определенное значение Y , причем безразлично, каким образом установлено это соответствие - аналитической формулой, графиком, таблицей либо даже просто словами».

Элементарные функции.

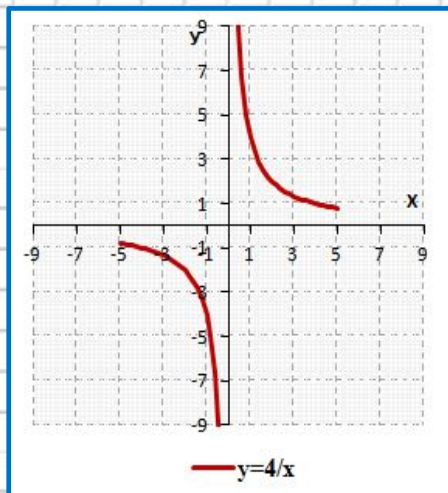
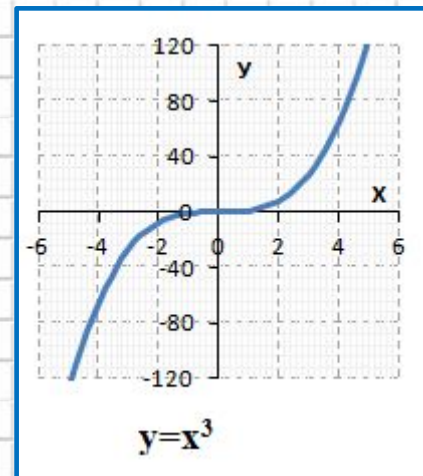
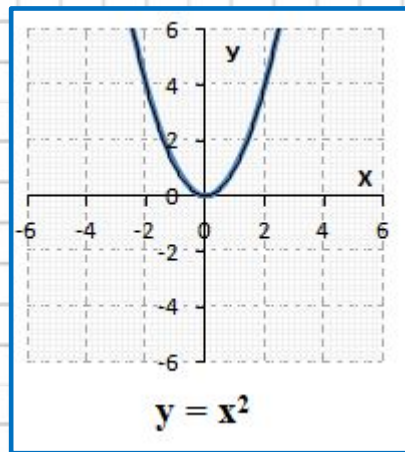
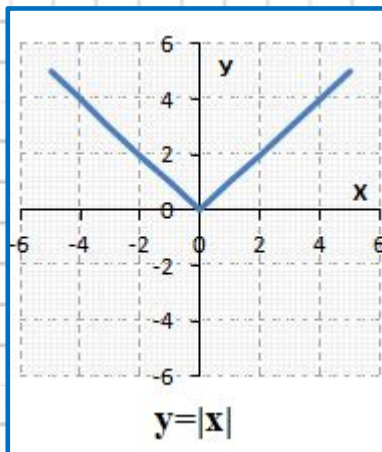
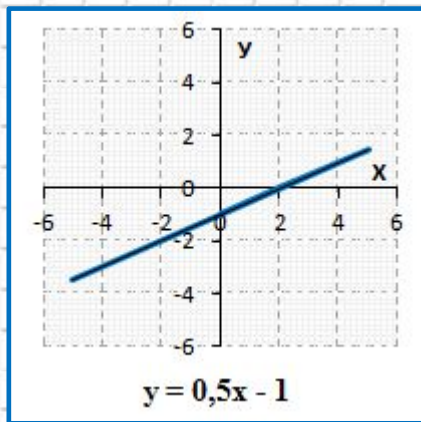


Синим цветом отмечены функции, которые мы ещё не изучали. Но мы уже знаем, что такое степень, а значит вид уравнений кубической и квадратичной функций нам знаком. Точно также нам уже известно понятие обратной пропорциональности. Её выражение мы много раз применяли в решении задач.

Красным цветом отмечена функция, которую мы изучаем в 7 классе.

Все функции, представленные на схеме, являются аналитическими, задаются формулой и могут быть представлены в виде графика.

Примеры графиков функций.



- *Функция- зависимость переменной Y от переменной X , если каждому значению X соответствует единственное значение Y .*
- *Переменная X - независимая переменная или аргумент.*
- *Переменная Y - зависимая переменная.*
- *Значение функции - значение Y , соответствующее заданному значению X .*
- *Область определения функции- все значения, которые принимает независимая переменная.*
- *Область значений функции (множество значений)- все значения, которые принимает функция.*

Способы задания функции

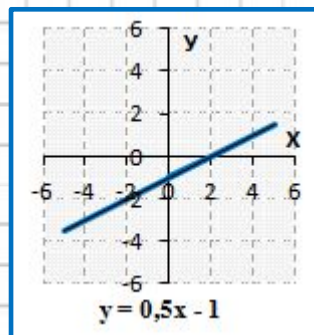
□ Аналитический:

Формулой $Y=2X+3$ или уравнением $Y-2X-3=0$.

□ Табличный:

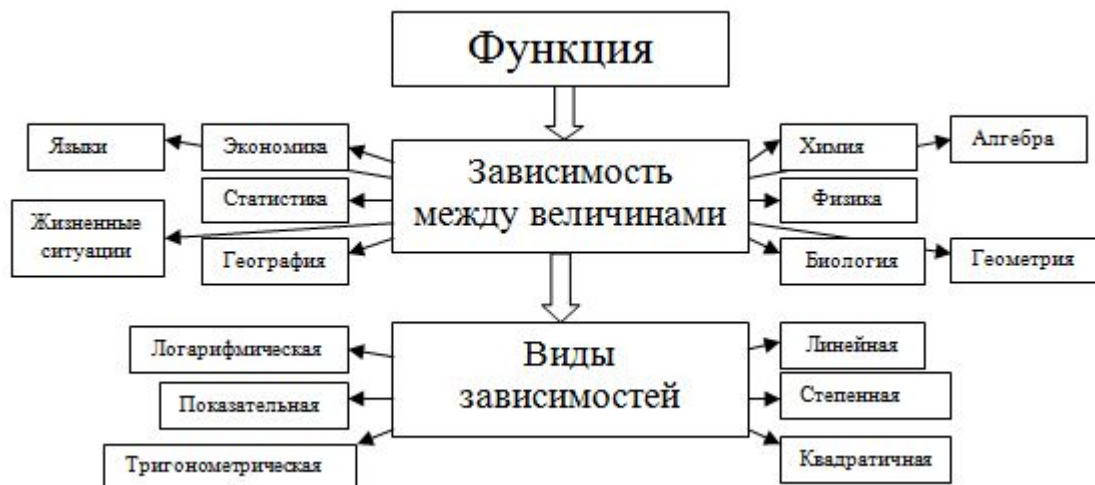
X	-2	-1	0
Y	2	1	0

□ Графический:



□ Словесный:

< Каждому числу ставится в соответствие его модуль >.



Ещё Р. Декарт утверждал, что "... все доступное человеческому познанию одинаково вытекает одно из другого".

А российский математик, замечательный ученый, педагог, поэт А. Я. Хинчин считал, что «...ни одно из других понятий не отражает явлений реальной действительности с такой непосредственностью и с такой конкретностью, как понятие функциональной зависимости, в которой воплощены и подвижность, и динамичность реального мира, и взаимная обусловленность реальных величин».

Свойства линейной функции.

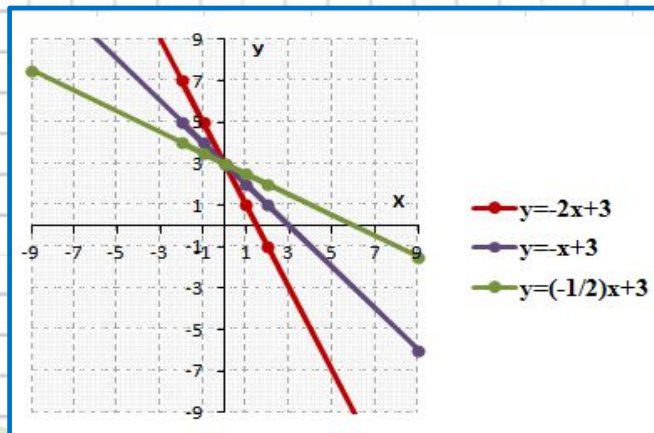
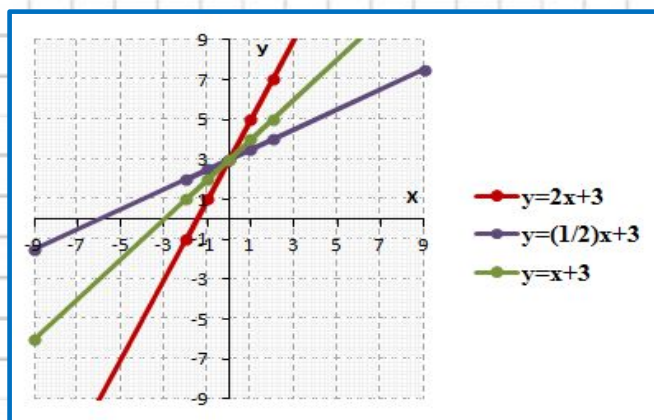
*Я – Линейная функция. Дайте мне санкцию,
Я пройду равномерно любую дистанцию.
Нелинейность во мне вызывает презрение,
И всегда постоянно мое ускорение.*

*Чту законы, с которыми лично знакома.
Например, знаменитое правило Ома
Для цепей, по которым бежит электричество.
И в торговле я смыслю: чем больше количество
Покупаемых тряпок, колбас или фенек
Тем в кошелек твой меньше останется денег!*

*Для всего, что хоть как-то линейно зависимо
Тут же выстрою график и браво! Брависсимо!
Замечательна роль – для любого клиента-
Моего углового коэффициента.*

*Если он положителен, то я возрастаю,
Отрицательный – я постепенно растаю.
Его модуль приводит меня в обалденье:
Чем он больше, тем круче мое поведение!*

Линейной функцией называется функция вида $Y = kX + b$, заданная на множестве всех действительных чисел. Здесь k – угловой коэффициент (действительное число), b – свободный член (действительное число), X – независимая переменная.



В уравнении функции $Y = kX + b$ коэффициент k отвечает за наклон графика функции:

- \square *если $k > 0$, то график наклонен вправо,*
- \square *если $k < 0$, то график наклонен влево.*

Коэффициент b отвечает за сдвиг графика вдоль оси OX .

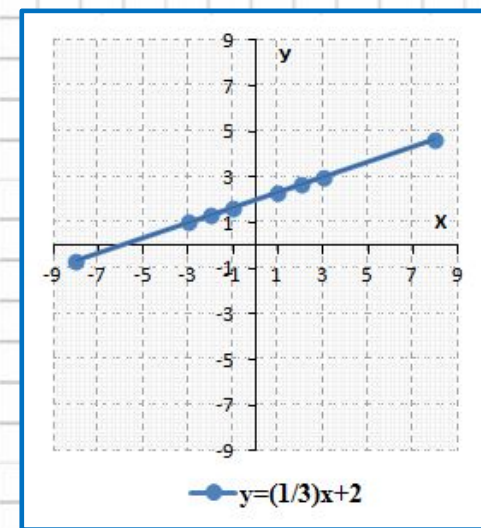
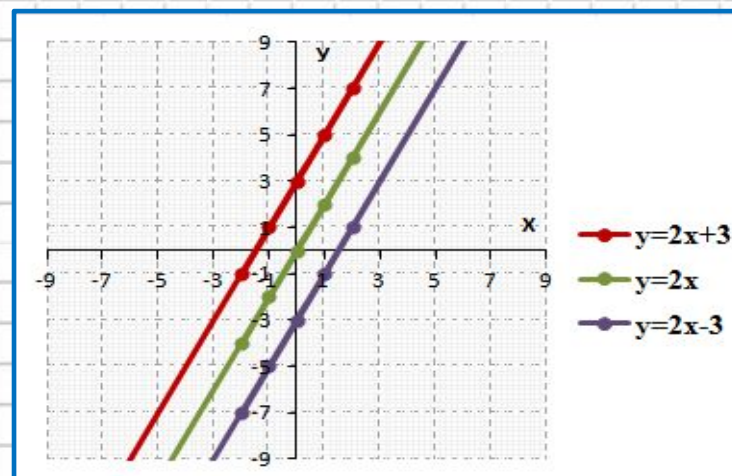


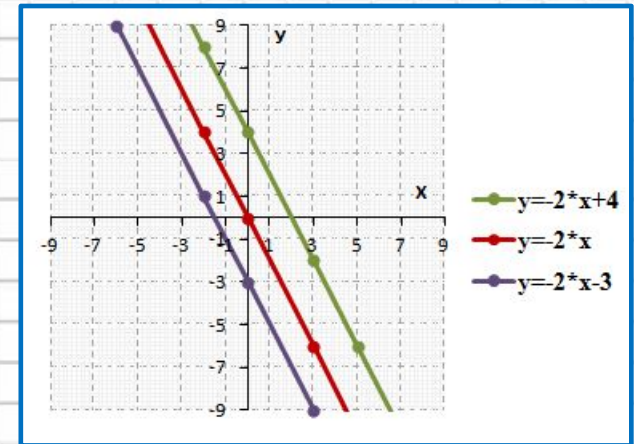
Таблица зависимости положения прямой на координатной плоскости от коэффициентов k и b .

	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$
$k > 0$	<p>$y = 0,5x + 1$</p>	<p>$y = 0,5x - 1$</p>	<p>$y = 0,5x$</p>
$k < 0$	<p>$y = -0,5x + 1$</p>	<p>$y = -0,5x - 1$</p>	<p>$y = -0,5x$</p>
$k = 0$	<p>$y = 3$</p>	<p>$y = -2$</p>	<p>$y = 0$</p>

Взаиморасположение графиков.

Линейные уравнения	Алгебраические условия	Геометрический вывод
$y_1 = k_1x + b_1$ $y_2 = k_2x + b_2$	$k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$	Прямые параллельны
	$k_1 = k_2, b_1 = b_2$	Прямые совпадают
	$k_1 \neq k_2$	Прямые пересекаются
	$k_1 * k_2 = -1$	Прямые перпендикулярны

Примеры:



Графики параллельны

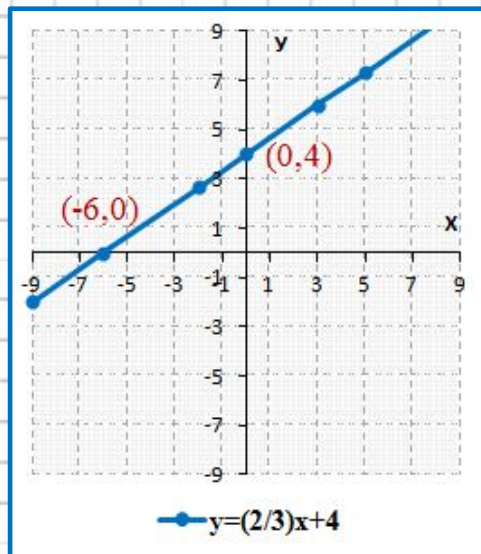
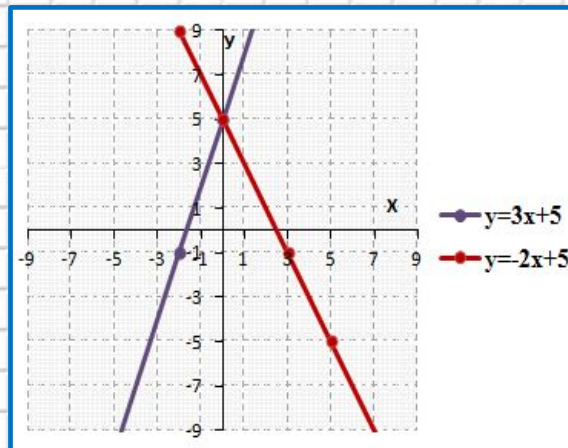
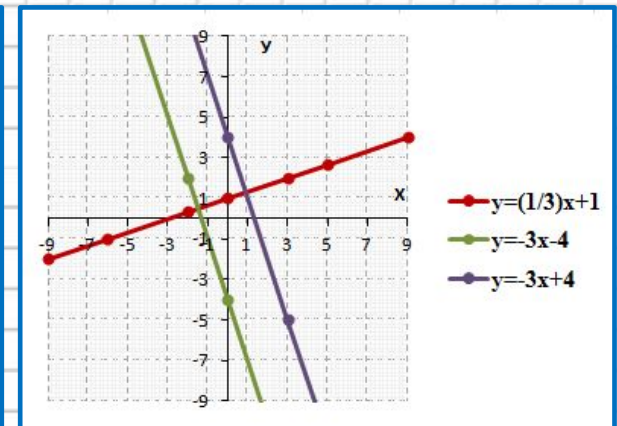


График пересекает оси:

- $OY - (0, b)$
- $OX - (-b/k)$

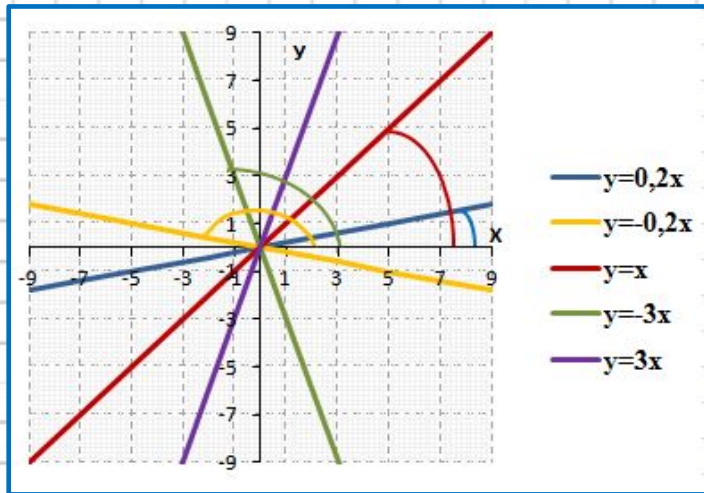


Графики пересекаются



Графики перпендикулярны

Особые случаи линейной функции.



Особый случай линейной функции – $Y=kX$, при $k \neq 0$.

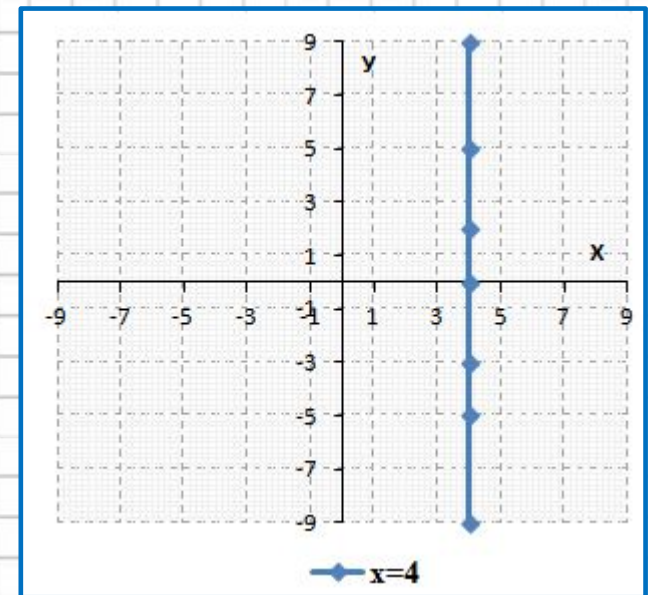
Зависимость между переменными X и Y является прямопропорциональной. График проходит через начало координат.

Если $k=-1$, то $Y=-X$, т.е. прямая является биссектрисой 2 и 4 координатных углов.

Если $k=1$, то $Y=X$, то прямая является биссектрисой 1 и 3 координатных углов.

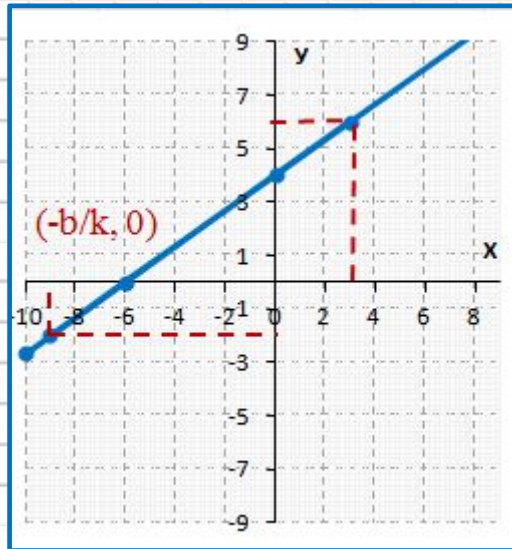
Есть ещё один совершенно особый вид графика: $X=a$ при $Y=0$. Этот график представляет собой прямую линию, параллельную оси OY , все точки которой имеют абсциссу $X=a$.

Уравнение $x=a$ не является функцией, так как различным значениям аргумента соответствует одно и то же значение функции, что не соответствует определению функции.



Свойства линейной функции.

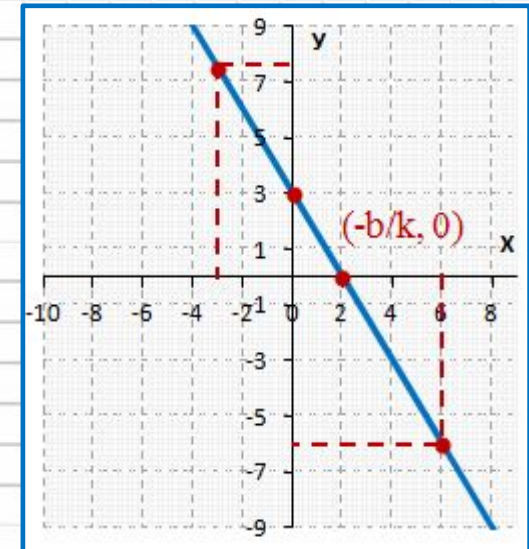
- Независимая переменная X может принимать любое значение из множества действительных чисел $(-\infty; +\infty)$.
- Зависимая переменная Y принимает значения из множества действительных чисел $(-\infty; +\infty)$.
- Точки пересечения графика с осями координат:
 - с осью OY – $X=0, Y=b$
 - с осью OX – $Y=0, X=-b/k$



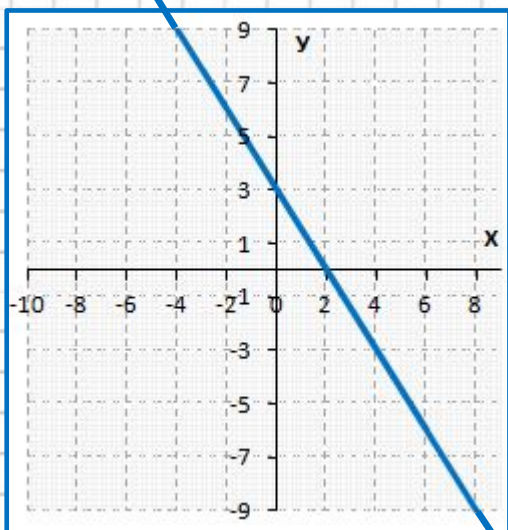
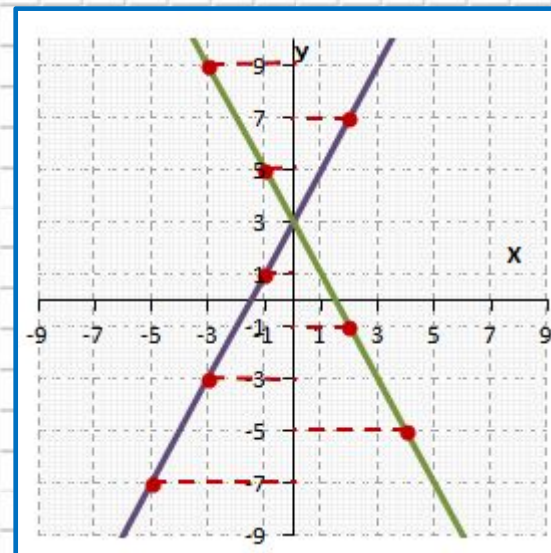
Промежутки знакопостоянства:

если $k > 0$, то $Y > 0$ при $X > -b/k$,
 $Y < 0$ при $X < -b/k$,

если $k < 0$, то $Y > 0$ при $X < -b/k$,
 $Y < 0$ при $X > -b/k$.



- *Промежутки возрастания и убывания:
если $k > 0$, то значение y возрастает на всей
числовой оси,
если $k < 0$, то значение y убывает на всей
числовой оси.*



- *Наибольших и наименьших значений функции не существует, так как графиком является прямая, а прямая бесконечна.*

Применение линейной функции.

Физика

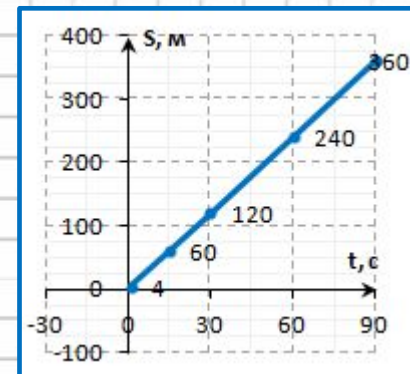
□ *Равномерное движение*

Движение называется равномерным, если траектория движения есть прямая линия и точка за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния.

$$S = V * t$$

S – путь, V – скорость, t – время.

Плот движется по течению реки. Скорость течения 4 м/с.



□ *Зависимость массы тела от объёма*

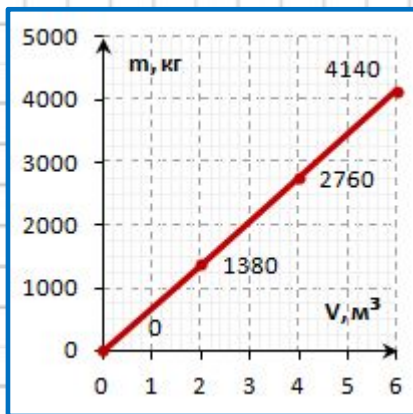
Тела, окружающие нас, состоят из различных веществ: дерева, железа, резины, пластика и т.д. Разные вещества имеют разную плотность.

$$m = \rho * V$$

m – масса, ρ – плотность, V – объём.

ρ – величина постоянная для каждого вещества. Поэтому масса тела пропорциональна его объёму.

График зависимости массы деревянного пола от его объёма.



□ Зависимость Архимедовой силы от массы вытесненной жидкости

На тело, находящееся в жидкости, действует сила, выталкивающая это тело из жидкости. Силу, выталкивающую тело из жидкости или газа, называют архимедовой силой.

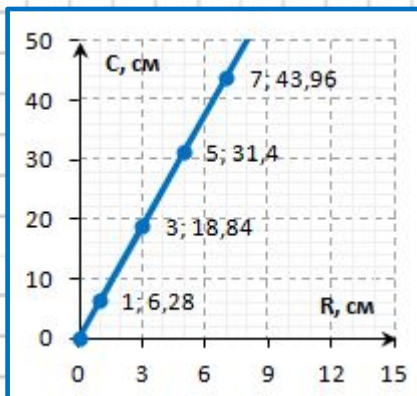
$$F_a = g * m$$

F – сила, g – ускорение свободного падения, m – масса жидкости.

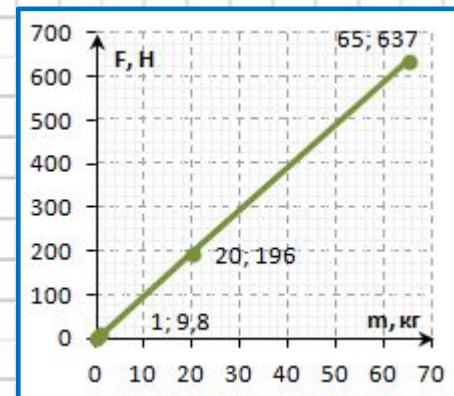
Архимедова (или выталкивающая) сила прямо пропорциональна весу жидкости, вытесненной телом.

Математика

□ Зависимость длины окружности от длины её радиуса



*Опытным путём было установлено, что длина окружности зависит от её радиуса. Эта зависимость выражается формулой $C=2\pi R$ и является прямой пропорциональной зависимостью с угловым коэффициентом равным 2π .
C – длина окружности, R – радиус.*



□ *Зависимость между градусными мерами смежных углов.*

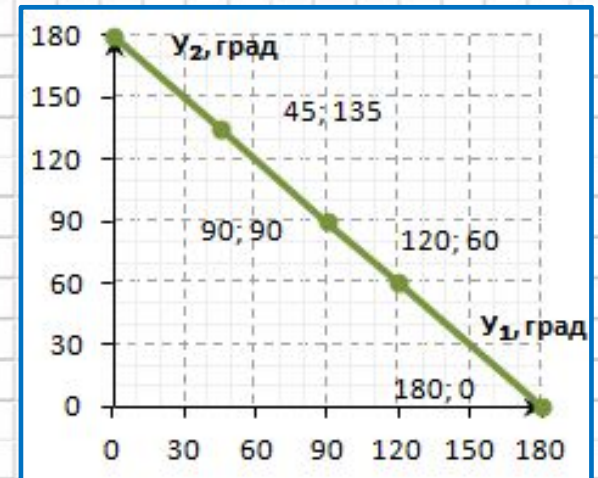
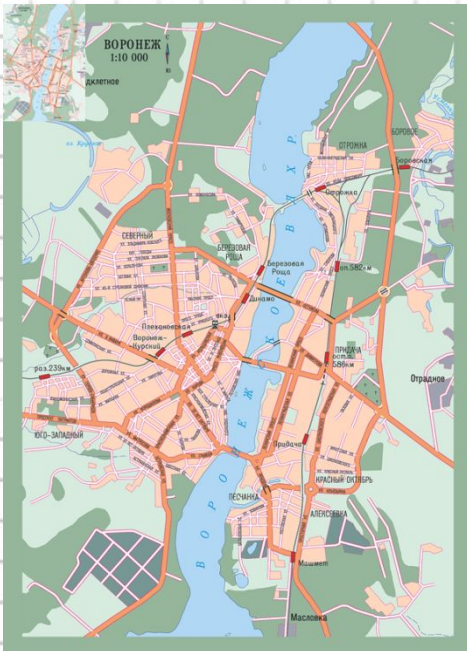
Зависимость градусных мер смежных углов выражается формулой:

$$Y_2 = -1 * Y_1 + 180$$

Y_1 – первый из смежных углов, Y_2 – второй из смежных углов.

География.

□ *Построение географических карт.*



В верхнем правом углу карты указан масштаб 1:10000. Это означает, что расстояние на местности в 10000 раз больше чем расстояние на карте.

Отсюда получаем линейную зависимость:

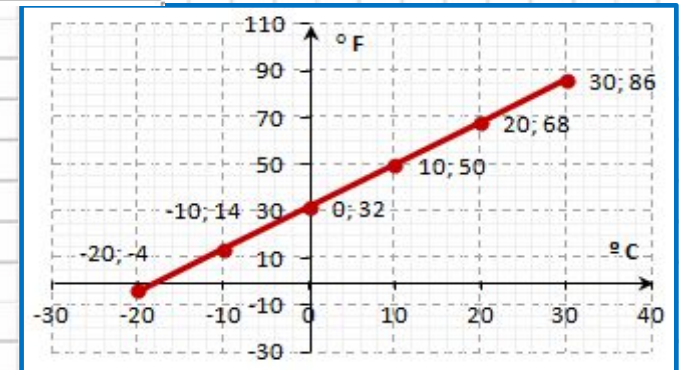
$$Y = 10000 * X$$

□ *Взаимосвязь единиц измерения температуры воздуха.*

Известно, что температуру воздуха можно измерять в градусах Цельсия и по Фаренгейту. Между этими шкалами существует линейная зависимость. Для того, чтобы её установить составим табличку:

	T (по Цельсию)	F (по Фаренгейту)
<u>Температура таяния льда</u>	0	32
Температура кипения воды	100	212

Когда температура по Цельсию возрастает на 1, температура по Фаренгейту вырастет на $(212-32)/100=1.8$. Значит $F=32+1.8T$. Если выразить отсюда T, то получим: $T=5/9(F-32)$.



Психология, медицина.

□ *Количество часов сна в зависимости от возраста ребёнка.*

Медиками установлено, что для нормального развития ребёнок или подросток, которому T лет ($T < 18$), должен спать в сутки t часов,

где t определяется по формуле:

$$t = 17 - T/2.$$

Экономика

□ Выбор оптимального способа выполнения работ

Затраты на перевозку одного и того же груза двумя разными видами транспорта определяются формулами:

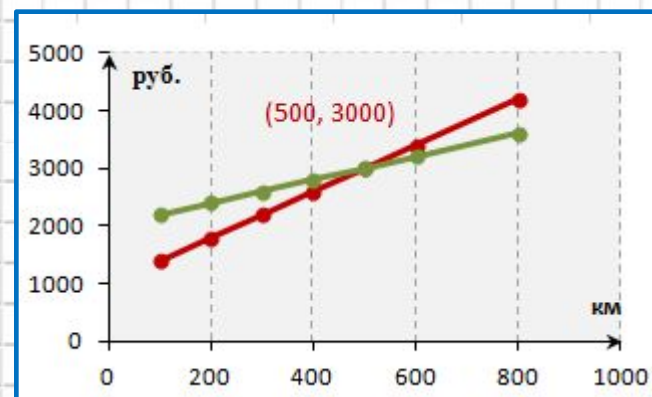
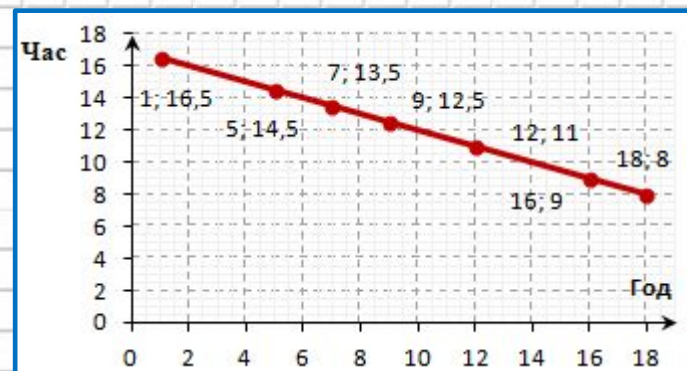
$$Y_1 = 1000 + 4x,$$

$$Y_2 = 2000 + 2x,$$

Где x – расстояние в километрах,
 Y_1, Y_2 – стоимость перевозки в рублях.

При $0 < X < 500$ км, выгоднее пользоваться первым видом транспорта.

Начиная с расстояния в 500 км. экономичнее становится второй вид транспорта.



□ Нахождение равновесной цены.

Спрос — это количество товара, которое хотят и могут приобрести покупатели за определенный период времени при всех возможных ценах на этот товар.

Предложение — это количество товара, которое хотят и могут предложить на рынок продавцы за определенный промежуток времени при всех возможных ценах на этот товар.

*функция спроса задана формулой $Q_1=7-P$, а функция предложения — $Q_2=2*P+5$.*

Q_1 — объём спроса в млн. штук в год,

Q_2 — объём предложения в млн. штук в год,

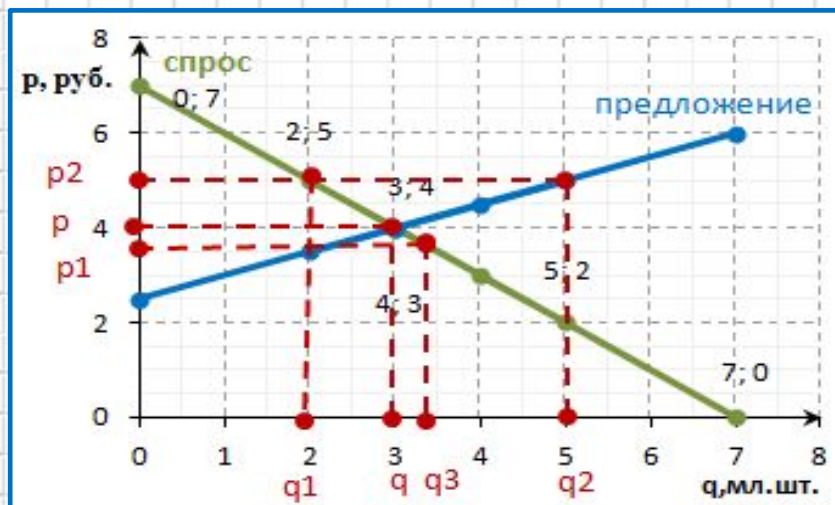
P — цена в тыс. рублей.

Точка пересечения графиков спроса и предложения называется точкой равновесия, а цена P , соответствующая этой точке – равновесной ценой. При этой цене желание и готовность покупателей приобрести товар, а также желание и готовность продавцов его продать совпадают – не будет ни излишков, ни дефицита.

Если продавец захочет продать товар по цене P_2 , то покупатель будет готов купить в количестве Q_1 , а продавец захочет предложить в количестве Q_2 . Тогда $Q_2 - Q_1$ – избыток товара.

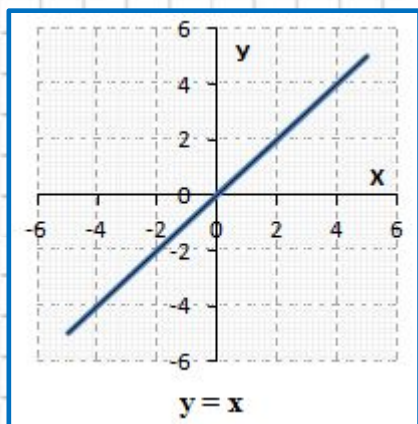
Если цена у продавца будет P_1 , то он сможет предложить товар в количестве Q_1 , а покупатель захочет купить его в количестве Q_3 . Тогда $Q_3 - Q_1$ – дефицит товара.

Поэтому очень важно найти равновесную цену.

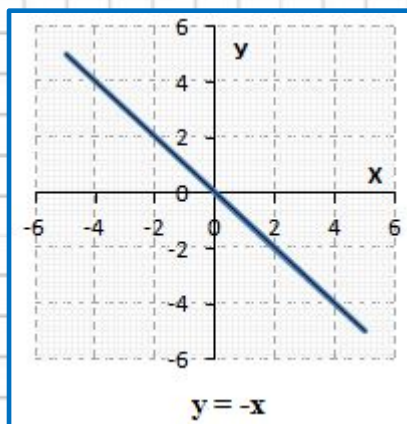


Пословицы как функциональные зависимости.

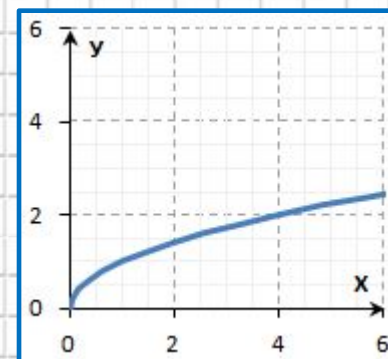
Как аукнется – так и откликнется.



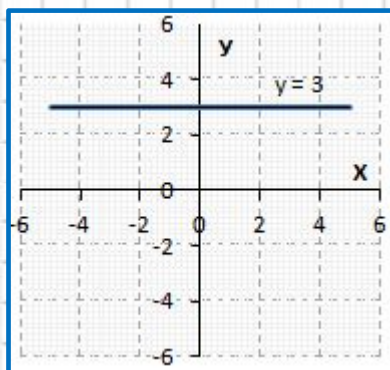
Тише едешь – дальше будешь.



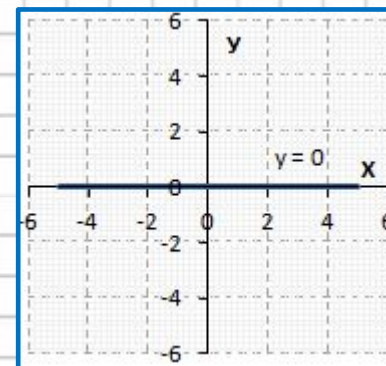
Чем дальше в лес, тем больше дров



Долго думал, да ничего не выдумал



Светит, но не греет




Рисование графиками функций.

Для того, чтобы описать рисунок элементами различных функций надо воспользоваться кусочно-заданной функцией.

Кусочно-заданная функция – это функция, заданная на каждом из интервалов, составляющих область определения, отдельной формулой.

	Формула	Интервал
1	$X=0$	$-5 \leq Y \leq -1$
2	$ X =0,5$	$-5,5 \leq Y \leq -5$
3	$Y=-1$	$-2 \leq X \leq 2$
4	$Y=-5$	$-0,5 \leq X \leq 0,5$
5	$Y=-5,5$	$-0,5 \leq X \leq 0,5$
6	$Y=4* X -5$	$-1 \leq X \leq 2$
7	$Y=2* X -5$	$-2 \leq X \leq 2$
8	$Y=-0,25*X^2$	$-2 \leq X \leq 2$



Работая над рефератом, я поняла, что если к любому делу относиться творчески, с интересом, то даже такая сложная наука, как математика становится более понятной, доступной и интересной, что очень важно.

Не прав тот, кто считает математику скучной и сухой наукой. Еще С. Пуассон сказал: «Жизнь украшается двумя вещами: знанием математики и ее преподаванием».

Карьерный рост, линия жизни, биоритмы, статистические данные, прогресс, регресс и другие отношения мы можем представить в виде линейной или кусочно-линейной функции.

Выводы:

- Величины разной природы могут быть связаны между собой зависимостью одного и того же вида.*
- Математика дает универсальные инструменты для изучения связей, зависимостей между различными величинами. Её изучение делает шире и богаче наши возможности математического описания окружающего мира.*
- Функция - одно из основных математических и общенаучных понятий. Оно сыграло и поныне играет большую роль в познании реального мира. Функция является неотъемлемой частью нашей жизни и науки в целом.*

**Спасибо за
внимание!
До свидания!**

