НЕРАВЕНСТВА

(8 класс)

Неравенства бывают:

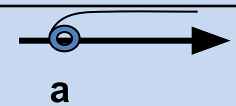
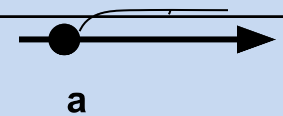
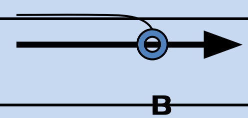
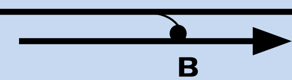
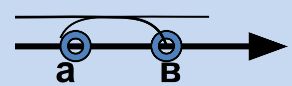
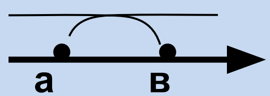
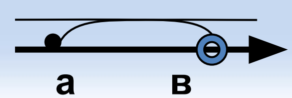
линейные

квадратные

рациональные

иррациональные

Вспомним

Аналитическая модель	Геометрическая модель	Обозначение	Название числовых промежутков
х > а		(а ; + ∞)	открытый луч
х ≥ а		[а ; + ∞)	луч
х < в		(- ∞; в)	открытый луч
х ≤ в		(- ∞; в]	луч
а < х < в		(а ; в)	интервал
а ≤ х ≤ в		[а ; в]	отрезок
а ≤ х < в		[а ; в)	полуинтервал

Изобразите на координатной прямой промежуток

(работаем в парах)

1) [-2;4]

2) (-3;3)

3) (3;+∞)

4) (-∞;4]

5) (-5;+∞)

6) (0;7]

а) $x \geq 2$

в) $x \leq 3$

с) $x > 8$

д) $x < 5$

е) $-4 < x < 7$

ж) $-2 \leq x < 6$

СОДЕРЖАНИЕ

- Линейные неравенства
- Квадратные неравенства

Линейные неравенства

(8 класс)

Математику нельзя изучать, наблюдая как это делает сосед

А. Нивен

Линейные неравенства

Определения:

1) Запись вида **а>в; а≥в** или **а<в; а≤в** называется ***неравенством***
2) Неравенства вида **а≥в**, **а≤в** называются ***нестрогими.***
3) Неравенства вида **а>в**, **а<в** называются ***строгим***
4) **Решением неравенства** с одной переменной называется то значение переменной, которое обращает его **в верное числовое неравенство**

Линейные неравенства

Правила:

1) Любой член неравенства можно переносить из одной части неравенства в другую, изменив его знак на противоположный, при этом ***знак неравенства не изменится***.

<u>Линейные неравенства</u>

<u>Правила:</u>

2) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и тоже положительное число, при этом знак неравенства ***<u>не изменится</u>***.

Линейные неравенства

Правила:

3) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и тоже отрицательное число, при этом знак неравенства ***изменится на противоположный.***

Решим неравенство:

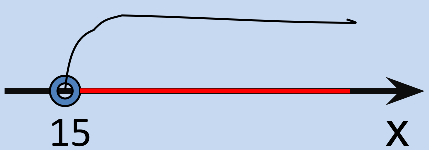
16x>13x+45

Решение:

$16x - 13x > 45$ слагаемое **13х** с противоположным знаком перенесли в левую часть неравенства

$3x > 45$ привели подобные слагаемые

$x > 15$ поделили обе части неравенства на **3**



Ответ: $(15;+\infty)$

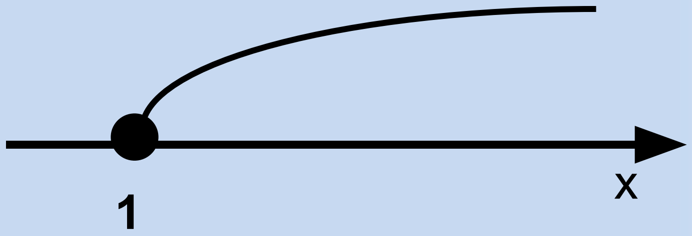
Решить неравенство

$\underline{\mathbf{2x + 4 \geq 6}}$

$2x \geq -4 + 6$

$2x \geq 2$

$x \geq 1$



Ответ: [1;+∞).

Решить неравенства в парах

1) $x+2 \geq 2{,}5x-1$;
2) $x- 0{,}25(x+4)+0{,}5(3x-1) > 3$;
3) $x^2+x < x(x-5)+2$;

<u>Проверим</u>

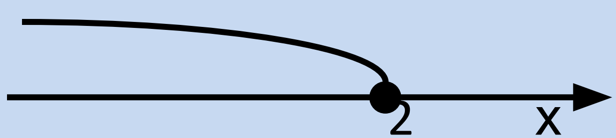
1) **$x+2 \geq 2,5x-1$**

<u>Решение:</u>

$x-2,5x \geq -2-1$

$-1,5x \geq -3$

$x \leq 2$



Ответ: $(-\infty;2]$

2) **$x^2+x < x(x-5)+2$**

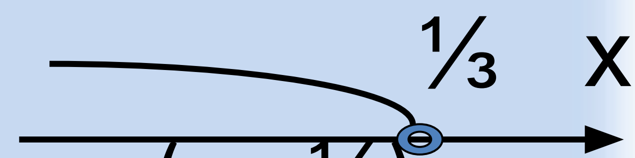
<u>Решение:</u>

$x^2+x < x^2-5x+2$

$\underline{x^2}+x\underline{-x^2}+5x < 2$

$6x < 2$

$x < \frac{1}{3}$



Ответ: $(-\infty;\frac{1}{3})$

Самостоятельная работа по вариантам: решить неравенства

Вариант 1.

1) $3x \leq 21$
2) $-5x < 35$
3) $3x + 6 \leq 3$
4) $2 - 6x > 14$
5) $3 - 9x \leq 1 - x$
6) $5(x+4) < 2(4x-5)$

Вариант 2.

1) $2x \geq 18$
2) $-4x > 16$
3) $5x + 11 \geq 1$
4) $3 - 2x < -1$
5) $17x - 2 \leq 12x - 1$
6) $3(3x-1) > 2(5x-7)$

Проверим ответы

Вариант 1.

1) (-∞;7]
2) (7;∞)
3) (-∞;-1]
4) (-∞;-2)
5) [0,25;∞)
6) (10;∞)

Вариант 2.

1) [9;∞)
2) (-∞;-4)
3) [-2;∞)
4) (2;∞)
5) (-∞;0,5]
6) (-∞;9)

Самостоятельная работа

Найдите наименьшее целое число, являющееся решением неравенства:

1) $2(x-3)-1-3(x-2)-4(x+1) < 0;$
2) $0{,}2(2x+2)-0{,}5(x-1)<2$

Проверим

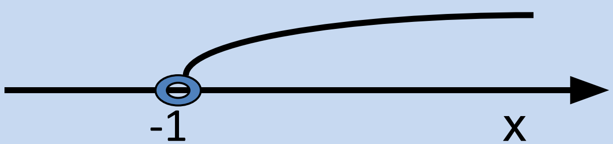
1)

$2(x-3)-1-3(x-2)-4(x+1) < 0$

$2x-6-1-3x+6-4x-4 < 0$

$-5x < 5$

$x > -1$



Ответ: 0

2)

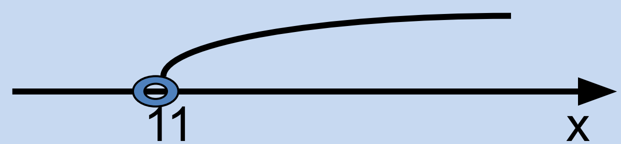
$0{,}2(2x+2)-0{,}5(x-1)<2$

$0{,}4x+0{,}4-0{,}5x+0{,}5<2$

$-0{,}1x < -0{,}9+2$

$-0{,}1x < +1{,}1$

$x > 11$



Ответ: 12

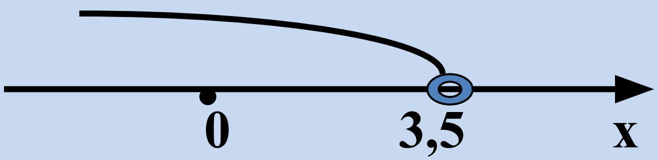
Решаем сами

Найдите наименьшее натуральное число, являющееся решением неравенства **$3x-3 < x+4$**

Решение: $3x - x < 3+4$

$$2x < 7$$

$$x < 3{,}5$$



Ответ: **1**

КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

(8 класс)

Математику нельзя изучать, наблюдая как это делает сосед.

А. Нивен

Квадратные неравенства

Определение: ***Квадратным*** называется неравенство, левая часть которого − ***квадратный трёхчлен,*** а правая часть равна ***нулю:***

$ax^2+bx+c>0$ $\quad$ $ax^2+bx+c\geq 0$

$ax^2+bx+c<0$ $\quad$ $ax^2+bx+c\leq 0$

- ***Решением неравенства*** с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство
- ***Решить неравенство*** − это значит найти все его решения или установить, что их нет.

Являются ли следующие неравенства квадратными?

А) $4y^2 - 5y + 7 > 0$

Б) $2x - 4 > 0$

В) $4x^2 - 2x \geq 0$

Г) $3y - 5y^2 + 7 < 0$

Д) $4 - 6x + 5x^2 \leq 0$

Е) $5y^4 + 3y - 6 < 0$

Основные способы решения квадратных неравенств:

1) Метод интервалов
2) Графический метод

Запомним

Чтобы решить квадратное неравенство $ax^2+вx+c>0$ методом интервалов надо:

1) Найти корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2+вx+c=0$;

2) Корни уравнения нанести на числовую ось;

3) Разделить числовую ось на **интервалы**;

3) Определить знаки функции в каждом из интервалов;

4) Выбрать подходящие интервалы и записать ответ.

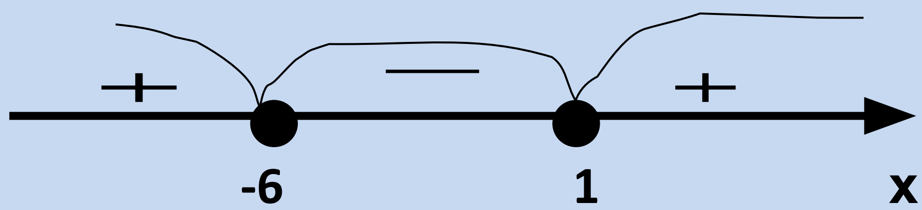
Решим квадратное неравенство методом интервалов

Дано неравенство: $\mathbf{x^2 + x - 6 \geq 0}$

Решение: 1) решим соответствующее квадратное уравнение $\mathbf{x^2 + 5x - 6 = 0.}$

Т.к. а+в+с=0, то $\mathbf{x_1 = 1}$, а $\mathbf{x_2 = -6}$

2)



3) Запишем ответ:

$\mathbf{(-\infty; -6] \cup [1; +\infty)}$

Работаем в парах

Решить неравенства:

1) $x^2-3x<0$;
2) $x^2-4x>0$;
3) $x^2+2x\geq0$;
4) $-2x^2+x+1\leq0$

Проверим ответы:

1) $(0;3)$
2) $(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$
3) $(-\infty;-2]\cup[0;+\infty)$
4) $(-\infty;-0{,}5]\cup[1;+\infty)$

Решите неравенства методом интервалов самостоятельно

Решить неравенства

1) $x(x+7)\geq 0$;
2) $(x-1)(x+2)\leq 0$;
3) $x- x^2+2<0$;
4) $-x^2-5x+6>0$;

5) $x(x+2)<15$

Проверим ответы:

1) $(-\infty;-7]\cup[0; +\infty)$
2) $[-2;1]$
3) $(-\infty;-1)\cup(2; +\infty)$
4) $(-6;1)$
5) $(-5;3)$

Графический метод решения квадратного неравенства

1).Определить направление ветвей параболы, по знаку первого коэффициента квадратичной функции.

2).Найти корни соответствующего квадратного уравнения;

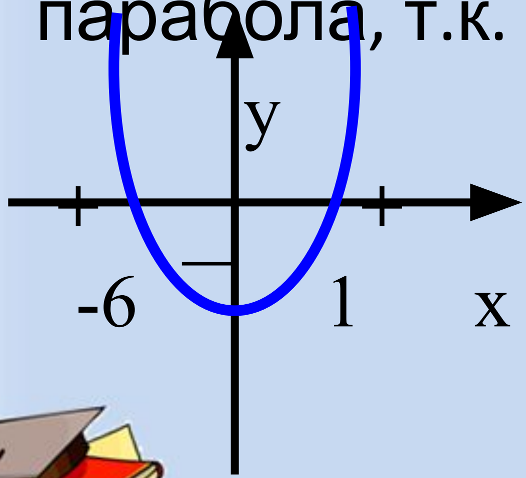
3). Построить эскиз графика и по нему определить промежутки, на которых квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения

Например

Решить графически неравенство
$x^2+5x-6\leq 0$

Решение: рассмотрим $y = x^2+5x-6$,

это квадратичная функция, графиком является парабола, т.к. а=1, то ветви направлены вверх.



Ответ: [-6;1]

Решите графически неравенства (работаем в парах)

1) $x^2-3x<0$;

2) $x^2-4x>0$;

3) $x^2+2x\geq 0$;

4) $-2x^2+x+1\leq 0$

Проверим ответы:

1) $(0;3)$
2) $(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$
3) $(-\infty;-2]\cup[0;+\infty)$
4) $(-\infty;-0,5]\cup[1;+\infty)$

Используемые ресурсы

- А.Г. Мордкович, Алгебра 8 класс, М., Мнемозина, 2011
- А.Н. Рурукин и др., Поурочные разработки по алгебре 8 класс, М., Вако, 2011

Автор и источник заимствования неизвестен

Источники изображений

http://www.istina.org/Video/Glbs.JPG

http://www.ufps.kamchatka.ru/uploads/news/school_/Colorful%20notebooks%20and%20pen.jpg

http://88.198.21.149/images/photoframes/2010/6/02/17/55/ZkYjfVBHuYRh97SNf65.jpg

http://psychology.careeredublogs.com/files/2010/02/school.jpg