

Формулы приведения

Разработка урока алгебры и начал анализа.
10 класс (базовый уровень).
Учитель: Москвина С.Г.

Цели урока:

- повторить с помощью единичной окружности поведение тригонометрических функций при изменении угла;
- получить из формул сложения формулы приведения;
- ввести мнемоническое правило для более удобного запоминания формул приведения;
- формировать умения и навыки учащихся в решении упражнений на применение новых знаний,
- развивать у учащихся умение мыслить, наблюдательность, навыки самопроверки и объективной самооценки;
- воспитывать навыки коммуникативности.

Тип урока: изучение нового материала

Оборудование и материалы для урока: проектор, интерактивная доска Interwrite, презентация для сопровождения урока, созданная в среде PowerPoint, маркерная доска

Учебник: Ю.М. Колягин, под. ред. А.Б. Жижченко. Алгебра и начала анализа. 10 кл. М.: Просвещение, 2014.

Ход урока

I. Организационный момент

Проверка готовности учащихся к уроку. Настрой учащихся на урок.

II. Актуализация опорных знаний учащихся

2.1. Один учащийся решает у доски (маркерная) упражнение :

Вычислить с помощью формул сложения $\cos 120^\circ$ и $\sin 135^\circ$

2.2. Фронтальный опрос учащихся:

- Что мы называем синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом угла α ?
- На модели тригонометрического круга покажите углы 194° , 273° , 372° , 278° . Назовите четверть углов.
- Назовите граничные углы в пределах от 0 до 2π
- Назовите синус, косинус углов 90° , 180° , 270°
- На модели тригонометрического круга покажите углы

$$\frac{\pi}{2} + \alpha, 2\pi - \alpha, \pi + \alpha, \frac{3\pi}{2} - \alpha.$$

Назовите четверть углов, знаки тригонометрических функций.

На модели тригонометрического круга покажите углы и назовите четверть, в которой располагается данный угол

- 194° **третья**
- 126° **вторая**
- 372° **первая**
- 278° **четвертая**

- Назовите граничные углы в пределах от 0 до 2π .
- Чему равен $\sin 90^{\circ}$, $\cos 90^{\circ}$, $\sin \pi$, $\cos \pi$, $\sin 270^{\circ}$, $\cos 270^{\circ}$.
- Представьте углы 194° , 126° , 372° , 278° в виде суммы граничного и острого.

На модели тригонометрического круга покажите углы, назовите четверть и знаки тригонометрических функций этих углов

$$\frac{\pi}{2} + \alpha$$

вторая

$$2\pi - \alpha$$

четвёртая

$$\pi + \alpha$$

третья

$$\frac{3\pi}{2} - \alpha$$

третья

Ход урока

2.3 Ответ учащегося у доски

2.4 Продолжение фронтального опроса. Постановка проблемы.

- Чему равен $\cos 30^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\cos 390^\circ$, $\sin 420^\circ$, $\cos \frac{\pi}{4}$, $\cos \frac{9\pi}{4}$, $\cos \frac{5\pi}{4}$?
- Как вы считали? (представили угол в виде суммы граничного угла и острого и воспользоваться определением синуса, косинуса и формулами сложения)
- Нельзя ли это сделать проще? (Надо доказать новые формулы). Как вы думаете как они называются? Почему?
- Как называется тема урока?
- Какие задачи урока?
- Учащиеся формулируют тему урока и задачи. Записывают тему урока в тетрадь.

- Чему равен $\cos 30^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\cos 390^\circ$, $\sin 420^\circ$,

$$\cos \frac{\pi}{4}, \cos \frac{9\pi}{4}, \cos \frac{5\pi}{4} ?$$



Формулы приведения

Цели урока:

- доказать формулы приведения;
- рассмотреть примеры применения формул приведения к вычислению тригонометрических функций различных углов

Ход урока

III. Изучение нового материала

3.1 Определение

Формулируется определение формул приведения.

3.2 Доказательство формул с помощью формул сложения

А) Две формулы доказали на предыдущих уроках

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

Б) Работа по группам:

доказать формулу, используя формулы сложения

$$1) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$2) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$3) \cos(\pi - \alpha) =$$

$$4) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) =$$

$$5) \sin(\pi + \alpha) =$$

$$6) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) =$$

Определение

Формулами приведения называют формулы, позволяющие привести тригонометрические функции аргументов

$$\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \pi \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha.$$

к аргументу α

ИЗВЕСТНЫ!

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

Работа по группам:

доказать формулу, используя формулы сложения

$$1) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$2) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$3) \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$4) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$5) \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$6) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

Ход урока

В) После доказательства представители групп записывают результат на слайд. Осуществляется проверка с помощью анимации.

3.3 Вывод правила записи формул приведения

- Формулы приведения можно представить в таблице.
- Используя определение тангенса и котангенса и доказанные только что формулы можно получить ещё столько же формул приведения.
- Можно составить таблицу в 2 раза больше предыдущей.
- Легко ли все эти формулы запомнить? (нет)
- Давайте найдём закономерность.
- Учащиеся выдвигают гипотезы
- Вводится мнемоническое правило для более удобного запоминания формул приведения:

Формулы приведения

β	$\pi/2 - \alpha$	$\pi/2 + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$3\pi/2 - \alpha$	$3\pi/2 + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
cos	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
sin	$\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$

Формулы приведения

β	$\pi/2 - \alpha$	$\pi/2 + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$3\pi/2 - \alpha$	$3\pi/2 + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
cos	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
sin	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
tg	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
ctg	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

Мнемоническое правило записи формулы приведения

1. В правой части формулы ставится тот знак, который имеет левая часть при условии $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
2. Если в левой части формулы угол равен $\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус заменяется на косинус, тангенс - на котангенс и наоборот.
Если угол равен $\pi \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha$, то замены не происходит.

Ход урока

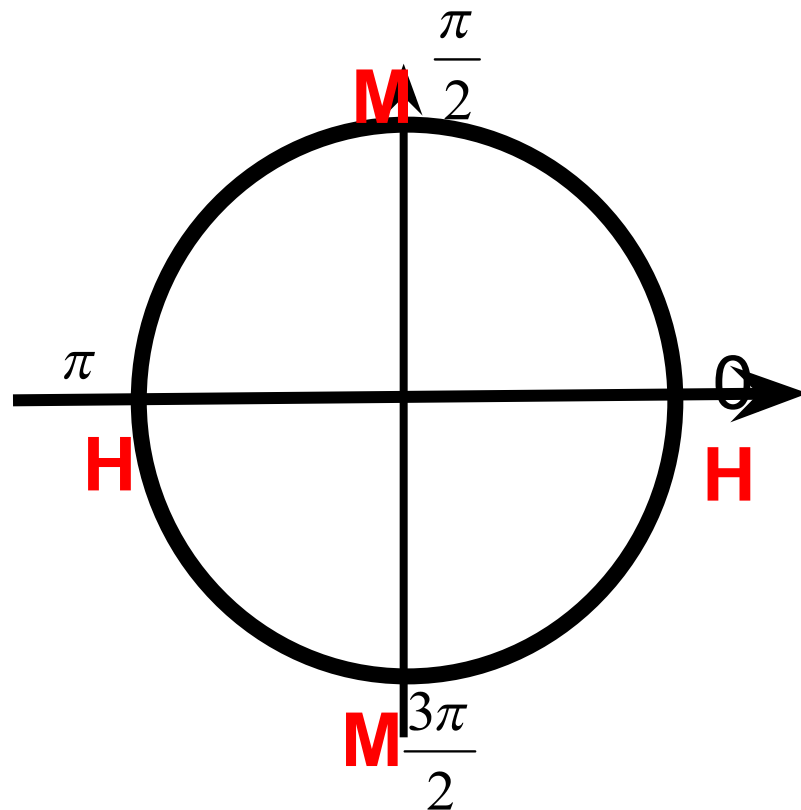
3.4 Известен и менее формальный вариант этого правила – “лошадиное правило”.

Учитель формулирует правило.

В старые добрые времена жил рассеянный математик, который при поиске ответа на вопрос 2, смотрел на свою ученую лошадь, а она кивала головой вдоль той оси координат, которой принадлежала точка, соответствующая первому слагаемому аргумента . Если лошадь кивала головой вдоль оси Oy , то математик считал, что получен ответ “да, менять”, если вдоль оси Ox , то “нет, не менять”.

«Лошадиное правило»

- В старые добрые времена жил рассеянный математик, который при поиске ответа на вопрос 2, смотрел на свою ученую лошадь, а она кивала головой вдоль той оси координат, которой принадлежала точка, соответствующая граничному углу.
- Если лошадь кивала головой вдоль оси Oy , то математик считал, что получен ответ “да, менять”,
- если вдоль по оси Ox , то “нет, не менять”.



Ход урока

IV. Закрепление изученного материала:

4.1 Воспользовавшись мнемоническим правилом записать формулу приведения.

Первую формулу записывает учитель с комментированием.

Вторую записывает ученик с комментированием у доски. Третью ученик комментирует с места.

$$1) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$2) \operatorname{tg}(\pi + \alpha) =$$

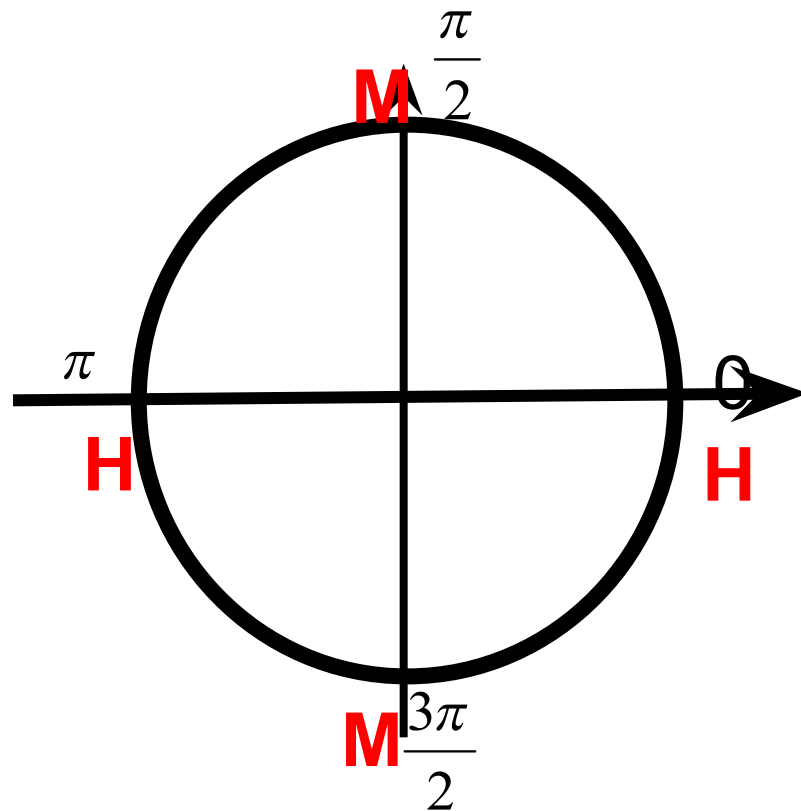
$$3) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$

Воспользовавшись мнемоническим
правилом записать формулу приведения

$$1) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$2) \operatorname{tg}(\pi + \alpha) =$$

$$3) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$



Ход урока

4.2 Где же применяются формулы приведения?

- Одно из применений – это нахождение значений тригонометрических функций различных углов.
- Примеры на вычисление: 1) $\cos 120^\circ =$
2) $\sin 135^\circ =$
3) $\cos \frac{5\pi}{4} =$
- Первый пример показывает учитель, второй и третий решают учащиеся по желанию с комментариями у доски

4.3 Самостоятельное решение упражнений

- Вычислите:
1) $\cos 225^\circ =$ 2) $\sin 315^\circ =$
3) $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} =$ 4) $\cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right) =$

Примеры на вычисление:

$$1) \cos 120^\circ =$$

$$2) \sin 135^\circ =$$

$$3) \cos \frac{5\pi}{4} =$$

Вычислите самостоятельно:

$$1) \cos 225^\circ =$$

$$2) \sin 315^\circ =$$

$$3) \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} =$$

$$4) \cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right) =$$

Ход урока

4.4. Найдите ошибку (работа в парах)

- Найдите ошибки. Составьте ключевое слово, выбрав неверные равенства.

$$1) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg}\alpha \quad (\partial)$$

$$2) \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \quad (\kappa)$$

$$3) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \operatorname{ctg}\alpha \quad (\text{ж})$$

$$4) \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3} \quad (\sigma)$$

$$5) \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha \quad (\text{и})$$

$$6) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha \quad (\text{в})$$

$$7) \cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha \quad (\rho)$$

$$8) \sin 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{а})$$

- Ключевое слово – джива (в переводе с индийского синус). Учащимся, получившим верное слово, выставляется отметка «5», тем, у кого одна неверная буква – «4».

Найдите ошибки. Составьте ключевое слово, выбрав неверные равенства

1) $ctg\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -ctg\alpha$

Д

2) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$

К

3) $tg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = ctg\alpha$

Ж

4) $tg \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$

О

5) $ctg(\pi - \alpha) = ctg\alpha$

И

6) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$

В

7) $\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$

Р

8) $\sin 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

А

ДЖИВА

Ход урока

V. Историческая справка о понятиях «синус» и «косинус»

- Один учащийся рассказывает материал, подготовленный дома

VI. Подведение итогов урока:

- Что узнали, чему научились на уроке?
- Учащиеся формулируют «мнемоническое» правило и говорят о применении формул.

VII. Домашнее задание:

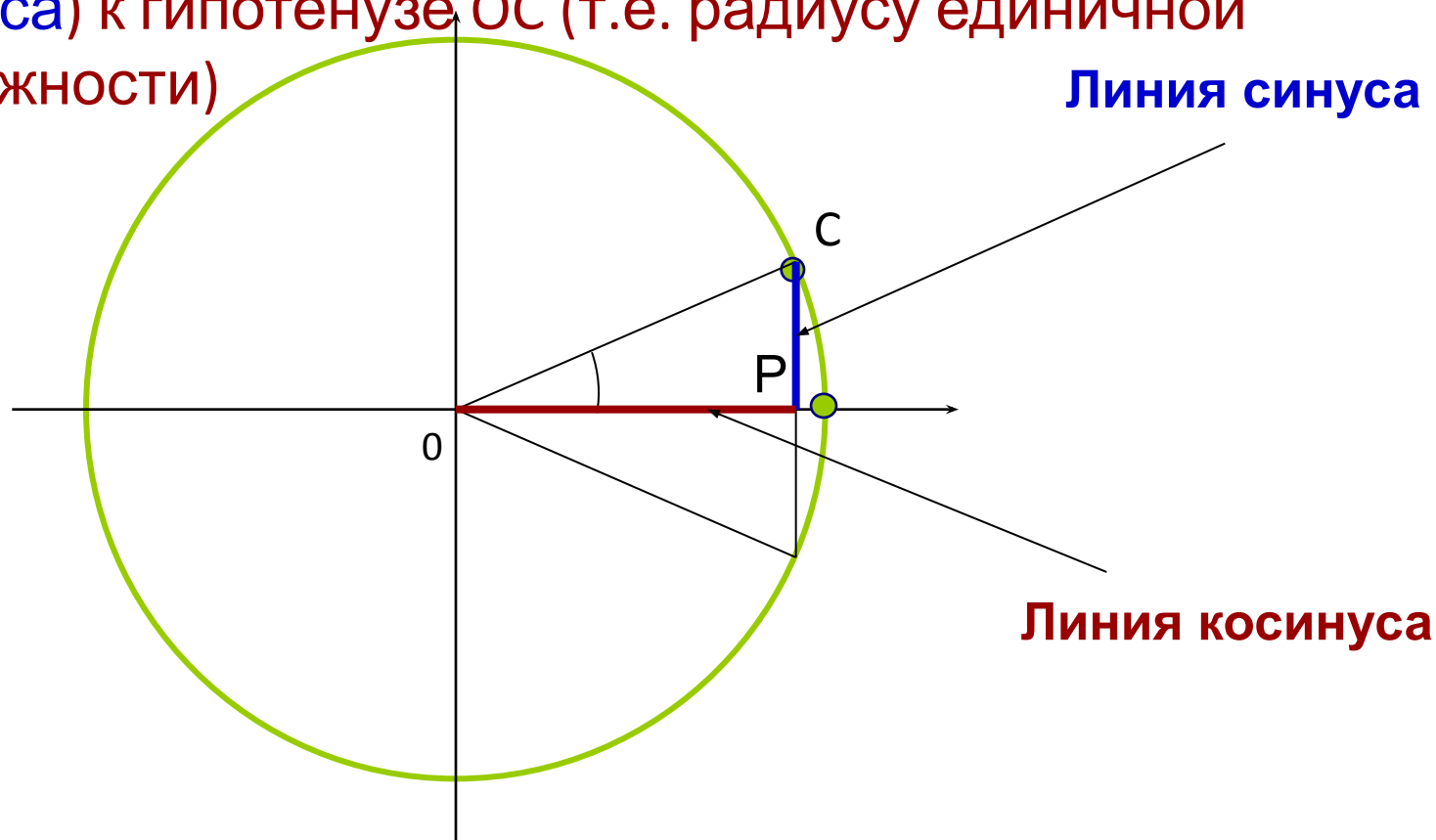
- выучить мнемоническое правило для формул приведения (записать в тетрадь стр. 295);
- № 154, 155 чёт (всем), 158 чёт (по желанию);
- Презентация об Эйлере (по желанию).

Греки по углам вычисляли хорды

Индийские астрономы в IV - V вв.

перешли к полухордам (в точности - линия синуса)

Мы понимаем под синусом угла α в прямоугольном треугольнике OPC отношение катета PC (линия синуса) к гипотенузе OC (т.е. радиусу единичной окружности)



- Термины «синус» и «косинус» пришли к нам от индийцев.
- Полухорду индийцы называли «ардхаджива» (в переводе с санскрита - «половина тетевы лука»), а потом сократили до «джива».
- Мусульманские астрономы и математики восприняли его как «джиба», а затем оно превратилось в «джайб» (на арабском - «выпуклость», «пазуха»).
- Наконец в XII веке «джайб» буквально перевели на латынь словом *sinus*, которое не имело никакого отношения к обозначаемому им понятию.
- Санскритское «котиджива» - синус остатка(до 90°), а на латинском - *sinus complementi*, т.е. синус дополнения, в XVII в. сократилось до слова «косинус»

Домашнее задание

- выучить мнемоническое правило для формул приведения (записать в тетрадь стр. 295);
- № 154, 155 чёт (всем),
158 чёт (по желанию).
- Презентация об Эйлере (по желанию).