МАОУ СОШ № 9 им. Дьякова П.М.

# Формулы приведения

Разработка урока алгебры и начал анализа.
10 класс (базовый уровень).
Учитель: Москвина С.Г.

г. Калининград

# Цели урока:

- повторить с помощью единичной окружности поведение тригонометрических функций при изменении угла;
- получить из формул сложения формулы приведения;
- ввести мнемоническое правило для более удобного запоминания формул приведения;
- формировать умения и навыки учащихся в решении упражнений на применение новых знаний,
- развивать у учащихся умение мыслить, наблюдательность, навыки самопроверки и объективной самооценки;
- воспитывать навыки коммуникативности.

**Тип урока:** изучение нового материала

**Оборудование и материалы для урока**: проектор, интерактивная доска Interwrite, презентация для сопровождения урока, созданная в среде PowerPoint**,** маркерная доска

**Учебник:** Ю.М. Колягин, под. ред. А.Б. Жижченко. Алгебра и начала анализа. 10 кл. М.: Просвещение, 2014.

# Ход урока

**I.Организационный момент**

Проверка готовности учащихся к уроку. Настрой учащихся на урок.

**II.Актуализация опорных знаний учащихся**

2.1.Один учащийся решает у доски (маркерная) упражнение :

*Вычислить с помощью формул сложения* $\cos 120^\circ$ *и* $\sin 135^\circ$

2.2.Фронтальный опрос учащихся:

- Что мы называем синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом угла α?
- На модели тригонометрического круга покажите углы 194˚, 273˚, 372˚, 278˚. Назовите четверть углов.
- Назовите граничные углы в пределах от 0 до 2π
- Назовите синус, косинус углов 90°, 180°, 270°
- На модели тригонометрического круга покажите углы

$$\frac{\pi}{2}+\alpha,\ 2\pi-\alpha,\ \pi+\alpha,\ \frac{3\pi}{2}-\alpha.$$

Назовите четверть углов, знаки тригонометрических функций.

На модели тригонометрического круга покажите углы и назовите четверть, в которой располагается данный угол

- $194^0$, **третья**
- $126^0$, **вторая**
- $372^0$, **первая**
- $278^0$. **четвертая**

- Назовите граничные углы в пределах от 0 до 2π.
- Чему равен sin90º,cos90º, sin π, cos π , sin270º,cos270º.
- Представьте углы $194^0$ ,$126^0$, $372^0$ , $278^0$ в виде суммы граничного и острого.

# На модели тригонометрического круга покажите углы, назовите четверть и знаки тригонометрических функций этих углов

$\dfrac{\pi}{2} + \alpha$ **вторая**

$2\pi - \alpha$ **четвёртая**

$\pi + \alpha$ **третья**

$\dfrac{3\pi}{2} - \alpha$ **третья**

# Ход урока

2.3 Ответ учащегося у доски

2.4 Продолжение фронтального опроса. Постановка проблемы.

- Чему равен $\cos 30^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\cos 390^\circ$, $\sin 420^\circ$, $\cos\frac{\pi}{4}, \cos\frac{9\pi}{4}, \cos\frac{5\pi}{4}$?
- Как вы считали? (представили угол в виде суммы граничного угла и острого и воспользоваться определением синуса, косинуса и формулами сложения)
- Нельзя ли это сделать проще? (Надо доказать новые формулы). Как вы думаете как они называются? Почему?
- Как называется тема урока?
- Какие задачи урока?
- Учащиеся формулируют тему урока и задачи. Записывают тему урока в тетрадь.

- Чему равен $\cos 30^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\cos 390^\circ$, $\sin 420^\circ$,

$$cos\frac{\pi}{4}, \cos\frac{9\pi}{4}, \cos\frac{5\pi}{4}?$$

# Формулы приведения

**Цели урока:**

- доказать формулы приведения;
- рассмотреть примеры применения формул приведения к вычислению тригонометрических функций различных углов

# Ход урока

**III.Изучение нового материала**

<u>*3.1 Определение*</u>

Формулируется определение формул приведения.

*3.2 Доказательство формул с помощью формул сложения*

А) Две формулы доказали на предыдущих уроках

$$cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha \qquad \sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$$

Б) Работа по группам:

доказать формулу, используя формулы сложения

$$1)\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)= \qquad 2)\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=$$

$$3)\cos(\pi-\alpha)= \qquad 4)\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=$$

$$5)\sin(\pi+\alpha)= \qquad 6)\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=$$

***Определение***

Формулами приведения называют формулы, позволяющие привести тригонометрические функции аргументов

$$\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \pi \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha.$$

к аргументу $\alpha$

# Известны!

$$cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos\alpha$$

## Работа по группам:

**доказать формулу, используя формулы сложения**

$$1)\ \cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)= \qquad -\sin\alpha$$

$$2)\ \sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)= \qquad \cos\alpha$$

$$3)\ \cos(\pi-\alpha)= \qquad -\cos\alpha$$

$$4)\ \sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)= \qquad -cos\alpha$$

$$5)\ \sin(\pi+\alpha)= \qquad -\sin\alpha$$

$$6)\ \cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)= \qquad \sin\alpha$$

# Ход урока

В) После доказательства представители групп записывают результат на слайд. Осуществляется проверка с помощью анимации.

*3.3 Вывод правила записи формул приведения*

- Формулы приведения можно представить в таблице.

-Используя определение тангенса и котангенса и доказанные только что формулы можно получить ещё столько же формул приведения.

- Можно составить таблицу в 2 раза больше предыдущей.

- Легко ли все эти формулы запомнить? (нет)

- Давайте найдём закономерность.

-Учащиеся выдвигают гипотезы

- Вводится мнемоническое правило для более удобного запоминания формул приведения:

# Формулы приведения

| β | π/2 - α | π/2 + α | π - α | π + α | 3π/2 - α | 3π/2+ α | 2π - α | 2π + α |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **cos** | sin α | - sin α | -cos α | -cos α | - sin α | sin α | cos α | cos α |
| **sin** | cos α | -cos α | sin α | -sin α | -cos α | cos α | -sin α | sin α |

# Формулы приведения

| β | π/2 - α | π/2 + α | π - α | π + α | 3π/2 - α | 3π/2+ α | 2π - α | 2π + α |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **cos** | sin α | - sin α | -cos α | -cos α | - sin α | sin α | cos α | cos α |
| **sin** | cos α | cos α | sin α | -sin α | -cos α | -cos α | -sin α | sin α |
| **tg** | ctg α | -ctg α | -tg α | tg α | ctg α | -ctg α | -tg α | tg α |
| **ctg** | tg α | -tg α | -ctg α | ctg α | tg α | -tg α | -ctg α | ctg α |

# Мнемоническое правило записи формулы приведения

1. В правой части формулы ставится тот знак, который имеет левая часть при условии $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

2. Если в левой части формулы угол равен

$\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha$ , то синус заменяется на косинус, тангенс - на котангенс и наоборот.

Если угол равен $\pi \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha$ , то замены не происходит.

# Ход урока

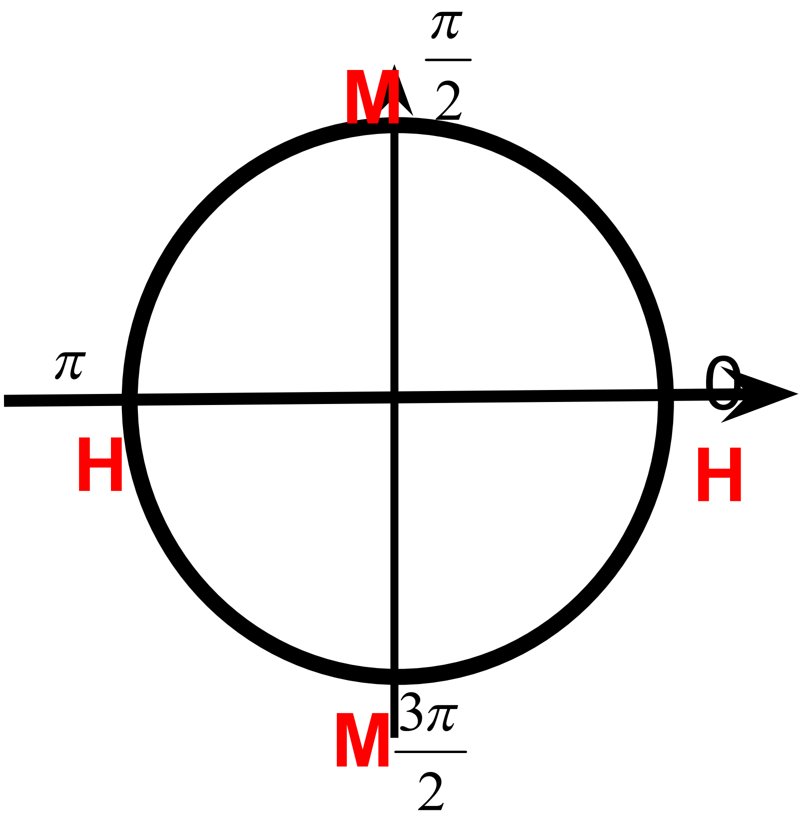
*3.4 Известен и менее формальный вариант этого правила – “пошадиное правило”.*

Учитель формулирует правило.

В старые добрые времена жил рассеянный математик, который при поиске ответа на вопрос 2, смотрел на свою ученую лошадь, а она кивала головой вдоль той оси координат, которой принадлежала точка, соответствующая первому слагаемому аргумента . Если лошадь кивала головой вдоль оси Оу, то математик считал, что получен ответ “да, менять”, если вдоль оси Ох, то “нет, не менять”.

# «Лошадиное правило»

- В старые добрые времена жил рассеянный математик, который при поиске ответа на вопрос 2, смотрел на свою ученую лошадь, а она кивала головой вдоль той оси координат, которой принадлежала точка, соответствующая граничному углу.
- Если лошадь кивала головой вдоль оси Оу, то математик считал, что получен ответ “да, менять”,
- если вдоль по оси Ох, то “нет, не менять”.



# Ход урока

**IV.Закрепление изученного материала:**

*4.1 Воспользовавшись мнемоническим правилом записать формулу приведения.*

Первую формулу записывает учитель с комментированием. Вторую записывает ученик с комментированием у доски. Третью ученик комментирует с места.

$$1)\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=$$

$$2)tg(\pi+\alpha)=$$

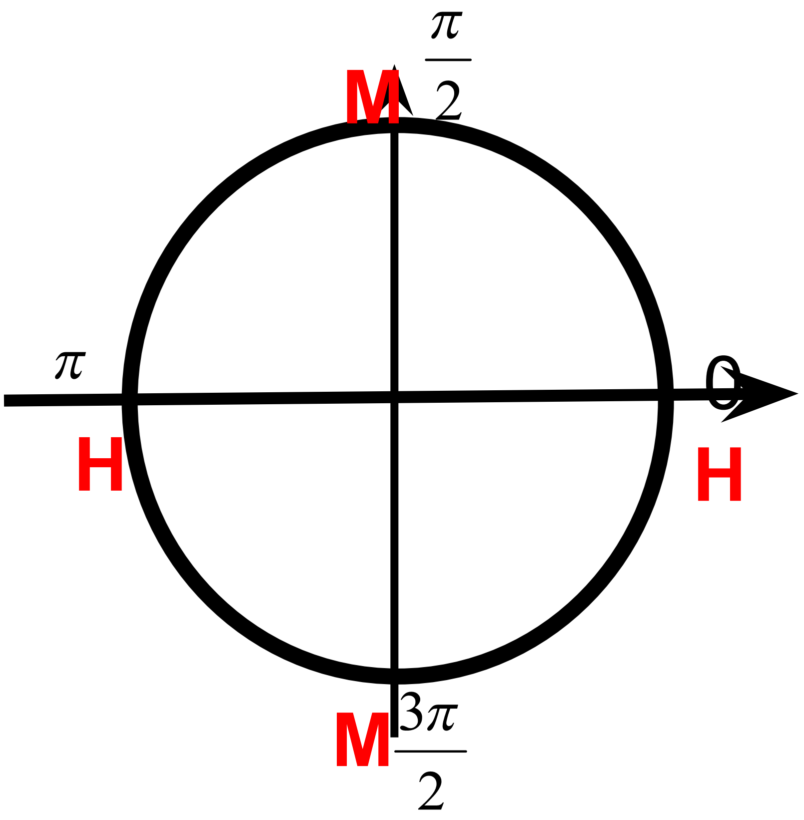
$$3)ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$$

# Воспользовавшись мнемоническим правилом записать формулу приведения

$$1)\ \sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=$$

$$2)\ tg(\pi+\alpha)=$$

$$3)\ ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$$



# Ход урока

*4.2 Где же применяются формулы приведения?*

- Одно из применений – это нахождение значений тригонометрических функций различных углов.
- Примеры на вычисление: $1)\cos 120° =$

$$2)\sin 135° =$$

$$3)\cos\frac{5\pi}{4} =$$

- Первый пример показывает учитель, второй и третий решают учащиеся по желанию с комментариями у доски

*4.3 Самостоятельное решение упражнений*

- Вычислите:

$$1)\cos 225° = \qquad 2)\sin 315° =$$

$$3)tg\frac{3\pi}{4} = \qquad 4)\cos(-\frac{7\pi}{3}) =$$

## Примеры на вычисление:

$$1)\ \cos 120^\circ =$$

$$2)\ \sin 135^\circ =$$

$$3)\ \cos \frac{5\pi}{4} =$$

# Вычислите самостоятельно:

$$1)\cos 225^\circ =$$

$$2)\sin 315^\circ =$$

$$3)tg\,\frac{3\pi}{4} =$$

$$4)\cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right) =$$

# Ход урока

4.4. *<u>Найдите ошибку</u>* (работа в парах)

- Найдите ошибки. Составьте ключевое слово, выбрав неверные равенства.

$$1)\ ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-ctg\alpha \qquad (\partial)$$

$$2)\ \sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha \qquad (\kappa)$$

$$3)\ tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=ctg\alpha \qquad (ж)$$

$$4)\ tg\frac{2\pi}{3}=-\sqrt{3} \qquad (o)$$

$$5)\ ctg(\pi-\alpha)=ctg\alpha \qquad (u)$$

$$6)\ \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha \qquad (в)$$

$$7)\ \cos(2\pi+\alpha)=\cos\alpha \qquad (p)$$

$$8)\ \sin 210^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (a)$$

- Ключевое слово – джива (в переводе с индийского синус). Учащимся, получившим верное слово, выставляется отметка «5», тем, у кого одна неверная буква – «4».

# Найдите ошибки. Составьте ключевое слово, выбрав неверные равенства

$1) ctg(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=-ctg\alpha$ — д

$2) \sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$ — к

$3) tg(\frac{\pi}{2}+\alpha)=ctg\alpha$ — ж

$4) tg\frac{2\pi}{3}=-\sqrt{3}$ — о

$5) ctg(\pi-\alpha)=ctg\alpha$ — и

$6) \cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha$ — в

$7) \cos(2\pi+\alpha)=\cos\alpha$ — р

$8) \sin 210^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ — а

**ДЖИВА**

# Ход урока

**V. Историческая справка о понятиях «синус» и «косинус»**

- Один учащийся рассказывает материал, подготовленный дома

**VI.Подведение итогов урока:**

- Что узнали, чему научились на уроке?
- Учащиеся формулируют «мнемоническое» правило и говорят о применении формул.

**VII. Домашнее задание:**

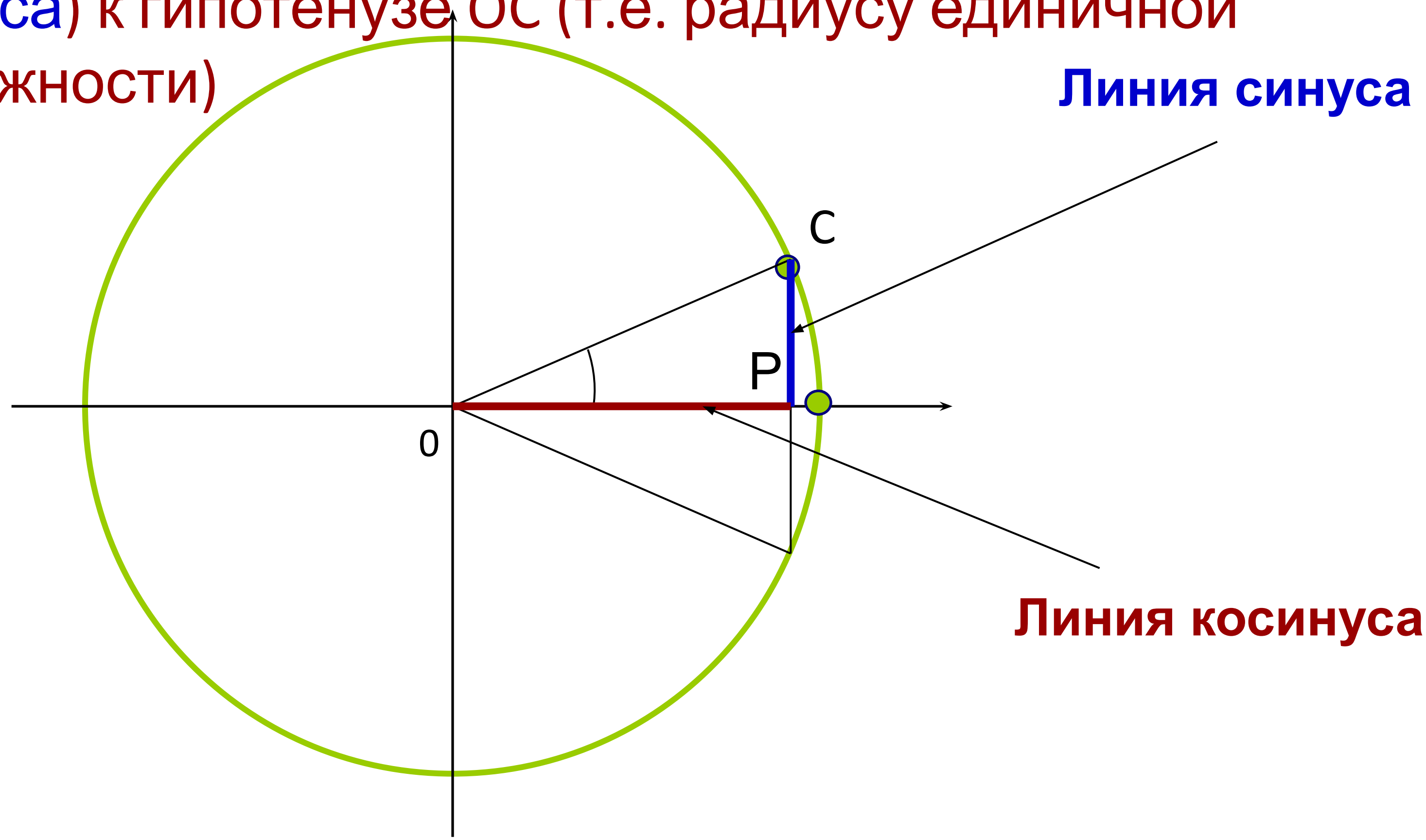
- выучить мнемоническое правило для формул приведения (записать в тетрадь стр. 295);
- № 154, 155 чёт (всем), 158 чёт (по желанию);
- Презентация об Эйлере (по желанию).

**Греки по углам вычисляли хорды**

Индийские астрономы в IV - V вв.

перешли к полухордам (в точности - линия синуса)

Мы понимаем под синусом угла α в прямоугольном треугольнике OPC отношение катета PC (линия синуса) к гипотенузе OC (т.е. радиусу единичной окружности)



- Термины «синус» и «косинус» пришли к нам от индийцев.
- Полухорду индийцы называли «ардхаджива» (в переводе с санскрита - «половина тетевы лука»), а потом сократили до «джива».
- Мусульманские астрономы и математики восприняли его как «джиба», а затем оно превратилось в «джайб» (на арабском - «выпуклость», «пазуха»).
- Наконец в XII веке «джайб» буквально перевели на латынь словом sinus, которое не имело никакого отношения к обозначаемому им понятию.
- Санкскритское «котиджива» - синус остатка(до 90º), а на латинском -sinus complementi, т.е. синус дополнения, в XVII в. сократилось до слова «косинус»

# Домашнее задание

- выучить мнемоническое правило для формул приведения (записать в тетрадь стр. 295);
- № 154, 155 чёт (всем),
  158 чёт (по желанию).
- Презентация об Эйлере (по желанию).