

**Муниципальное бюджетное  
общеобразовательное учреждение  
Башкирская гимназия села Учалы**

**Исследовательский проект на тему:  
“Графический способ решения уравнений с  
параметром”**

**Научный руководитель:  
Учитель математики  
Хамматова Р.Н**

**Выполнила: Фаткуллина Альбина  
Башкирская  
гимназия с.Учалы, 10 б класс**

При изучении курса математики я пришла к мысли, что математика имеет широкую возможность к исследованию окружающей действительности. Так, как она сама взята из этого мира и выражает часть присущих ему форм и связей.

Существует много задач в физике, биологии, экономике, экологии и т.д. для решения которых возникает необходимость построения математических моделей процессов, содержащих две меняющиеся величины: переменную и параметр. Этой моделью является уравнение с параметром. Некоторые из таких уравнений легче всего решаются графически. Этот подход нагляден и более доступен для понимания учащихся. При решении задач с параметром четче осознаешь суть изучаемых явлений

**Цель проекта исследования.** При помощи построения графиков функций и элементов математического анализа научиться решать уравнения с параметром и применять эти знания в перспективе к решению прикладных задач описывающих проблемы из экономики, экологии, политики, смежной науки- физики и т.д..

В данный момент лично для меня и учащихся старших классов наибольшую ценность имеет умение решать задачи с параметром, которые предлагаются на ЕГЭ.

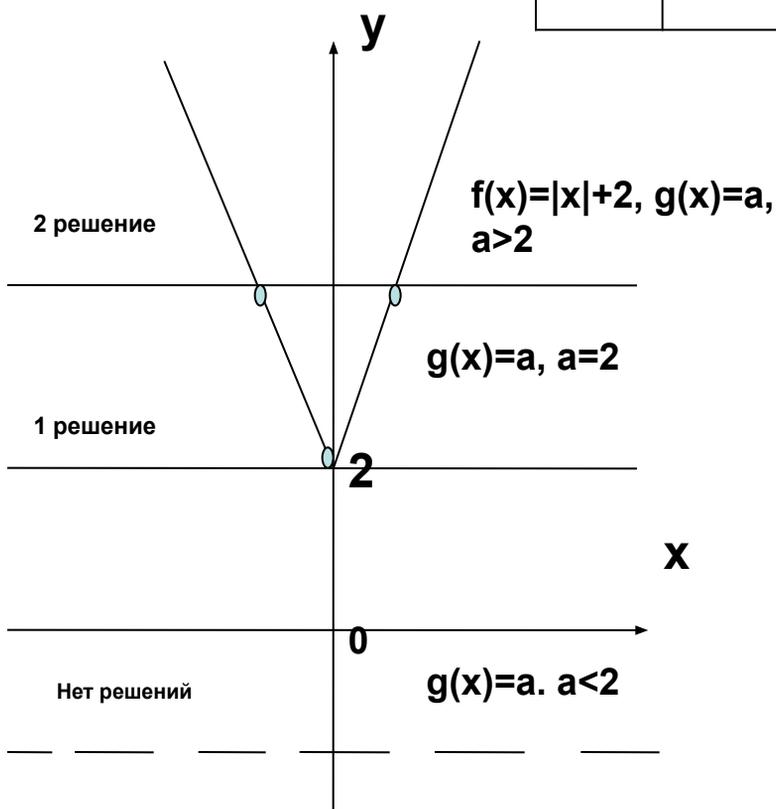
Коротко о сути графического способа решения уравнения с параметром. Записывают уравнение так, чтобы слева от «равно» стояла функция без параметра, а справа от «равно» находилась функция с параметром. Строят графики этих функций. Решением уравнения является общая точка этих функций то, есть абсцисса точки пересечения графиков.

Задачей является, найти все значения параметра «а» при которых графики функций пересекаются в нужном количестве точек. Приведу решение трех не очень сложных уравнений.

**В зависимости от значения  $a$ , найти всевозможные решения уравнения.**

- $|x|+2-a=0$
- $|x|+2=a$
- Пусть  $f(x)=|x|+2$  и  $g(x)=a$

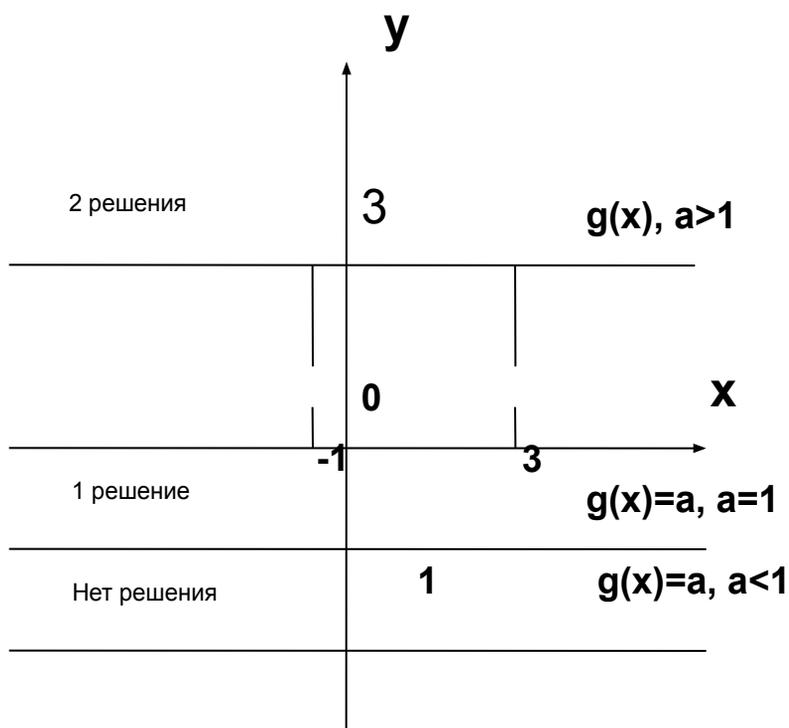
X	-2	0	2
Y	4	2	4



**Ответ: при  $a=2$ , 1 решение  
при  $a>2$ , 2 решение  
при  $a<2$ , нет решений**

## В зависимости от значения $a$ , найти всевозможные решения уравнения.

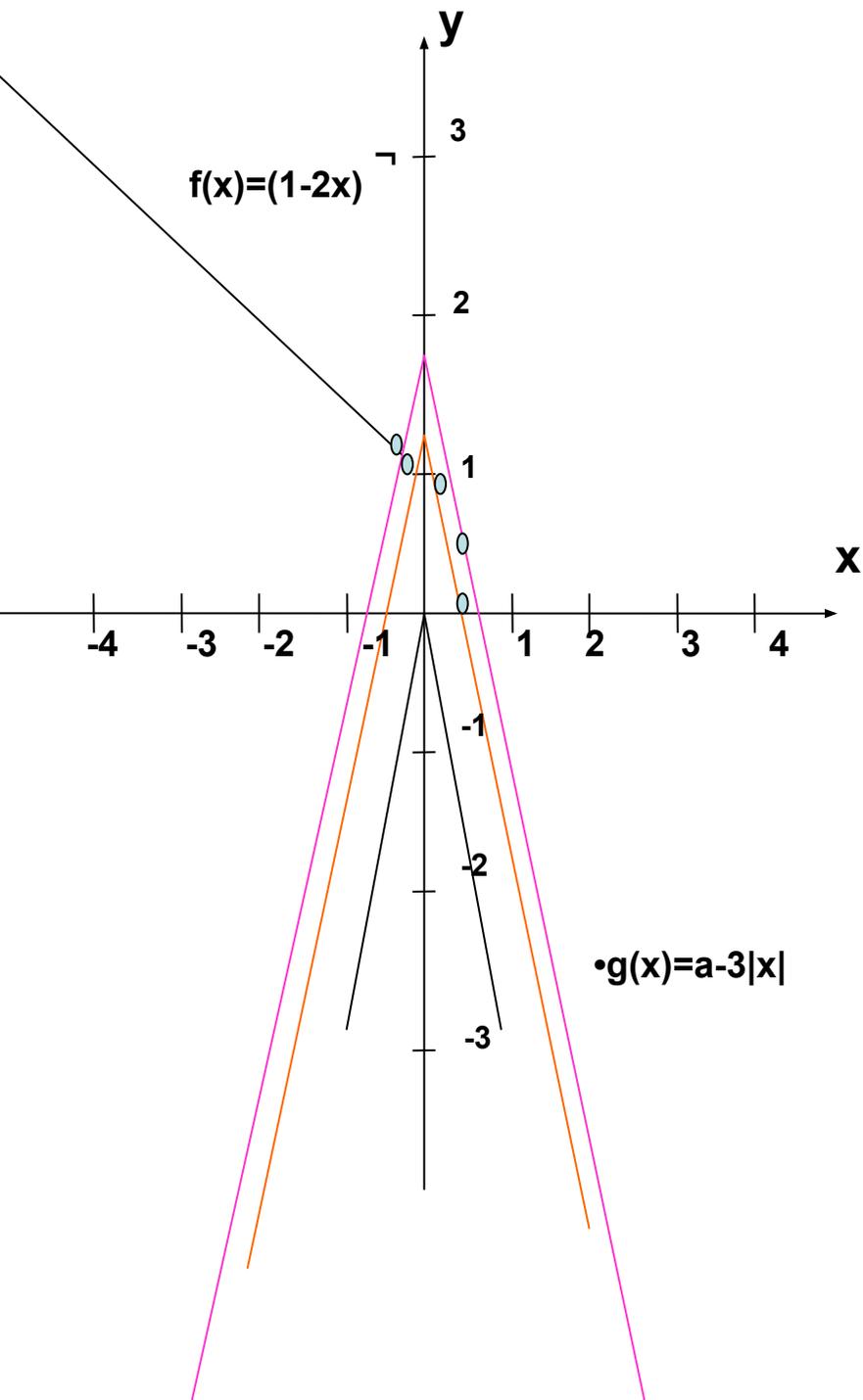
- $x^2 - 2x - a = 0$
- $x(x-2) = a$
- Пусть  $f(x) = x(x-2)$  и  $g(x) = a$
- Построим графики, где
- $x_B = 1$
- $y_B = -1$  для параболы



**Ответ:** при  $a=1$ , 1 решение  
при  $a > 1$ , 2 решения  
при  $a < 1$ , нет решений

Найти все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $1-2x=a-3|x|$  имеют более двух корней.

- Решаем графически  $(1-2x) = a-3|x|$
- Пусть  $f(x)=(1-2x)$ ;  $g(x)=a-3|x|$
- Строим графики этих функций



- Сделаю пояснения к решению третьей задачи. Графики функций пересекаются в более двух точках (конкретно в трех), при условии, что одна из этих точек известна, это в точке с абсциссой  $x=0,5$ . Вычислим значение параметра «а», подставив  $x=0,5$  в исходное уравнение, получили  $a=1,5$ . Найдем «а», если  $g(x)=a-3x$  является касательной к иррациональной функции. А вот здесь пригодятся знания математического анализа. Производная функции в точке, которая является общей точкой касательной и иррациональной функции равна угловому коэффициенту касательной  $g(x)=a-3x$ ,  $k=-3$ . Подставив это значение « $k=-3$ » в исходное уравнение. Сделав вычисления получим  $a=5/3$ . Итак,  $a=[1,5; 5/3)$ .
- И еще немного о прикладном значении уравнений с параметром. Этой проблемой занимаются много Российских ученых математиков: А. М. Гольдман, Г. В. Дорофеев, О. Е. Егоров, И. Ф. Шарыгин, М. С. Якир и другие.
- В прикладных задачах можно интерпритировать функциональные зависимости как модели с параметром.
- Линейная функция и сила упругости, как модель равномерного движения.  $S=V \cdot t$ ,  $F=k \cdot \Delta x$ .
- Тело движется по закону  $S(t)=2bt^2-t^3/3b-(2b-1)t$ . Определить время остановки тела при всех значениях «в». А теперь в прикладной интерпритации:  $f(x)=2bx^2-x^3/3b-(2b-1)x$ .
- Можно решать задачи о радиоактивном распаде. Можно ли утверждать, что существует такой период времени  $T$ , по прошествии которого, начиная с любого момента, масса радиоактивного вещества станет вдвое меньше.
- Можно ли утверждать, что существует такой промежуток времени  $T$ , по пришествии которого, начиная с любого момента популяция бактерий удвоится.
- Все эти задачи исследуются и решаются с помощью уравнения с параметром.
- Подведу итог: Этот проект мне был интересен для саморазвития, для понимания, что математика-это часть общечеловеческой культуры, универсальный язык, позволяющий описывать окружающий мир. И в результате глубокого изучения темы параметры можно более успешно подготовиться к ЕГЭ по математике.
- В исследовании была использована литература:
  - Терешин Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики. 1990-96 с.
  - Карлщук А. Ю. Формирование исследовательских умений школьников в процессе решения математических задач с параметром. 2001-198 с.
  - Журнал «Математика для школьников.» 2006 -1 номер. «графический способ решения уравнений с параметром.»