Мастер- класс:

Тема: «Решение логарифмических неравенств методом рационализации».

Цель работы :

исследовать рациональные способы решения логарифмических неравенств.

Задачи исследования:

- 1.познакомиться с утверждениями, позволяющими свести логарифмическое неравенство к дробно – рациональному или рациональному;
- 2.исследовать эффективность метода рационализации при решении логарифмических неравенств с переменным основанием;
- 3.расширить круг примеров, решаемых указанным способом .

Методы исследования:

- 1.поисковый метод с использованием научной и учебной литературы, интернета;
- 2.исследовательский метод при сравнении традиционного и метода рационализации решения логарифмических неравенств с переменным основанием;
- 3.практический метод при решении логарифмических неравенств различного типа.

Решение логарифмических неравенств с переменным основанием вида:

Традиционный способ решения:

Пример 1. Решить неравенство $\log_{x^2}(2-x) \le 1$

Традиционный способ решения :

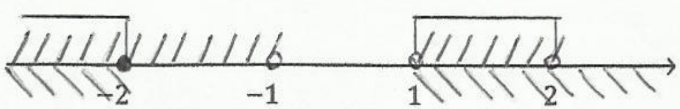
1 случай: $x^2>1$

О.Д.З. $\begin{cases} x^2 > 1, \\ 2-x>0; \end{cases}$ <=> $\begin{cases} (x-1)(x+1)>0, \\ x<2; \end{cases}$ <=> $\begin{cases} (-\infty; -1) \cup (1; +\infty), \\ x<2; \end{cases}$ $(-\infty;-1)\cup(1;2)$ (1).

Решение :

$\log_{x^2}(2-x) \le 1.$ <=> $2-x \le x^2;$ $x^2+x-2 \ge 0$ <=> $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$ (2).

Общее: (1) и (2)



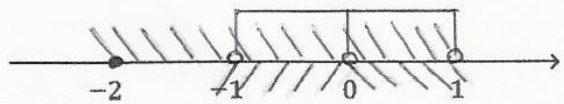
$(-\infty; -2] \cup (1;2)$.

2 случай: $0< x^2<1$.

О.Д.З. $\begin{cases} x^2 > 0, \\ x^2 < 1, \\ 2 - x > 0; \end{cases}$ $<=>$ $\begin{cases} x \neq 0 \\ (x-1)(x+1) < 0, \\ x < 2; \end{cases}$ $<=>$ $\begin{cases} x \neq 0, \\ (-1; 1); \end{cases}$ $<=>$ (-1;0) ∪ (0;1) (3).

Решение:

2-x ≥ x^2; x^2 +x-2 ≤ 0 $<=>$ $[-2; 1]$. (4).

Общее (3) и (4) 

$<=>$ (-1 ;0) ∪ (0; 1).

В ответе объединим решения 1 и 2 случаев

Ответ: (-∞; −2] ∪ (-1;0) ∪ (0; 1) ∪ (1; 2).

Методом рационализации:

<u>Утверждение 2</u>:

Для любого действительного числа $a>0$, $a\neq 1$ неравенство

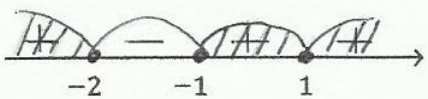
$\Leftrightarrow$

Решение методом рационализации:

$\log_{x^2}(2-x) \le 1,$

1) О.Д.З. $\begin{cases} x^2 > 0, \\ x^2 \ne 1, \\ 2 - x > 0; \end{cases}$ <=> $\begin{cases} x \ne 0, \\ x \ne \pm 1, \\ x < 2; \end{cases}$ <=> $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2)$.

2) Решение: $(x^2-1)(2 - x - x^2) \le 0$, $(x-1)(x+1)(x-1)(x+2) \ge 0$; $(x-1)^2(x+1)(x+2) \ge 0$.



$(-\infty; -2] \cup [-1; +\infty)$.

Общее решение (1) и (2) : $(-\infty; -2] \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2)$.

Ответ: $(-\infty; -2] \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2)$.

Решение логарифмических неравенств с постоянным основанием вида:

<u>*Утверждение 1:*</u>

Для любого действительного числа $a>0$ и $a\neq 1$ неравенство вида $\log_a f(x) \vee \log_a g(x)$ $\Leftrightarrow$

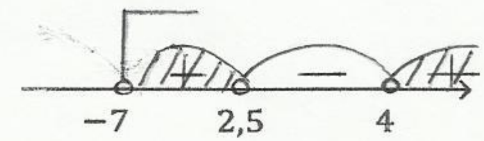
$$\begin{cases} g(x) > 0 \\ (a-1)\big(f(x) - g(x)\big) \vee 0 \end{cases}$$

Пример 2. Решить неравенство $\dfrac{\log_2(2x^2-13x+20)-1}{\log_3(x+7)} \le 0.$

Решение :

1)Найдем О.Д.З.

$$\begin{cases} 2x^2-13x+20>0, \\ x+7>0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-4)(x-2{,}5)>0, \\ x>-7; \end{cases}$$

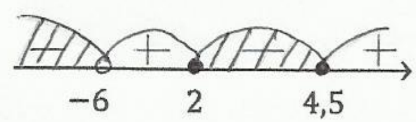


$(-7\,;\ 2{,}5) \cup (4;+\infty).$

2)Решим неравенство

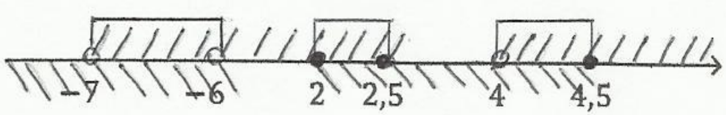
$$\frac{(2-1)(2x^2-13x+20-2)}{(3-1)(x+7-1)} \le 0 \Leftrightarrow \frac{2(x-2)(x-4{,}5)}{2(x+6)} \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-4{,}5)(x+6) \le 0, \\ x+6 \ne 0. \end{cases}$$

Решаем методом интервалов



$(-\infty; -6) \cup [2\,;\ 4{,}5]$

Общее решение 1) и 2)



Ответ: $(-7\,;\ -6) \cup [2; 2{,}5) \cup (4; 4{,}5]$.

Решение логарифмических неравенств вида :

Утверждение 3:

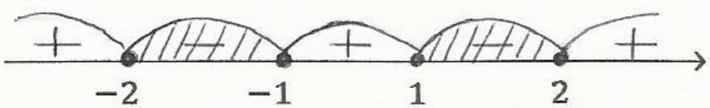
Для любого f(x)>0, g(x)>0, h(x)>0,h(x)≠1,p(x)>0, p(x)≠1 неравенство вида

$(h(x)-1)\ (f(x)-1)\ (p(x)-1)(g(x)-1)\ \vee\ 0.$

Пример 1. $\log_{2-x}(x+2) * \log_{x+3}(3-x) \le 0.$

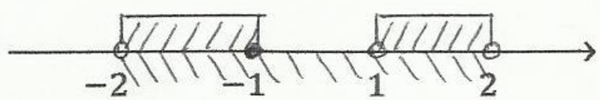
1)О.Д.З. $\begin{cases} x+2>0, \\ 3-x>0, \\ 2-x>0 \\ x+3>0, \\ 2-x\neq 1, \\ x+3\neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2, \\ x<3, \\ x<2, \\ x>-3, \\ x\neq 1, \\ x\neq -2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2, \\ x<2, \\ x\neq 1; \end{cases}$ <=> (-2 ;1) ∪ (1;2).

2)Решение: $(2-x-1)(x+2-1)(x+3-1)(3-x-1) \le 0$; $(x-1)(x+1)(x+2)(x-2) \le 0.$



$[-2;-1] \cup [1;2]$.

Общее (1) и (2):



Ответ: $(-2\,;\,-1] \cup (1\,;\,2)$.

Решение логарифмических неравенств вида

:

Утверждение 4:

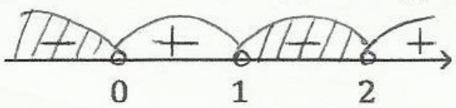
Для любого $f(x)>0$, $h(x)>0$, $g(x)>0$, $h(x)\neq 1$, $g(x)\neq 1$

неравенство вида

Пример 2: $\log_x(x-1) < \log_{x+1}(x-1)$.

1) О.Д.З $\begin{cases} x-1>0, \\ x>0, \\ x+1>0, \\ x \neq 1, \\ x+1 \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1, \\ x>0, \\ x>-1, \\ x \neq 1, \\ x \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$

2) Решение: $(x-1)(x+1-1)(x-1-1)(x+1-x) < 0$, $x(x-1)(x-2)<0$;



$(-\infty ;0) \cup (1 ; 2)$.

Общее (1) и (2): $(1 ; 2)$.

Ответ: $(1 ; 2)$.

АФОРИЗМ

«Сколько всякой ерунды перемелешь,
пока сотрешь в порошок рациональное зерно ».

Спасибо за внимание !