



Мастер-класс:

Тема: «Решение
логарифмических
неравенств методом
рационализации».



Цель работы :

исследовать рациональные
способы решения
логарифмических
неравенств.

Задачи исследования:

- 1.познакомиться с утверждениями, позволяющими свести логарифмическое неравенство к дробно – рациональному или рациональному;
- 2.исследовать эффективность метода рационализации при решении логарифмических неравенств с переменным основанием;
- 3.расширить круг примеров, решаемых указанным способом .

Методы исследования:

- 1.поисковый метод с использованием научной и учебной литературы, интернета;
- 2.исследовательский метод при сравнении традиционного и метода рационализации решения логарифмических неравенств с переменным основанием;
- 3.практический метод при решении логарифмических неравенств различного типа.

Решение логарифмических неравенств с переменным основанием вида:

Традиционный способ решения:

Пример 1. Решить неравенство $\log_{x^2}(2-x) \leq 1$

Традиционный способ решения :

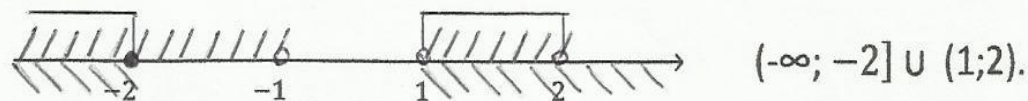
1 случай: $x^2 > 1$

$$\text{О.Д.З. } \begin{cases} x^2 > 1, \\ 2-x > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x+1) > 0, \\ x < 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-\infty; -1) \cup (1; +\infty), \\ x < 2; \end{cases} \quad (-\infty; -1) \cup (1; 2) \quad (1).$$

Решение :

$$\log_{x^2}(2-x) \leq 1. \Leftrightarrow 2-x \leq x^2; \quad x^2 + x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow (-\infty; -2] \cup [1; +\infty) \quad (2).$$

Общее: (1) и (2)

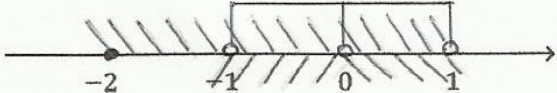


2 случай: $0 < x^2 < 1.$

$$\text{О.Д.З. } \begin{cases} x^2 > 0, \\ x^2 < 1, \\ 2 - x > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ (x - 1)(x + 1) < 0, \\ x < 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0, \\ (-1; 1); \end{cases} \Leftrightarrow (-1; 0) \cup (0; 1) \quad (3).$$

Решение:

$$2 - x \geq x^2; \quad x^2 + x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow [-2; 1]. \quad (4).$$

Общее (3) и (4)  $\Leftrightarrow (-1; 0) \cup (0; 1).$

В ответе объединим решения 1 и 2 случаев

$$\text{Ответ: } (-\infty; -2] \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2).$$

*Методом
рационализации:*

Утверждение 2:

Для любого действительного числа
 $a > 0$, $a \neq 1$ неравенство

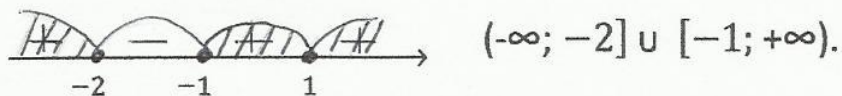
\Leftrightarrow

Решение методом рационализации:

$$\log_{x^2}(2-x) \leq 1,$$

$$1) \text{ О.Д.З. } \begin{cases} x^2 > 0, \\ x^2 \neq 1, \\ 2-x > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0, \\ x \neq \pm 1, \\ x < 2; \end{cases} \Leftrightarrow (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2).$$

$$2) \text{ Решение: } (x^2-1)(2-x-x^2) \leq 0, \quad (x-1)(x+1)(x-1)(x+2) \geq 0; \quad (x-1)^2(x+1)(x+2) \geq 0.$$



$$\text{Общее решение (1) и (2): } (-\infty; -2] \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2).$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -2] \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2).$$

Решение логарифмических неравенств с постоянным основанием вида:

Утверждение 1:

Для любого действительного числа $a > 0$ и $a \neq 1$
неравенство вида $\log_a f(x) \lessgtr \log_a g(x) \iff$

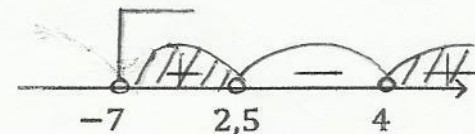
$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ (a - 1)(f(x) - g(x)) \lessgtr 0 \end{cases}$$

Пример 2. Решить неравенство $\frac{\log_2(2x^2-13x+20)-1}{\log_3(x+7)} \leq 0$.

Решение :

1) Найдем О.Д.З.

$$\begin{cases} 2x^2 - 13x + 20 > 0, \\ x + 7 > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-4)(x-2,5) > 0, \\ x > -7; \end{cases}$$

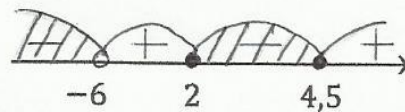


$$(-7; 2,5) \cup (4; +\infty).$$

2) Решим неравенство

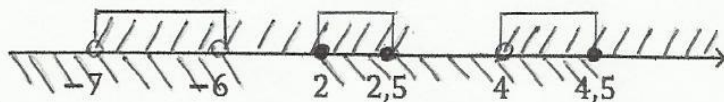
$$\frac{(2-1)(2x^2-13x+20-2)}{(3-1)(x+7-1)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2(x-2)(x-4,5)}{2(x+6)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-4,5)(x+6) \leq 0, \\ x+6 \neq 0. \end{cases}$$

Решаем методом интервалов



$$(-\infty; -6) \cup [2; 4,5]$$

Общее решение 1) и 2)



$$\text{Ответ: } (-7; -6) \cup [2; 2,5) \cup (4; 4,5].$$

Решение логарифмических неравенств вида :

Утверждение 3:

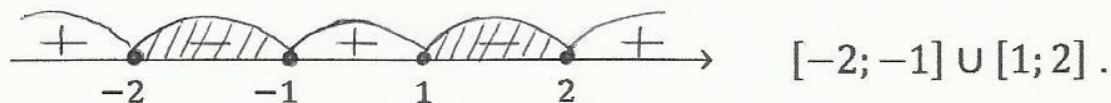
Для любого $f(x) > 0$, $g(x) > 0$, $h(x) > 0$, $h(x) \neq 1$, $p(x) > 0$,
 $p(x) \neq 1$ неравенство вида

$$(h(x)-1) (f(x)-1) (p(x)-1) (g(x)-1) \vee 0.$$

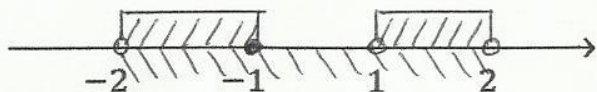
Пример 1. $\log_{2-x}(x+2) * \log_{x+3}(3-x) \leq 0$.

$$1) \text{О.Д.З.} \begin{cases} x+2 > 0, \\ 3-x > 0, \\ 2-x > 0 \\ x+3 > 0, \\ 2-x \neq 1, \\ x+3 \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2, \\ x < 3, \\ x < 2, \\ x > -3, \\ x \neq 1, \\ x \neq -2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2, \\ x < 2, \\ x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow (-2; 1) \cup (1; 2).$$

2) Решение: $(2-x-1)(x+2-1)(x+3-1)(3-x-1) \leq 0$; $(x-1)(x+1)(x+2)(x-2) \leq 0$.



Общее (1) и (2):



Ответ: $(-2; -1] \cup [1; 2)$.

Решение логарифмических неравенств вида

:

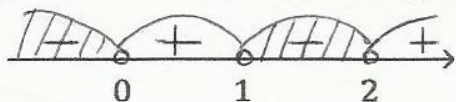
Утверждение 4:

Для любого $f(x) > 0$, $h(x) > 0$, $g(x) > 0$, $h(x) \neq 1$, $g(x) \neq 1$
неравенство вида

Пример 2: $\log_x(x-1) < \log_{x+1}(x-1)$.

$$1) \text{ О.Д.З } \begin{cases} x-1 > 0, \\ x > 0, \\ x+1 > 0, \\ x \neq 1, \\ x+1 \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1, \\ x > 0, \\ x > -1, \\ x \neq 1, \\ x \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

2) Решение: $(x-1)(x+1-1)(x-1-1)(x+1-x) < 0, \quad x(x-1)(x-2) < 0;$



$$(-\infty; 0) \cup (1; 2).$$

Общее (1) и (2): $(1; 2)$.

Ответ: $(1; 2)$.

АФОРИЗМ

*«Сколько всякой ерунды
перемелешь,
пока сотрешь в порошок
рациональное зерно».*



Спасибо за
внимание !