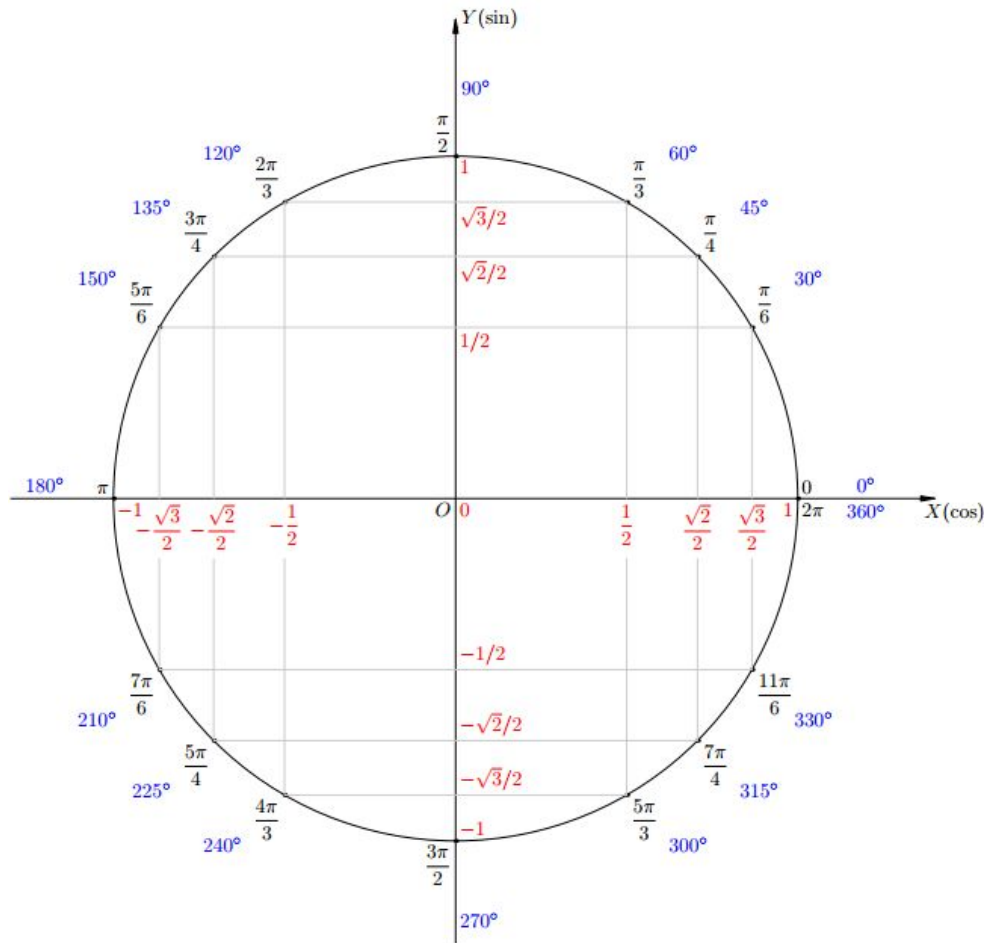


**Функция $y = \sin x$,
её график и свойства.**

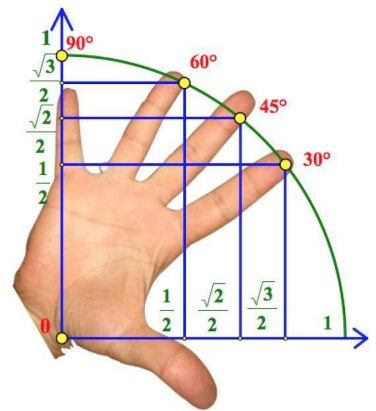
**гимназия 64
учитель математики
Котельникова Н. В.**



Для повторения:

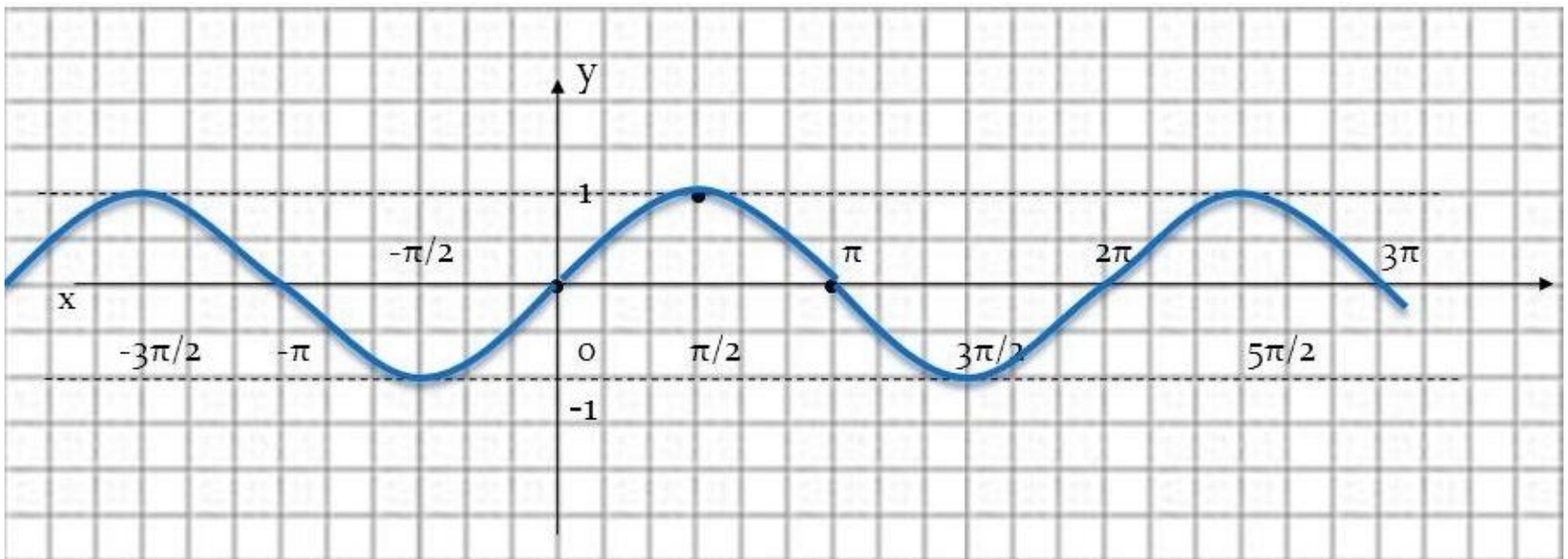
Тригонометрическая
окружность.

Градусная и радианная мера угла.



Функция $y = \sin x$,

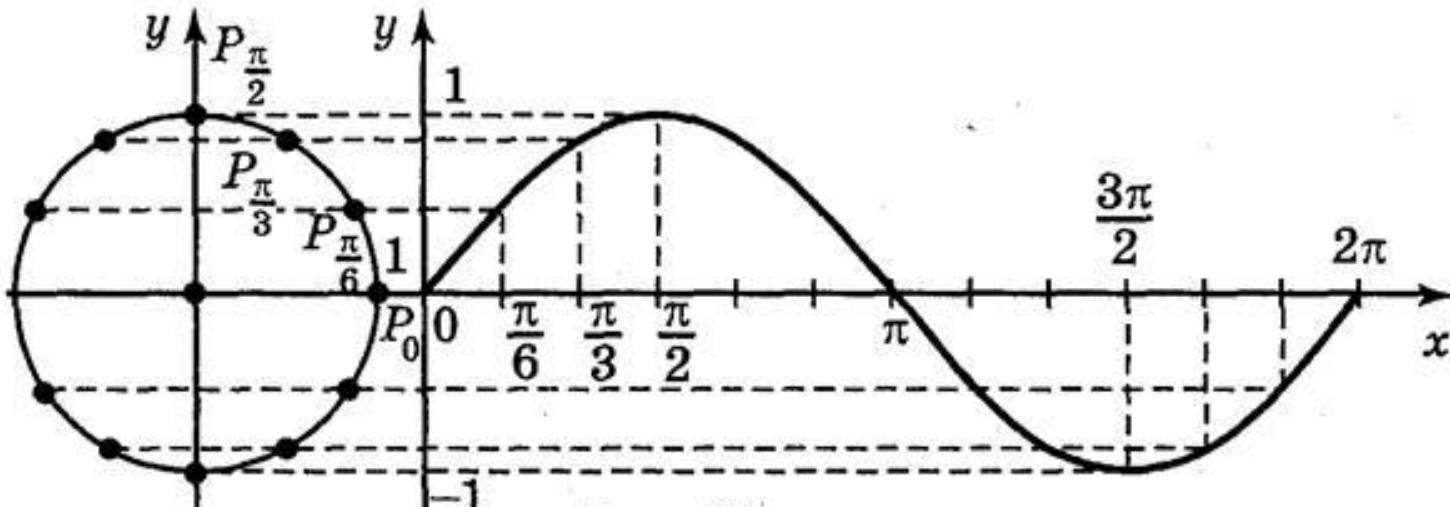
её график и свойства.



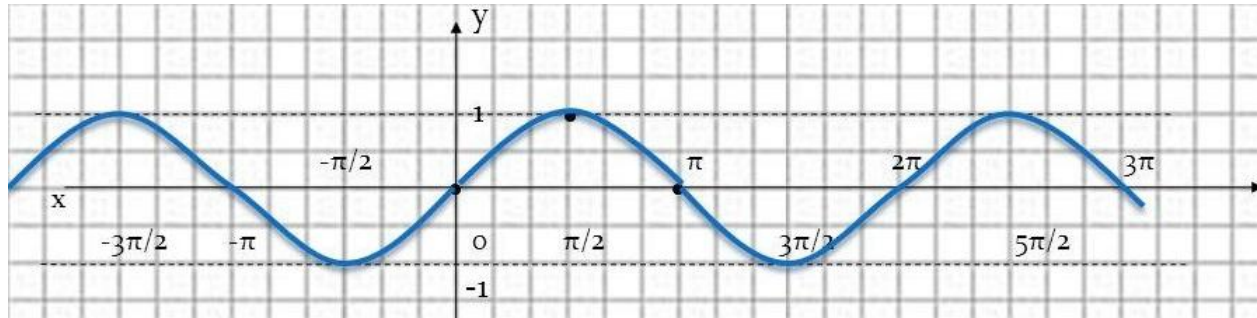
Построение графика функции $y = \sin x$

Составим таблицу значений функции $y = \sin x$:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

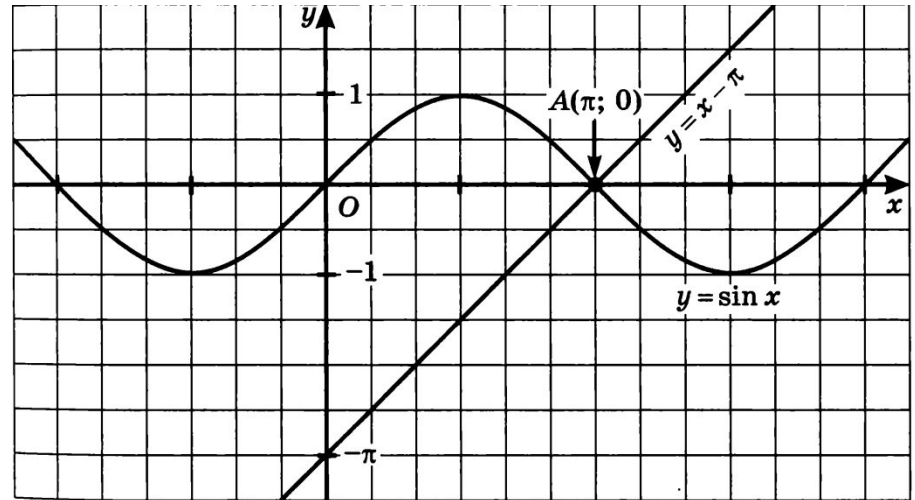


Свойства функции $y = \sin x$



- **Область определения функции** — множество \mathbf{R} всех действительных чисел.
- **Множество значений функции** — отрезок $[-1; 1]$, т.е. синус функция — **ограниченная**.
- **Функция нечетная**: $\sin(-x) = -\sin x$ для всех $x \in \mathbf{R}$.
График функции симметричен относительно начала координат.
- **Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом 2π :
 - $\sin(x+2\pi \cdot k) = \sin x$, где $k \in \mathbf{Z}$ для всех $x \in \mathbf{R}$.
 - $\sin x = 0$ при $x = \pi \cdot k$, $k \in \mathbf{Z}$.
 - $\sin x > 0$ (положительная) для всех $x \in (2\pi \cdot k, \pi+2\pi \cdot k)$, $k \in \mathbf{Z}$.
 - $\sin x < 0$ (отрицательная) для всех $x \in (\pi+2\pi \cdot k, 2\pi+2\pi \cdot k)$, $k \in \mathbf{Z}$.
- **Функция возрастает** от -1 до 1 на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$, $k \in \mathbf{Z}$
- **Функция убывает** от -1 до 1 на промежутках $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right]$, $k \in \mathbf{Z}$
- **Наибольшее значение функции $\sin x = 1$** в точках:
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$
- **Наименьшее значение функции $\sin x = -1$** в точках:
 $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$

Решить уравнение $\sin x = x - \pi$.



• №1 а) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; в) $y = \sin(x - \pi)$;

б) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; г) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

• №2 а) $y = \sin x - 2$; в) $y = \sin x + 2$;
б) $y = \sin x + 1$; г) $y = \sin x - 3$.

• №3 а) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$; б) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$.

• №4 а) $y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$; б) $y = -\sin x + 3$.

• №5 Решите графически уравнение:

а) $\sin x = x + \pi$; в) $\sin x + x = 0$;
б) $\sin x = 2x$; г) $\sin x = 2x - 2\pi$.

• №6 Постройте график функции $y = f(x)$, где:

а) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0, \\ \sin x, & \text{если } x \geq 0; \end{cases}$

б) $f(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{если } x < 0, \\ x^2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

• №7 Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

а) Вычислите: $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(\pi^2)$;

б) постройте график функции $y = f(x)$;

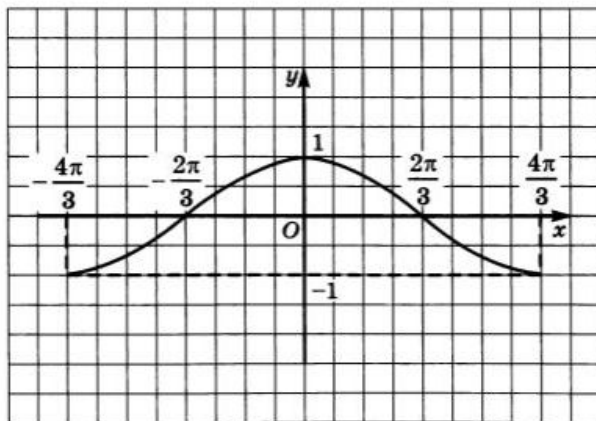
№8

Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x < 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$

а) Вычислите: $f(-2)$, $f(0)$, $f(1)$;

б) постройте график функции $y = f(x)$;

- Докажите, что число $T = 3\pi$ является периодом функции $y = \sin \frac{2x}{3}$.
- Найдите наименьший положительный период функции $y = \cos 3x$.
- На рисунке изображена часть графика периодической функции $y = f(x)$ на промежутке $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right]$, длина которого равна периоду функции.



Вычислите $f\left(\frac{8\pi}{3}\right) + f(-2\pi)$.

Функция $y = \cos x$, её график и свойства.

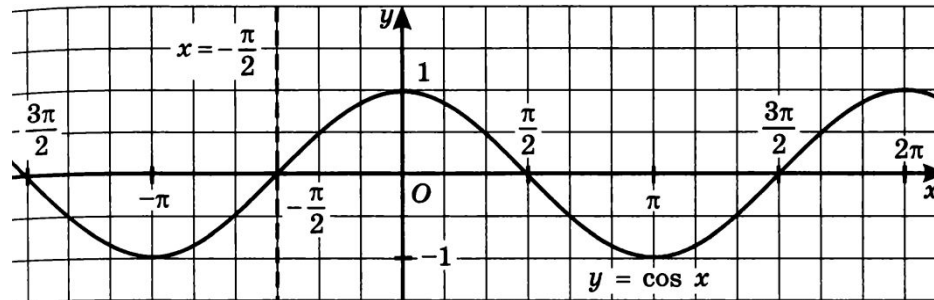


График функции $y = \cos x$

получен при смещении синусоиды

влево на $\pi/2$

Область определения функции — множество \mathbf{R} всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок $[-1; 1]$, т.е. косинус функция — ограниченная.

Функция четная: $\cos(-x) = \cos x$ для всех $x \in \mathbf{R}$.

График функции симметричен относительно оси OY .

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π :

$\cos(x + 2\pi \cdot k) = \cos x$, где $k \in \mathbf{Z}$ для всех $x \in \mathbf{R}$.

$\cos x = 0$ при $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$

$\cos x > 0$ для всех $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, 2\pi k\right)$, $k \in \mathbf{Z}$

$\cos x < 0$ для всех $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right)$, $k \in \mathbf{Z}$

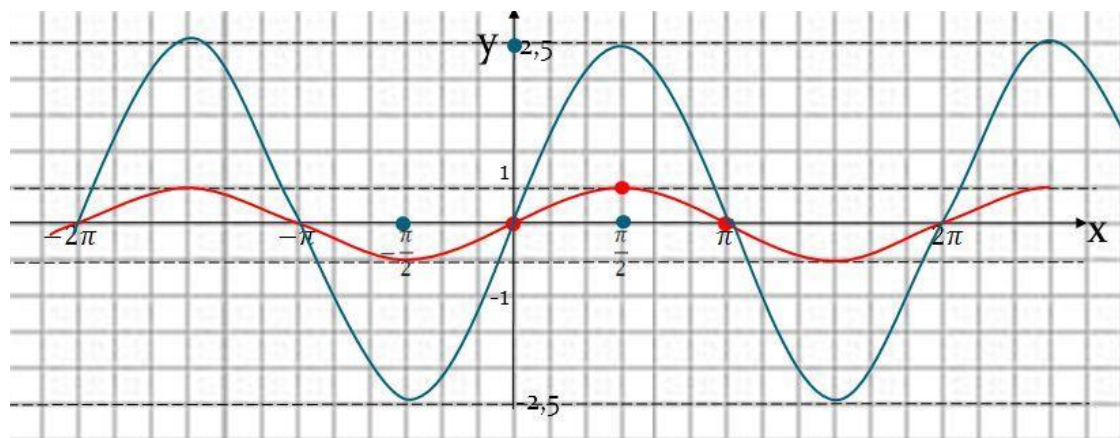
Функция возрастает от -1 до 1 на промежутках: $[-\pi + 2\pi k, 2\pi k]$, $k \in \mathbf{Z}$

Функция убывает от -1 до 1 на промежутках: $[2\pi k, \pi + 2\pi k]$, $k \in \mathbf{Z}$

Наибольшее значение функции $\sin x = 1$ в точках: $x = 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$

Наименьшее значение функции $\sin x = -1$ в точках: $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$

Построение графиков $y = k \cdot \sin x$



$$1) \quad y = \frac{1}{2} \sin x$$

$$2) \quad y = 2,5 \sin x$$

Преобразование графиков

Постройте график функции:

1. а) $y = 2 \sin x$; в) $y = -\sin x$;
б) $y = -\cos x$; г) $y = 3 \cos x$.

2. а) $y = -2 \sin x$; в) $y = 1,5 \sin x$;
б) $y = -3 \cos x$; г) $y = -1,5 \cos x$.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2 \cos x$:

а) на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$;

б) на интервале $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$;

в) на полуинтервале $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right)$;

г) на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right]$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -3 \sin x$:

а) на луче $[0; +\infty)$;

б) на открытом луче $\left(-\infty; \frac{\pi}{2}\right)$;

в) на луче $\left[\frac{\pi}{4}; +\infty\right)$;

г) на открытом луче $(-\infty; 0)$.

Постройте график функции:

7. а) $y = 2 \sin x - 1$; в) $y = -\frac{3}{2} \sin x + 3$;

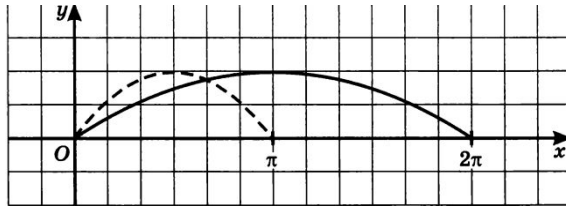
б) $y = -\frac{1}{2} \cos x + 2$; г) $y = 3 \cos x - 2$.

8. а) $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; в) $y = -\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$;

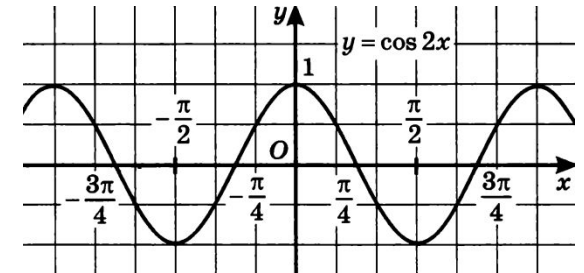
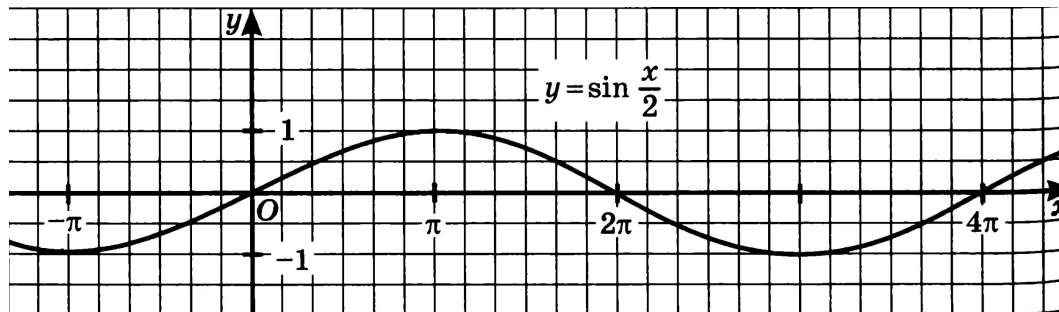
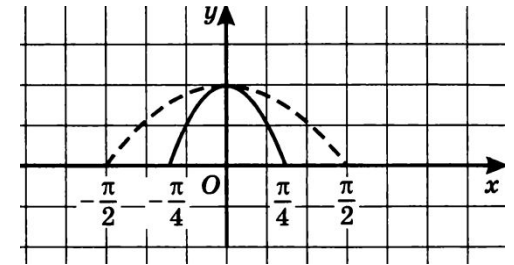
б) $y = -3 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$; г) $y = 1,5 \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$.

Построение графиков $y = \sin(k \cdot x)$, $y = \cos(k \cdot x)$.

$$y = \sin \frac{x}{2}$$



$$y = \cos 2x.$$



Вообще график функции $y = f(kx)$ получается из графика функции $y = f(x)$ с помощью сжатия к оси y с коэффициентом k . Отметим, что при этом преобразовании остается на месте точка пересечения графика функции $y = f(x)$ с осью y (если $x = 0$, то и $kx = 0$).

Впрочем, если $0 < k < 1$, то предпочитают говорить не о сжатии с коэффициентом k , а о растяжении от оси y с коэффициентом $\frac{1}{k}$. Например, если $k = \frac{1}{3}$, то говорят не о сжатии с коэффициентом $\frac{1}{3}$, а о растяжении с коэффициентом 3.

Функция $y = \arcsin x$ и ее график

