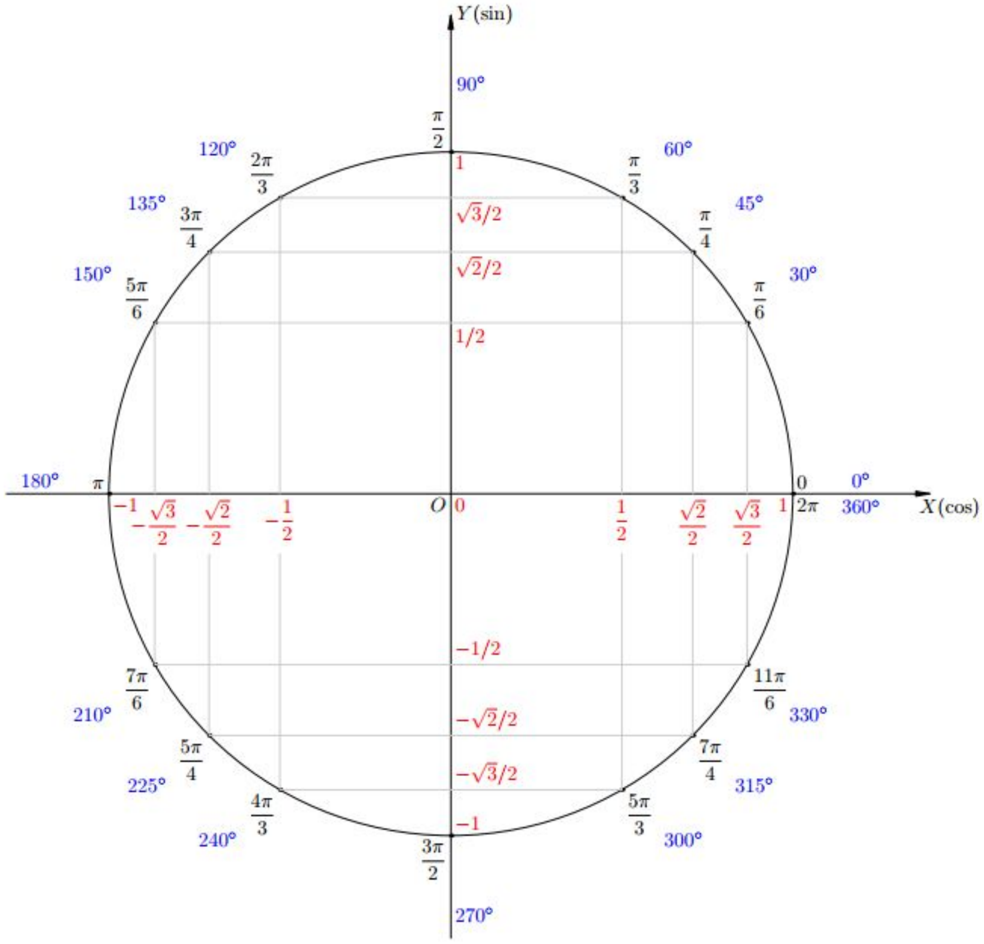
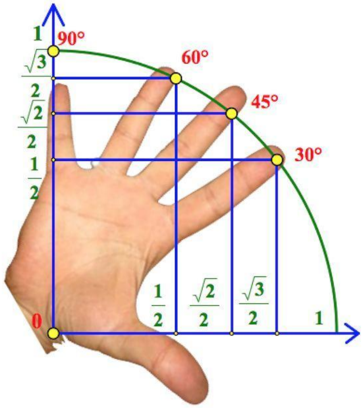
Функция y = sin x,
её график и свойства.

гимназия 64
учитель математики
Котельникова Н. В.



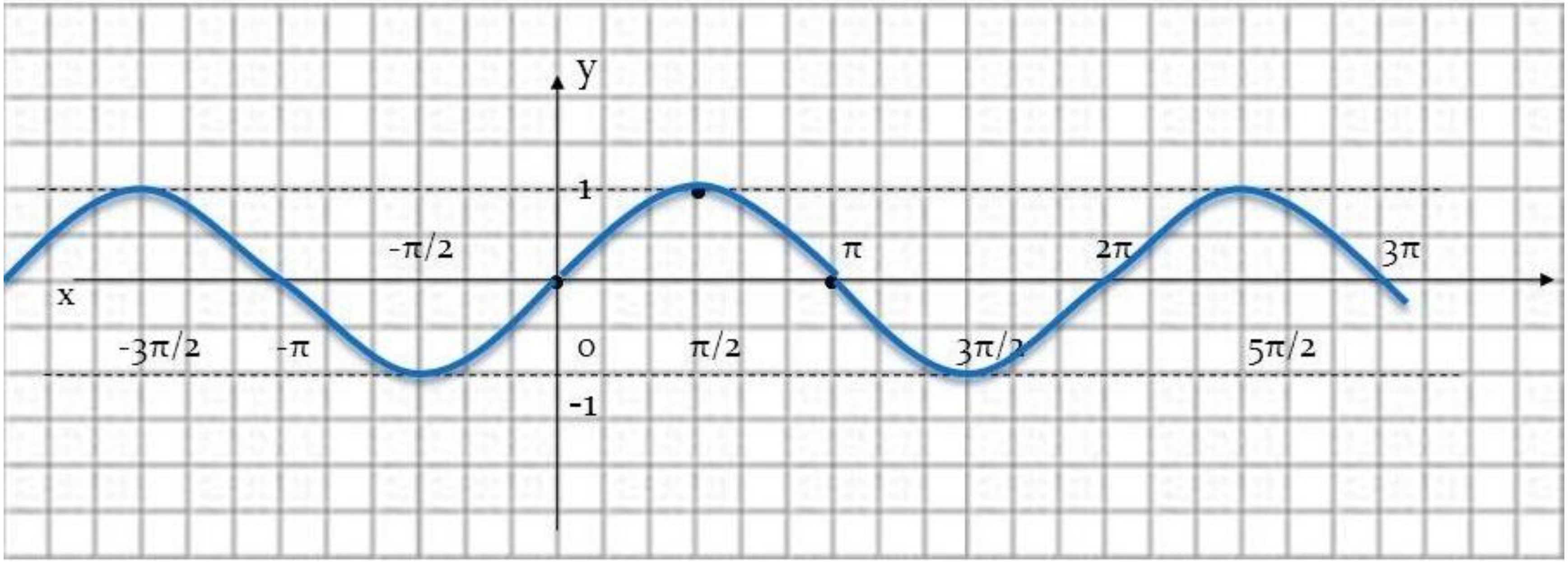
Для повторения: Тригонометрическая окружность.

Градусная и радианная мера угла.



Функция y = sin x,

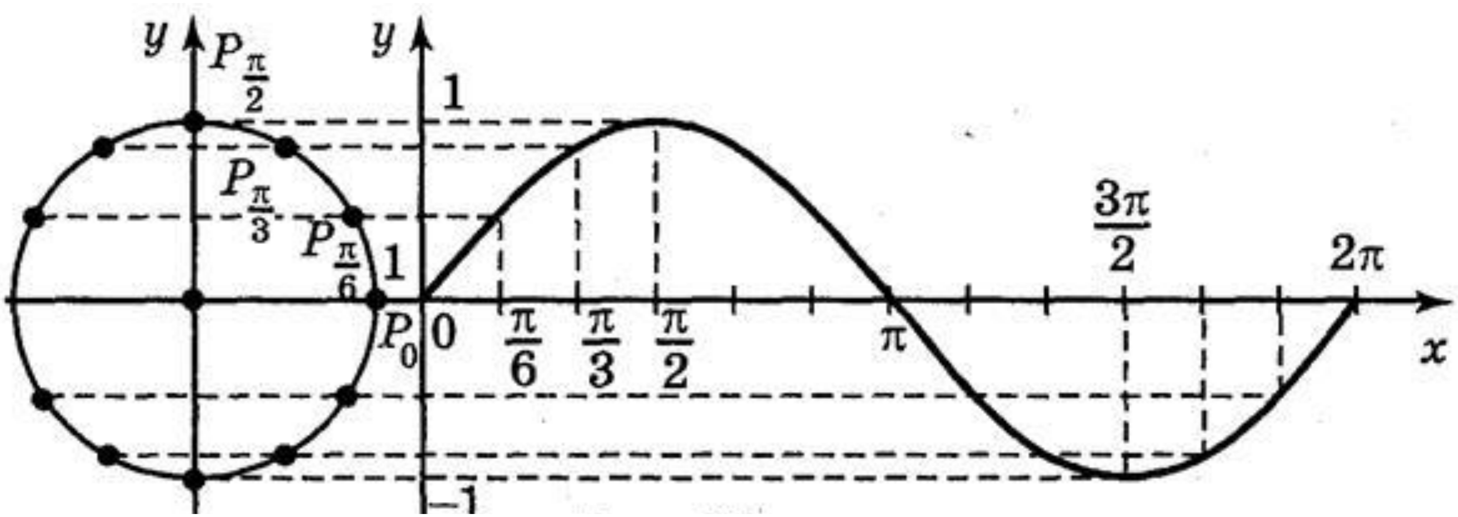
её график и свойства.



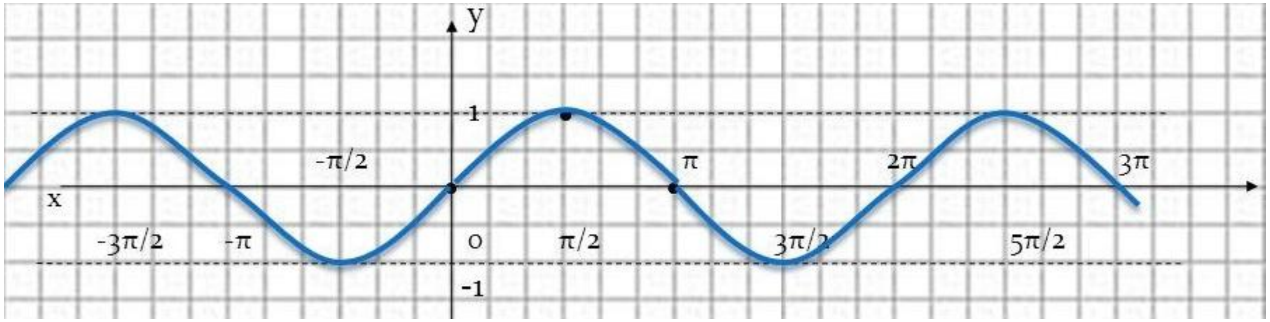
Построение графика функции y = sin x

Составим таблицу значений функции $y = \sin x$:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0



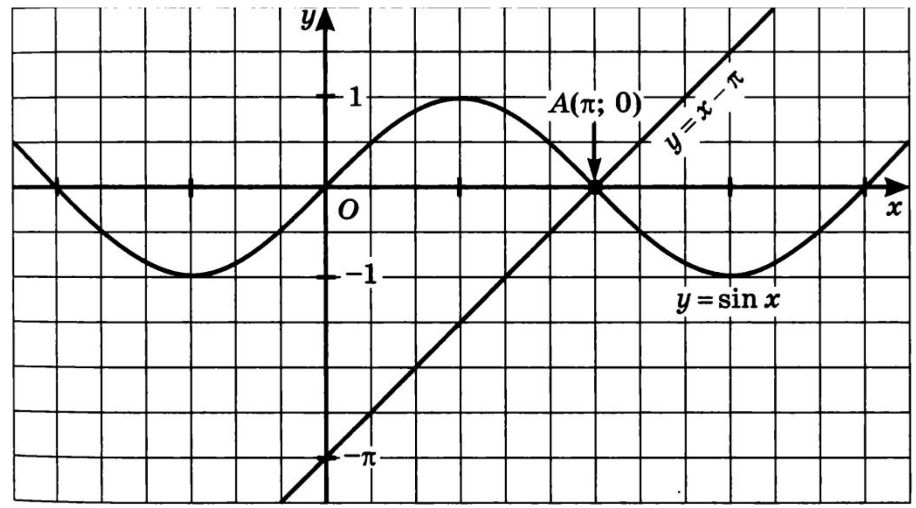
Свойства функции y = sin x



- **Область определения функции** — множество **R** всех действительных чисел.
- **Множество значений функции** — отрезок [-1; 1], т.е. синус функция — **ограниченная**.
- **Функция нечетная:** sin(−x)=−sin x для всех x ∈ **R**.
  График функции симметричен относительно начала координат.
- **Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом 2*π*:
- sin(x+2*π*·k) = sin x, где k ∈ **Z** для всех x ∈ **R**.
- **sin x = 0** при x = *π·k*, k ∈ **Z**.
- **sin x > 0** (положительная) для всех x ∈ (*2π·k*, *π+2π·k*), k ∈ **Z**.
- **sin x < 0** (отрицательная) для всех x ∈ (*π+2π·k*, *2π+2π·k*), k ∈ **Z**.

- **Функция возрастает** от −1 до 1 на промежутках: $\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right],\quad k \in Z$
- **Функция убывает** от −1 до 1 на промежутках: $\left[\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right],\quad k \in Z$
- **Наибольшее значение функции sin x = 1** в точках: $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\quad k \in Z$
- **Наименьшее значение функции sin x = −1** в точках: $x=\frac{3\pi}{2}+2\pi k,\quad k \in Z$

Решить уравнение $\sin x = x - \pi$.



- №1 а) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; в) $y = \sin(x - \pi)$;

  б) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; г) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

- №2 а) $y = \sin x - 2$; в) $y = \sin x + 2$;

  б) $y = \sin x + 1$; г) $y = \sin x - 3$.

- №3 а) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$; б) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$.

- №4 а) $y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$; б) $y = -\sin x + 3$.

- №5 Решите графически уравнение:

  а) $\sin x = x + \pi$; в) $\sin x + x = 0$;

  б) $\sin x = 2x$; г) $\sin x = 2x - 2\pi$.

- №6 Постройте график функции $y = f(x)$, где:

  а) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0, \\ \sin x, & \text{если } x \geqslant 0; \end{cases}$ б) $f(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{если } x < 0, \\ x^2, & \text{если } x \geqslant 0. \end{cases}$

- №7 Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{если } -\pi \leqslant x \leqslant 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

  а) Вычислите: $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(\pi^2)$;

  б) постройте график функции $y = f(x)$;

№8

Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x < 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 \leqslant x \leqslant \pi. \end{cases}$

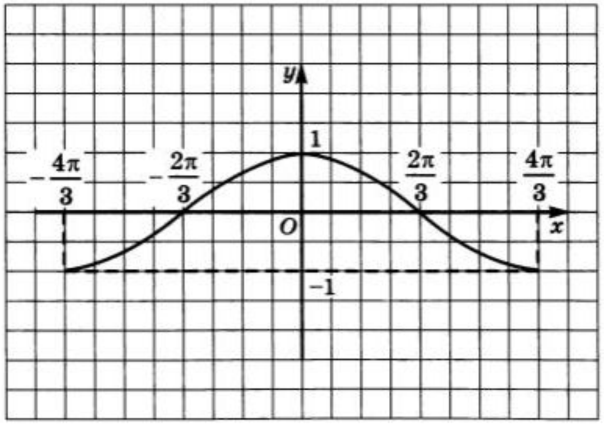
а) Вычислите: $f(-2)$, $f(0)$, $f(1)$;

б) постройте график функции $y = f(x)$;

1. Докажите, что число $T = 3\pi$ является периодом функции $y = \sin \frac{2x}{3}$.

2. Найдите наименьший положительный период функции $y = \cos 3x$.

3. На рисунке изображена часть графика периодической функции $y = f(x)$ на промежутке $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right]$, длина которого равна периоду функции.



Вычислите $f\left(\frac{8\pi}{3}\right) + f(-2\pi)$.

Функция y = cos x,   её график и свойства.

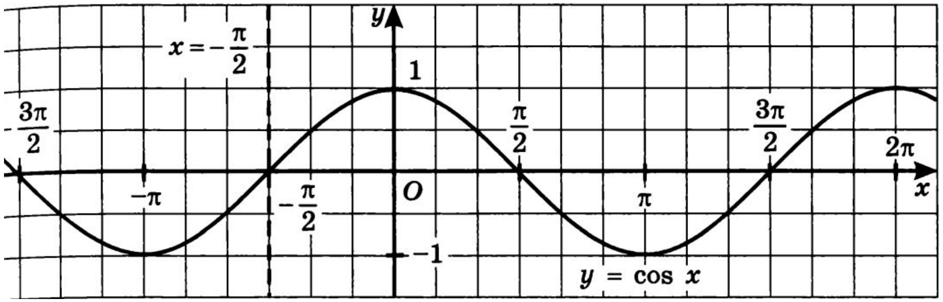


График функции *y=cos x*

получен при смещении синусоиды

влево на π/2

Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.
Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. косинус функция — **ограниченная**.
Функция четная: cos(−x)=cos x для всех x ∈ **R**.
График функции симметричен относительно оси OY.
Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2*π*:
cos(x+2*π*·*k*) = cos x, где *k* ∈ **Z** для всех x ∈ **R**.

cos x = 0 при $x=\frac{\pi}{2}+\pi k, \quad k\in Z$

cos x > 0 для всех $x\in\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi k, 2\pi k\right), \quad k\in Z$

cos x < 0 для всех $x\in\left(\frac{\pi}{2}+2\pi k, \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right), \quad k\in Z$

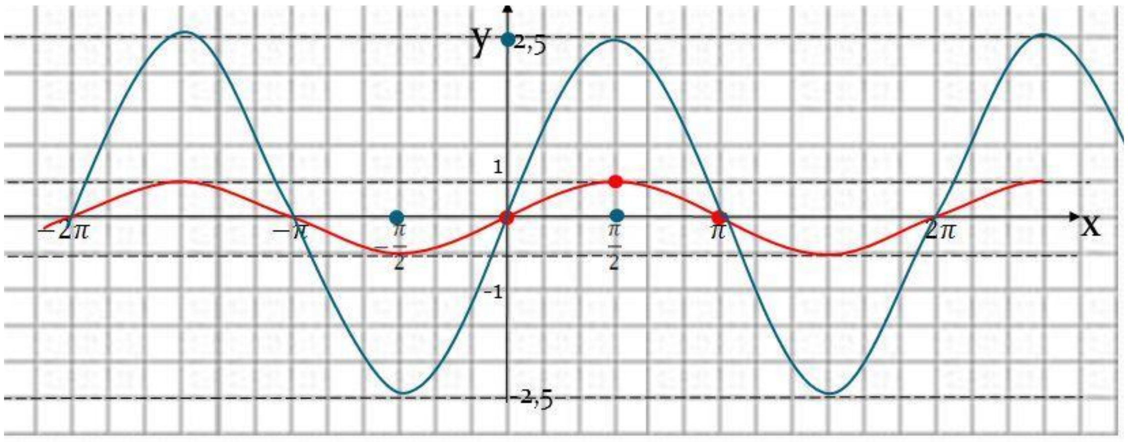
Функция возрастает от −1 до 1 на промежутках: $\left[-\pi+2\pi k, 2\pi k\right], \quad k\in Z$

Функция убывает от −1 до 1 на промежутках: $\left[2\pi k, \pi+2\pi k\right], \quad k\in Z$

Наибольшее значение функции sin x = 1 в точках: $x=2\pi k; \quad k\in Z$

Наименьшее значение функции sin x=−1 вточках: $x=\pi+2\pi k; \quad k\in Z$

Построение графиков y = k·sin x



1) $y = \frac{1}{2}\sin x$

2) $y = 2,5\sin x$

Преобразование графиков

Постройте график функции:

.1. а) $y = 2\sin x$; в) $y = -\sin x$;

б) $y = -\cos x$; г) $y = 3\cos x$.

.2. а) $y = -2\sin x$; в) $y = 1{,}5\sin x$;

б) $y = -3\cos x$; г) $y = -1{,}5\cos x$.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2\cos x$:

а) на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$;

б) на интервале $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$;

в) на полуинтервале $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right)$;

г) на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right]$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -3\sin x$:

а) на луче $[0; +\infty)$;

б) на открытом луче $\left(-\infty; \frac{\pi}{2}\right)$;

в) на луче $\left[\frac{\pi}{4}; +\infty\right)$;

г) на открытом луче $(-\infty; 0)$.

Постройте график функции:

7. а) $y = 2\sin x - 1$; в) $y = -\frac{3}{2}\sin x + 3$;

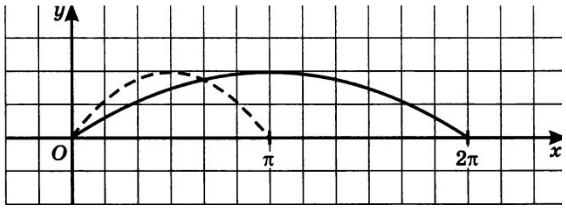
б) $y = -\frac{1}{2}\cos x + 2$; г) $y = 3\cos x - 2$.

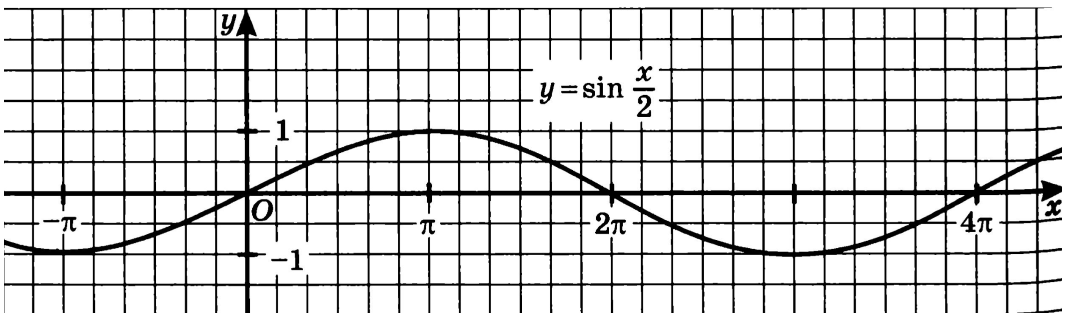
8. а) $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; в) $y = -\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$;

б) $y = -3\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$; г) $y = 1{,}5\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$.

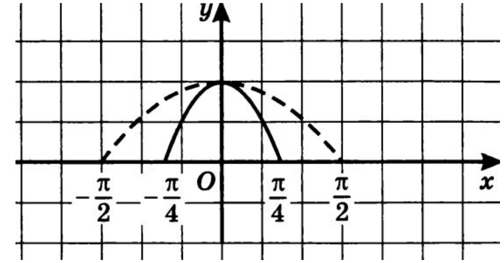
Построение графиков y = sin(k·x), y = cos(k·x).

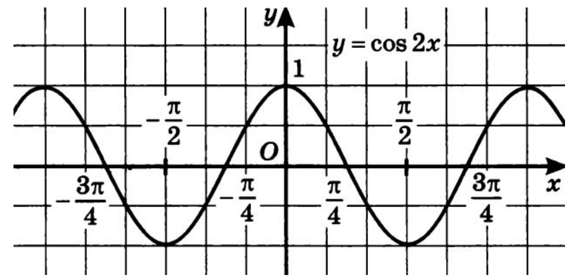
$y = \sin\frac{x}{2}$





$y = \cos 2x.$





Вообще график функции $y = f(kx)$ получается из графика функции $y = f(x)$ с помощью сжатия к оси y с коэффициентом k. Отметим, что при этом преобразовании остается на месте точка пересечения графика функции $y = f(x)$ с осью y (если $x = 0$, то и $kx = 0$).

Впрочем, если $0 < k < 1$, то предпочитают говорить не о сжатии с коэффициентом k, а о растяжении от оси y с коэффициентом $\frac{1}{k}$. Например, если $k = \frac{1}{3}$, то говорят не о сжатии с коэффициентом $\frac{1}{3}$, а о растяжении с коэффициентом 3.

Функция y=arcsinx и ее график