

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА В 11 КЛАССЕ

*Учитель математики высшей категории Селезнева Ольга
Евламповна гимназия №1 г.Белебея*

Не пытайтесь представить комплексное число «в жизни» – это всё равно, что пытаться представить четвертое измерение в нашем трехмерном пространстве. Если хотите, комплексное число – это двумерное число.

Натуральные числа (N)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 100, 256...

Отрицательные числа

-1; -2; -796; -4,5; -9; ...

Целые числа (\mathbb{Z})

1, 2, 5, 937, 577, 0, -2, -67, ...

$$x^2 = -9$$

$$x^2 = -4$$

$\sqrt{-1}$ мнимая единица)

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ФОРМА КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА

$z = a + bi$, a – действительная часть
числа, b – мнимая часть комплексного
числа.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМА КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА

$z = |z| \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)$ где $|z|$ это модуль
комплексного числа, а φ – аргумент
комплексного числа.

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФОРМА КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА.

Любое комплексное число (кроме нуля) можно записать в показательной форме:

$$z = |z| e^{i\varphi}$$

числа, где $|z|$ – это модуль комплексного числа, а φ – аргумент комплексного числа.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Комплексным числом z называется число вида $z = a + bi$, где a и b – действительные числа, i – так называемая *мнимая единица*. Число a называется *действительной частью* ($Re z$) комплексного числа, число b называется *мнимой частью* ($Im z$) комплексного числа z .

Сложим два комплексных числа

$$z_1 = 1 + 3i \quad z_2 = 4 - 5i$$

$$z_1 + z_2 = 1 + 3i + 4 - 5i = 5 - 2i$$

Найдём разность комплексных чисел

$$z_1 - z_2, \text{ если } z_1 = -2 + i \quad z_2 = \sqrt{3} + 5i$$

$$z_1 - z_2 = -2 + i - (\sqrt{3} + 5i) = -2 + i - \sqrt{3} - 5i = -2 - \sqrt{3} - 4i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$i^4 = 1$$

НАЙДЁМ ПРОИЗВЕДЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ:

$$\begin{aligned}(-2 + i)(3 + 5i) &= -6 - 10i + 3i + 5i^2 = \\ &= -6 - 7i - 5 = -11 - 7i.\end{aligned}$$

НАЙДЁМ ЧАСТНОЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{13+i}{7-6i}$$

умножим на сопряженное $(7 + 6i)$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(13+i)(7+6i)}{(7-6i)(7+6i)} = \frac{91+7i+78i+6i^2}{7^2-(6i)^2} = \frac{91+7i+78i-6}{49-(-36)} =$$

$$= \frac{85+85i}{49+36} = \frac{85+85i}{85} = 1+i$$

РЕШИМ КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ

Решить квадратное уравнение $z^2 - 6z + 34 = 0$

Вычислим дискриминант:

$$D = 36 - 136 = -100$$

Дискриминант отрицателен, и в действительных числах уравнение решения не имеет. Но корень можно извлечь в комплексных числах!

$$\sqrt{D} = \pm 10i$$

По известным формулам получаем два корня:

$$z_{1,2} = \frac{6 \pm 10i}{2}$$

$z_{1,2} = 3 \pm 5i$ – сопряженные комплексные корни

«Дух божий нашёл тончайшую отдушину в этом чуде анализа, уроде из мира идей, двойственной сущности, находящейся между бытием и небытием, которую мы называем мнимым корнем из отрицательной единицы».

Писал Лейбниц

Спасибо за внимание!