

Обобщающий урок по алгебре



π $\sqrt{2}$ $\sin^2 \alpha$ $\cos^2 \alpha$
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
 $2 \cos^2 \alpha$

**формула
тригонометрия!**



Цели урока:

- ❖ обобщить и систематизировать знания и умения по теме;
- ❖ совершенствовать навыки преобразований, нахождения значений тригонометрических выражений, доказательства тождеств;
- ❖ выявить наиболее слабо понятые вопросы данной темы для их дальнейшей коррекции.





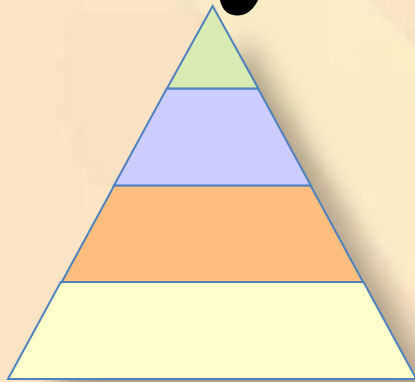
Не бойтесь формул!
Учитесь владеть этим
инструментом человеческого
гения!

В формулах заключено
величие и могущество
разума...»



Марков А.А.

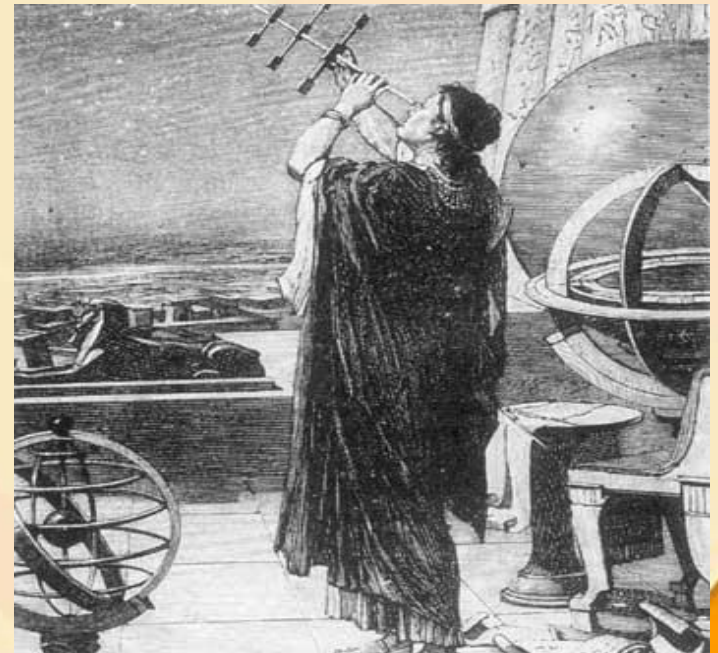
Что такое тригонометрия?



Зарождение тригонометрии относится к глубокой древности. Само название «**тригонометрия**» греческого происхождения, обозначающее «**измерение треугольников**».



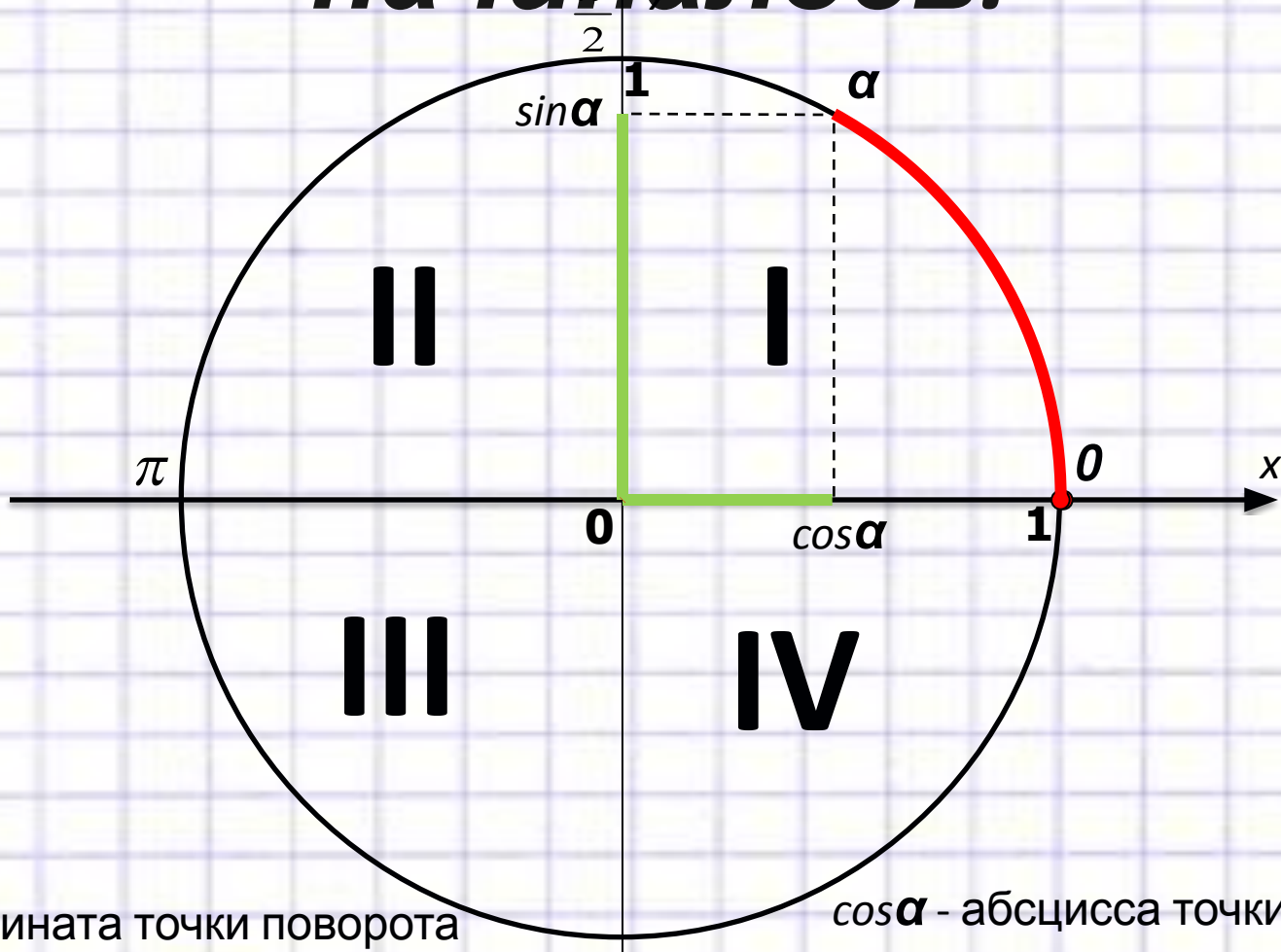
Одним из основоположников тригонометрии считается древнегреческий астроном Гиппарх, живший во 2 веке до нашей эры.



Гиппарх является автором первых тригонометрических таблиц и одним из основоположников астрономии.



Вспомним, с чего все начиналось:



$\sin \alpha$ - ордината точки поворота

$\cos \alpha$ - абсцисса точки поворота

(под «точкой поворота» следует понимать – «точку единичной тригонометрической окружности, полученной при повороте на α радиан от начала отсчета»)

Определите знак тригонометрического выражения

$$\sin 365^\circ > 0$$

$$\sin 235^\circ < 0$$

$$\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4} < 0$$

$$\cos \frac{2\pi}{3} < 0$$

$$\cos(-91^\circ) < 0$$

$$\operatorname{tg}(-124^\circ) > 0$$



Определите какой четверти принадлежит угол α

$\cos \alpha > 0, \sin \alpha < 0$ $\alpha \in 4$ четверти

$\operatorname{tg} \alpha > 0, \cos \alpha < 0$ $\alpha \in 3$ четверти

$\operatorname{ctg} \alpha < 0, \sin \alpha > 0$ $\alpha \in 2$ четверти



1. Синусом угла α называется _____
точки, полученной поворотом
точки _____ вокруг начала координат
на угол α

2. $\operatorname{tg} \alpha =$

3. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$

4. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha =$

5. $\sin(-\alpha) =$

6. $\operatorname{tg}(-\alpha) =$

7. $\cos(\alpha + \beta) =$

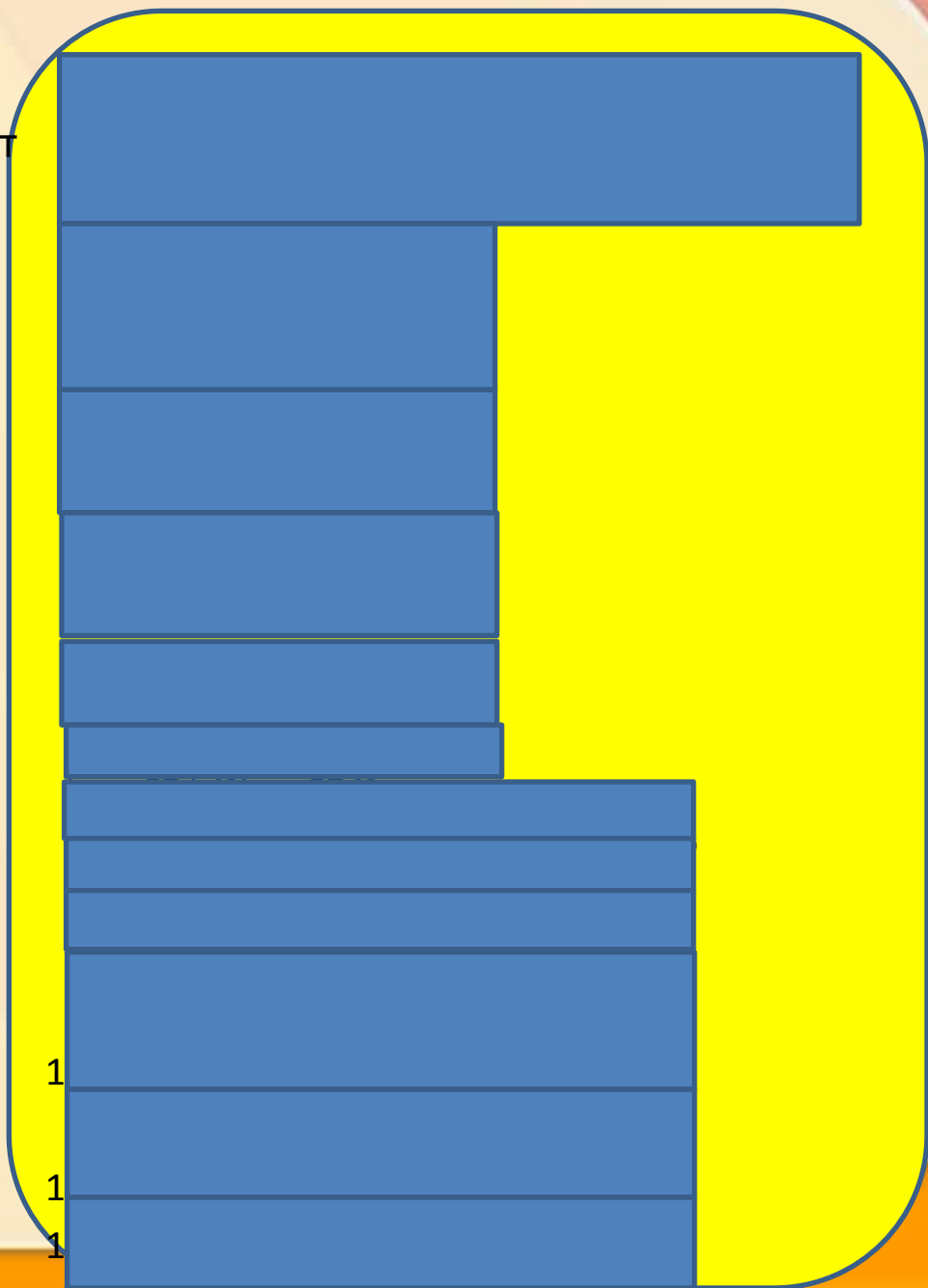
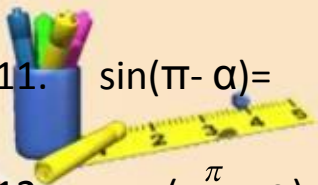
8. $\sin(\alpha - \beta) =$

9. $\sin 2\alpha =$

10. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) =$

11. $\sin(\pi - \alpha) =$

12. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$



1. Косинусом угла α называется _____ точки, полученной поворотом точки _____ вокруг начала координат на угол α

2. $\operatorname{ctg} \alpha =$

3. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha =$

4. $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha =$

5. $\cos(-\alpha) =$

6. $\operatorname{ctg}(-\alpha) =$

7. $\cos(\alpha - \beta) =$

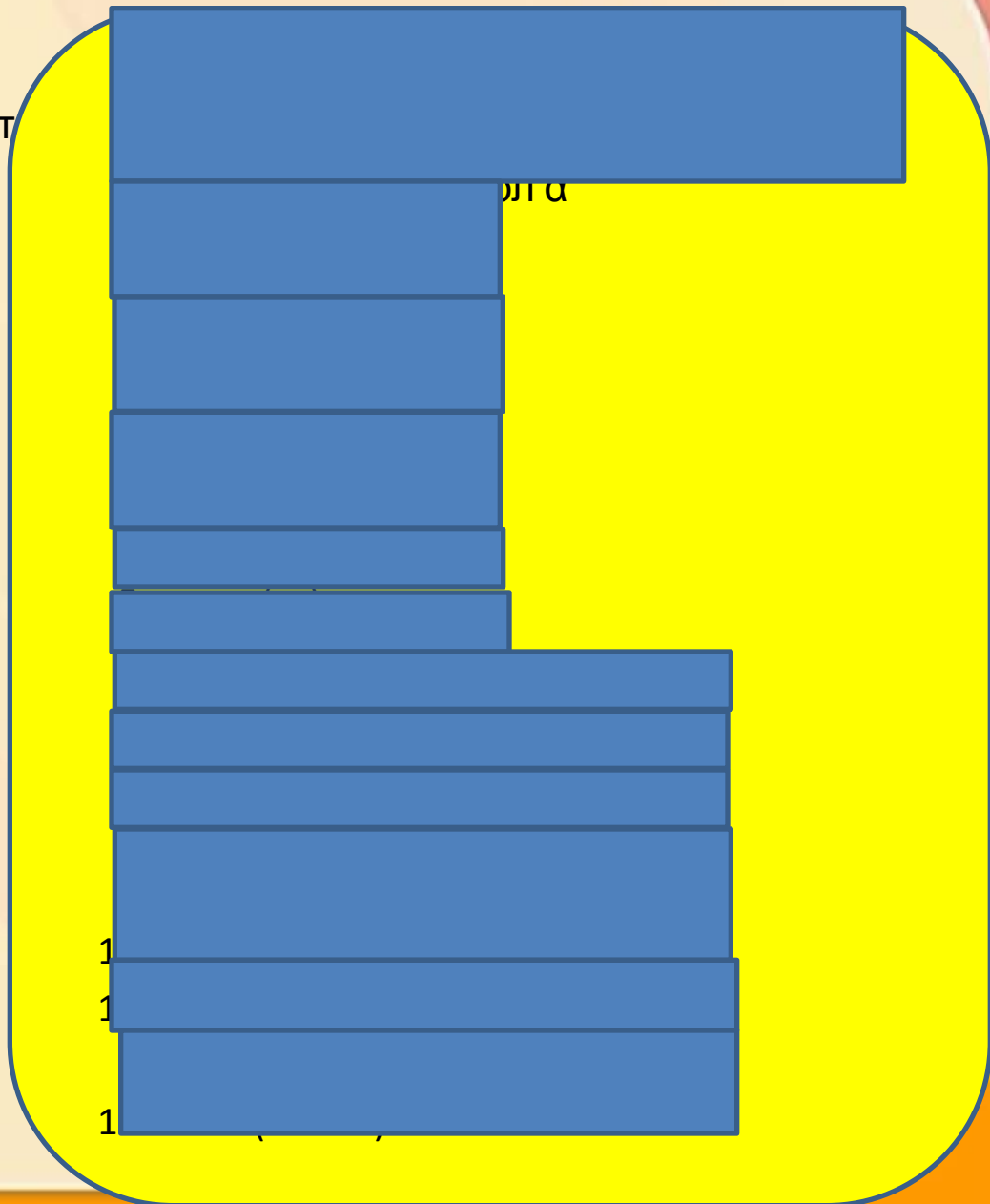
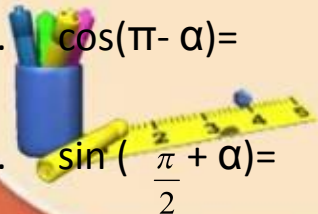
8. $\sin(\alpha + \beta) =$

9. $\cos 2\alpha =$

10. $\operatorname{tg} 2\alpha =$

11. $\cos(\pi - \alpha) =$

12. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$



Упростите выражение:

$$\begin{aligned} & (\cos^2 \alpha * \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha * \operatorname{ctg}^2 \alpha) + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \\ & = \cancel{\cos^2 \alpha} * \frac{\sin^2 \alpha}{\cancel{\cos^2 \alpha}} + \cancel{\sin^2 \alpha} * \frac{\cos^2 \alpha}{\cancel{\sin^2 \alpha}} + \\ & + \operatorname{ctg}^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \\ & = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

	Задани	Отве
Найдите значения выражений	$1) \quad 3 \sin \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$	$\dots = 3 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 1,5 - 1 = 0,5$
	$2) \quad 2 \cos \frac{\pi}{3} + \sin \pi$	$\dots = 2 \cdot \frac{1}{2} + 0 = 1$
	$3) \quad 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2}$	$\dots = 3 \cdot 1 - 1 = 2$



No	I	II	1	2	3	4
1	$\sin^2 \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} + 2\operatorname{tg} \pi$	$\cos^2 \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{6}$	1	$-\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{3}}$	$\frac{\operatorname{tg} 60^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\sin 30^\circ}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$



Упростите тригонометрические выражения

$$(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$$

$$\cos^2 \alpha + 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}\right)$$

$$\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$



Формулы приведения

«Правило»

Определить знак функции в той четверти, которой принадлежит аргумент (угол считаем **острым**)

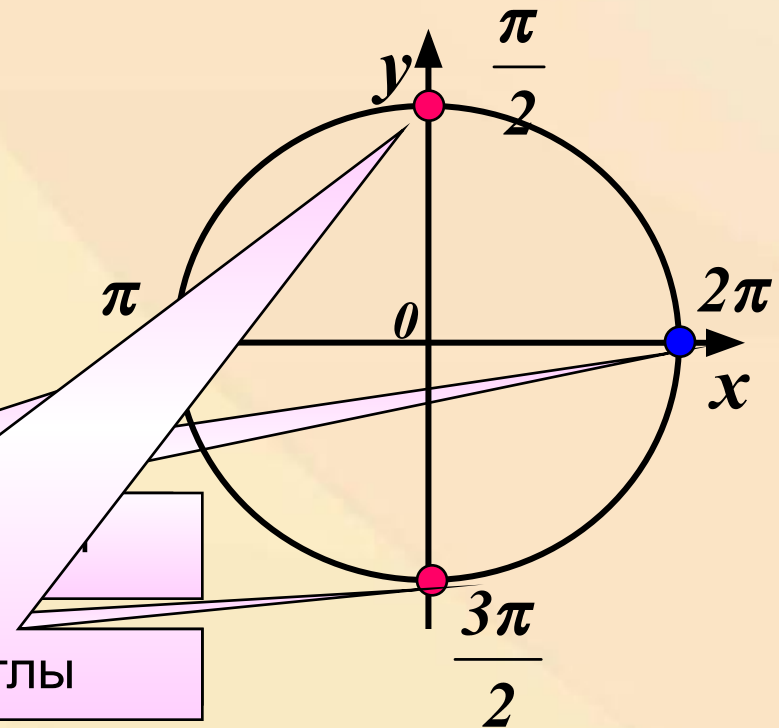
α

«Горизонтальные» – «спящие»

«Вертикальные» – «рабочие» углы

Не изменяем функцию, если аргумент

Название функции **меняем** на кофункцию, если аргумент



$$(\pi \pm \alpha) \quad (2\pi \pm \alpha)$$

$$\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) \quad \left(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right)$$

Упростите выражение:

$$\operatorname{tg}10^\circ \cdot \operatorname{tg}20^\circ \cdot \operatorname{tg}30^\circ \cdot \operatorname{tg}40^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg}80^\circ$$



Вычислите: $\frac{\sin 225^\circ \cos 290^\circ \operatorname{tg} 165^\circ}{\operatorname{ctg} 105^\circ \cos 60^\circ \sin 340^\circ}$



Формулы двойного угла

$$1. \sin 2\alpha =$$

$$2. \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$3. \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

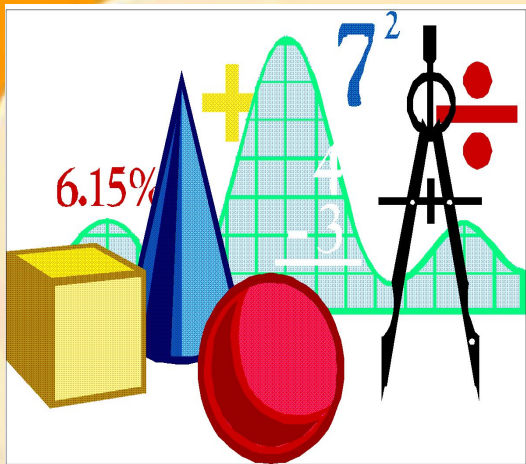


Вычислите: $\frac{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}$, если $\cos \alpha = \frac{1}{5}$



Упростите: $\sqrt{2} \left(\sin^4 \frac{\pi}{8} - \cos^4 \frac{\pi}{8} \right)$





Формулы сложения

$$1. \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$2. \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$3. \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$4. \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$5. \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$6. \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$



Вычислите: $\sin 75^\circ$



Преобразуйте выражение:

$$\frac{\cos \frac{\pi}{30} \cdot \cos \frac{\pi}{15} + \sin \frac{\pi}{30} \cdot \sin \frac{\pi}{15}}{\sin \frac{7\pi}{30} \cdot \cos \frac{4\pi}{15} + \cos \frac{7\pi}{30} \cdot \sin \frac{4\pi}{15}}$$



Формулы половинного угла

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2};$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}.$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



Формулы понижения степени

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

Выразим

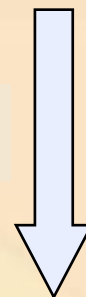


$\sin^2 x$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

Выразим



$\cos^2 x$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$



Вычислите:

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha, \text{ если } \cos 2\alpha = 5/13$$



Вычислите:

$$\sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$$



Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$



Упростите:
$$\frac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{\cos 5\alpha + \cos 3\alpha}$$



Упростите:
$$\frac{\cos(\alpha + 32^\circ) + \cos(\alpha - 28^\circ)}{\sin(88^\circ - \alpha)}$$



Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x - y) + \cos(x + y))$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x - y) - \cos(x + y))$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} (\sin(x - y) + \sin(x + y))$$



Вычислите:

$$\sin 4^\circ \cdot \sin 86^\circ - \cos 2^\circ \cdot \sin 6^\circ + \sin 4^\circ$$



Вычислите:

$$\cos^2 3^\circ + \cos^2 1^\circ - \cos 4^\circ \cos 2^\circ;$$



Формулы универсальной подстановки

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$



Вычислите

$$\frac{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{4 \sin \alpha + 5 \cos \alpha}$$

, если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 3$

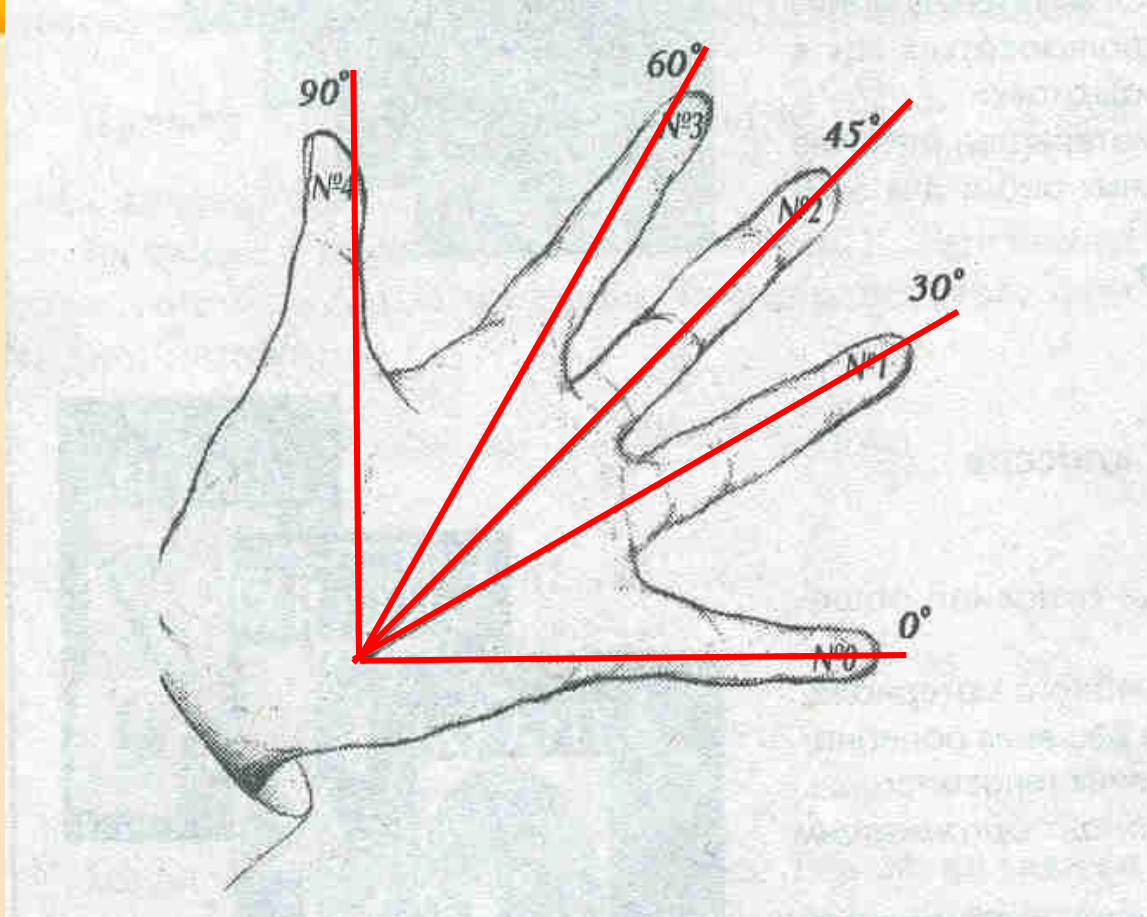


Правильно выбранная формула часто позволяет существенно упростить решение, поэтому весь изученный материал данной темы стоит держать в зоне своего внимания. Знания, умения, навыки полученные в процессе работы гарантируют успешное выполнение соответствующих заданий ЕНТ.



Это интересно





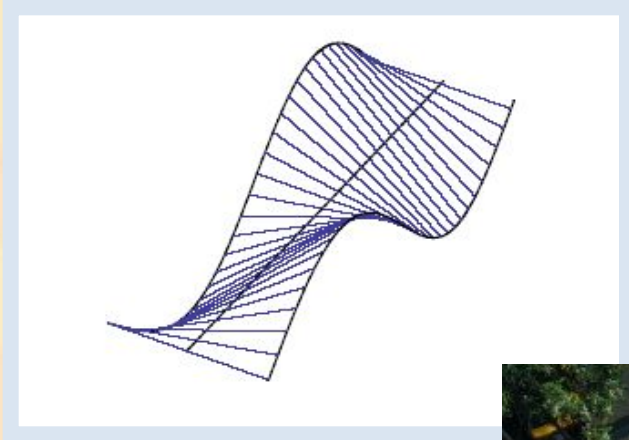
Тригонометрия в ладони

№0 Мизинец	0°
№1 Безымянный	30°
№2 Средний	45°
№3 Указательный	60°
№4 Большой	90°

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}$$



Тригонометрия и ее применение в различных сферах науки и жизни



$$z = kx \sin \frac{y}{a}, \quad k=1, a=1$$

В
архитектуре



Детская школа Гауди в Барселоне



Сантьяго Калатрава
Винодельня «Бodegaс
Исиос»



Феликс Кандела
**Ресторан в Лос-
Манантиалесе**



Тригонометрия в

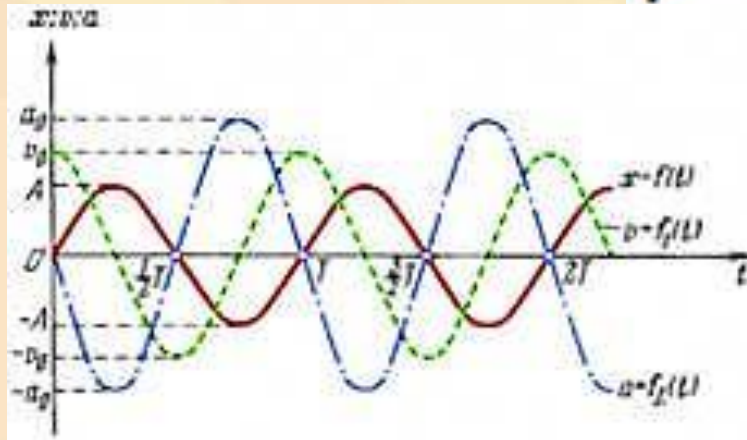
физике
Колебания, при которых изменения физических величин происходят по закону косинуса или синуса (гармоническому закону), называются **гармоническими колебаниями**.

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi'_0)$$

Выражение, стоящее под знаком косинуса или синуса, называется **фазой** колебания

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$





Теория радуги

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2}$$

n_1 - показатель преломления первой среды

n_2 - показатель преломления второй среды

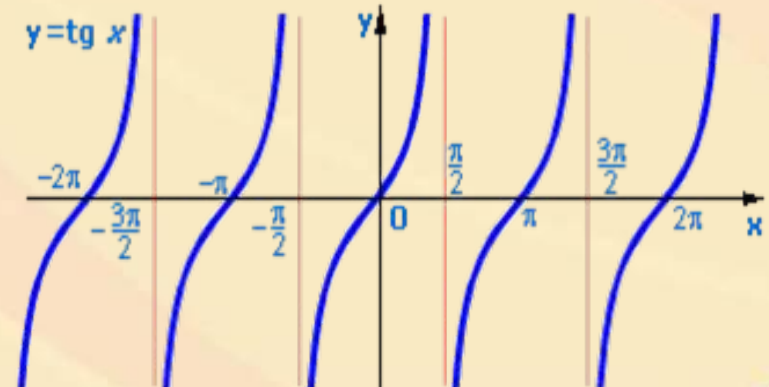
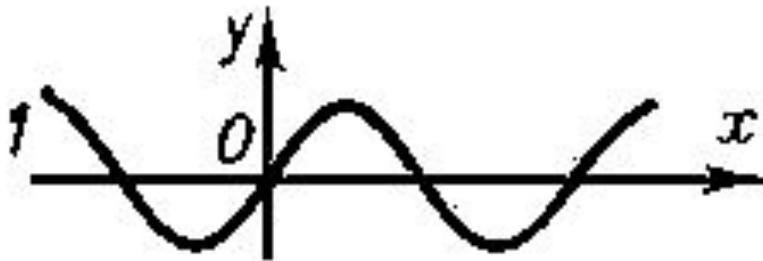


Угол преломления света

Северное сияние

$$F = q \left[\vec{v} \cdot \vec{B} \right] = qvB \sin \alpha$$

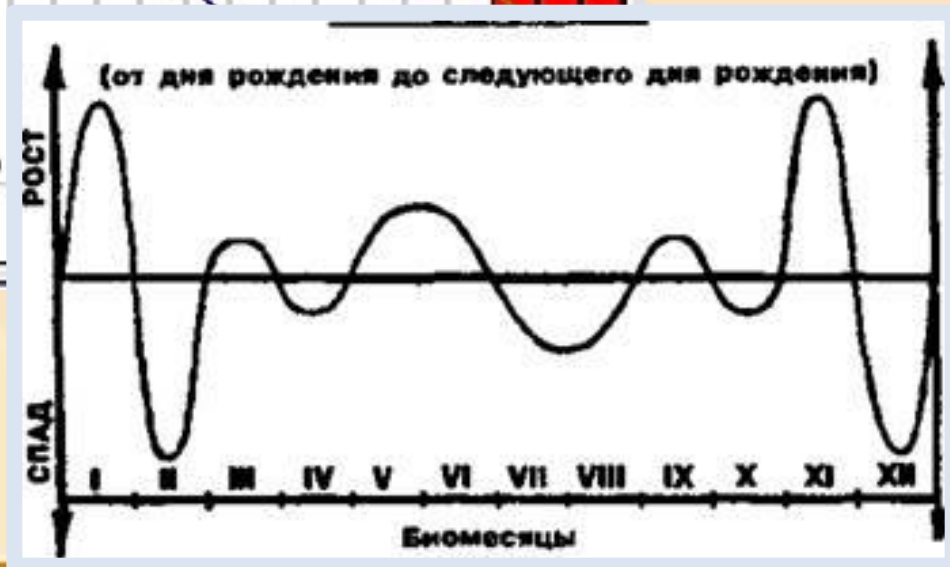
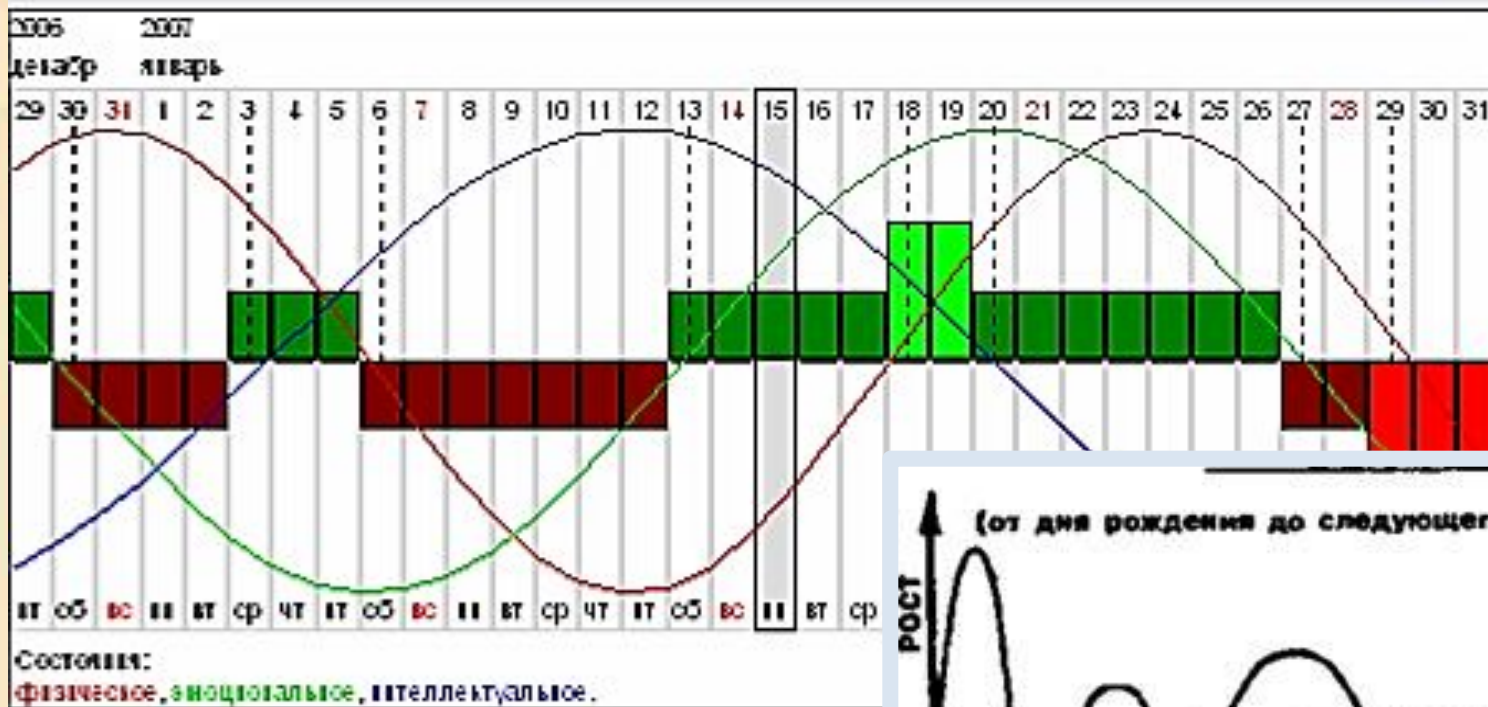
Тригонометрия в биологии



Биоритмы

Экологические ритмы : суточные, сезонные (годовые), приливные и лунные циклы

Физиологические ритмы: ритмы давления, биения сердца, артериальное давление.





Рефлексия

ЗНАЮ...

ЗАПОМНИЛ...

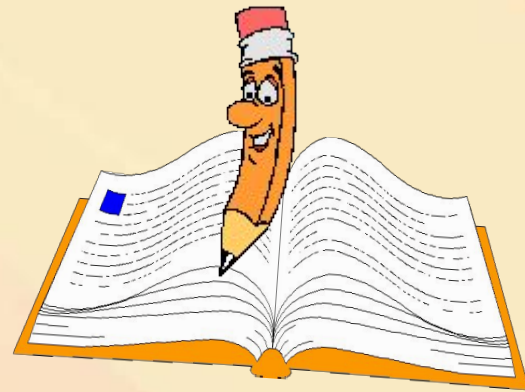
СМОГ...

Я



Домашнее задание

- Повторите все формулы обязательно!!!
- Приготовьтесь к тестированию!!!



**Спасибо за
урок.**



Упростите: $\frac{\operatorname{ctg}^2 2\alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} 2\alpha} - \cos 8\alpha \cdot \operatorname{ctg} 4\alpha$



Упростите: $\frac{(\sin 10^\circ + \sin 80^\circ)(\cos 80^\circ - \cos 10^\circ)}{\sin 70^\circ}$



Вычислите $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$, если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$

