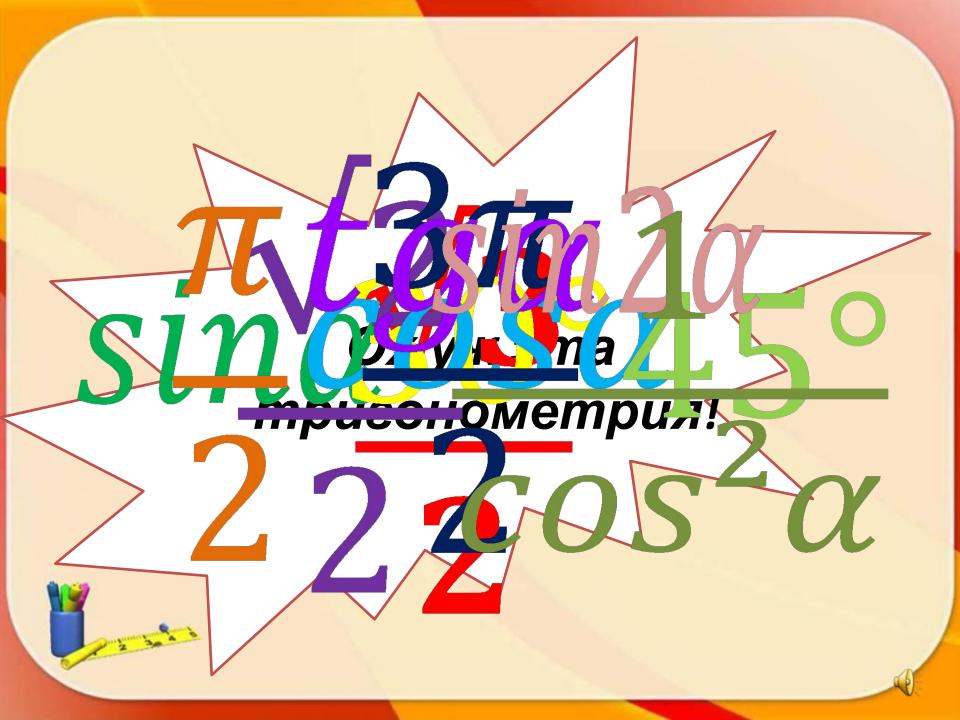
# Обобщающий урок по алгебре



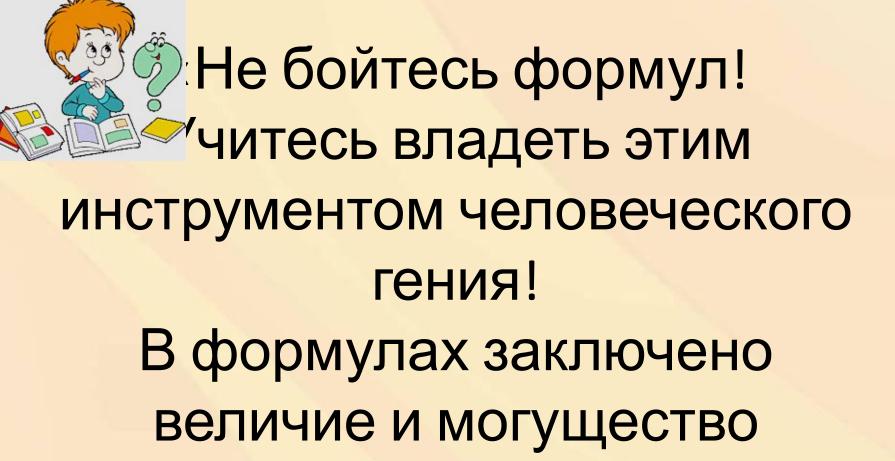




#### Цели урока:

- ❖обобщить и систематизировать знания и умения по теме;
- ❖ совершенствовать навыки преобразований, нахождения значений тригонометрических выражений, доказательства тождеств;
- выявить наиболее слабо понятые вопросы данной темы для их дальнейшей коррекции.

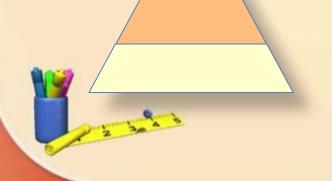




разума...»

Марков А.А.

## Что-такое тригоно-тетрия?



Зарождение тригонометрии относится к глубокой древности. Само название «тригонометрия» греческого происхождения, обозначающее «измерение треугольников».

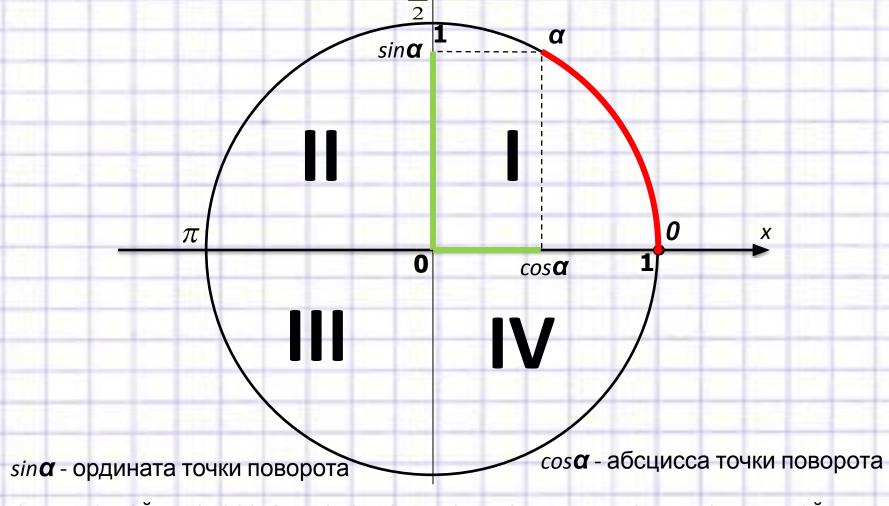


Одним из основоположников тригонометрии считается древнегреческий астроном Гиппарх, живший во 2 веке до нашей эры.

Гиппарх является автором первых тригонометрических таблиц и одним из основоположников астрономии.



## Вспомним, с чего все начиналось:



(под «точкой поворота» следует понимать – «точку единичной тригонометрической окружности, полученной при повороте на  $\alpha$  радиан от начала отсчета»)

### Определите знак тригонометрического выражения

$$\sin 365^{\circ} > 0$$

$$\sin 235^{\circ} < 0$$

$$ctg\frac{3\pi}{4} < 0$$

$$\cos\frac{2\pi}{3} < 0$$

$$\cos(-91^{\circ}) < 0$$

$$tg(-124^{\circ}) > 0$$

## Определите какой четверти принадлежит угола

$$\cos \alpha > 0$$
,  $\sin \alpha < 0$ 

$$\alpha \in 4$$
 четверти

$$tg\alpha > 0, \cos\alpha < 0$$

$$\alpha \in 3$$
 четверти

$$ctg\alpha < 0, \sin\alpha > 0$$

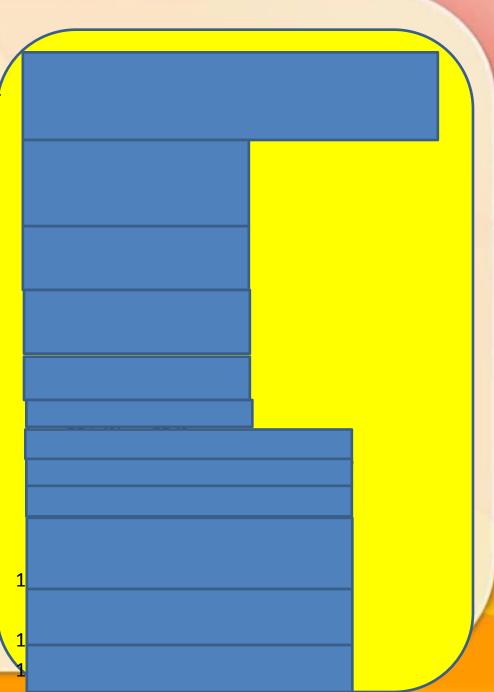


Синусом угла α называется \_\_\_\_\_
точки, полученной поворотом
точки \_\_\_\_\_ вокруг начала координат
на угол α

- 2.  $tg \alpha =$
- 3.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$
- 4.  $1 + tg^2 \alpha =$
- 5.  $\sin(-\alpha)$ =
- 6.  $tg(-\alpha) =$
- 7.  $\cos(\alpha+\beta)=$
- 8.  $\sin(\alpha-\beta)=$
- 9.  $\sin 2\alpha =$
- 10.  $tg(\alpha+\beta)=$

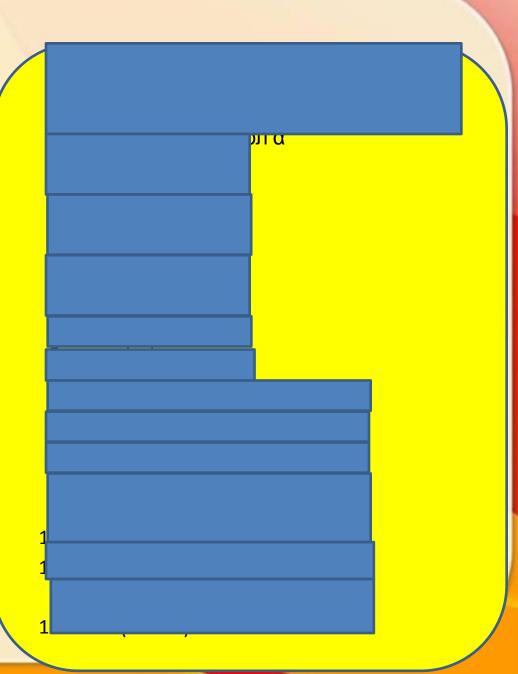
11.  $\sin(\pi - \alpha) =$ 

12.  $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) =$ 



1. Косинусом угла α называется \_\_\_\_\_ точки, полученной поворотом точки\_\_\_\_\_ вокруг начала координат на угол α

- 2. ctg  $\alpha$ =
- 3.  $tg \alpha \cdot ctg \alpha =$
- 4.  $1 + ctg^2 \alpha =$
- 5.  $\cos (-\alpha) =$
- 6.  $ctg(-\alpha) =$
- 7.  $\cos(\alpha-\beta)=$
- 8.  $\sin(\alpha+\beta)=$
- 9.  $\cos 2\alpha =$
- 10.  $tg 2\alpha =$
- 11.  $(\alpha)$   $(\alpha)$   $(\alpha)$
- 12.  $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)$



### Упростите выражение:

$$(\cos^{2}\alpha * tg^{2}\alpha + \sin^{2}\alpha * ctg^{2}\alpha) + ctg^{2}\alpha =$$

$$= \cos^{2}\alpha * \frac{\sin^{2}\alpha}{\cos^{2}\alpha} + \sin^{2}\alpha * \frac{\cos^{2}\alpha}{\sin^{2}\alpha} +$$

$$+ ctg^{2}\alpha = (\sin^{2}\alpha + \cos^{2}\alpha) + ctg^{2}\alpha =$$

$$= 1 + ctg^{2}\alpha = \frac{1}{\sin^{2}\alpha}$$

	Задани	Отве			
Найдите значения выражени й	1) $3\sin\frac{\pi}{6} - tg\frac{\pi}{4}$	$\dots = 3 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 1, 5 - 1 = 0, 5$			
	$2)  2\cos\frac{\pi}{3} + \sin\pi$	$\dots = 2 \cdot \frac{1}{2} + 0 = 1$			
	3) $3tg\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{2}$	$ = 3 \cdot 1 - 1 = 2$			



Nο			1	2	3	4
1	$\sin^2\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{3} + 2tg\pi$	$\cos^2\frac{\pi}{4} - tg^2\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{6}$	1	$-\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{ctg\frac{\pi}{6}\cdot\sin\frac{\pi}{6}}{\cos\frac{\pi}{3}}$	$\frac{tg60^{\circ} \cdot \cos 60^{\circ}}{\sin 30^{\circ}}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$



#### Упростите тригонометрические выражения

$$(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

$$\cos^{\frac{b-2\sin^2\alpha}{\alpha}}_{2\cos^2\alpha} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} tg^2\alpha \right)$$

$$\frac{1-\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$$



$$\frac{(\sin\alpha + \cos\alpha)^2}{1 + 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha}$$

#### Формулы приведения

#### «Правило»

Определить знак функции в той четверти, которой принадлежит аргумент (угол считаем острым)

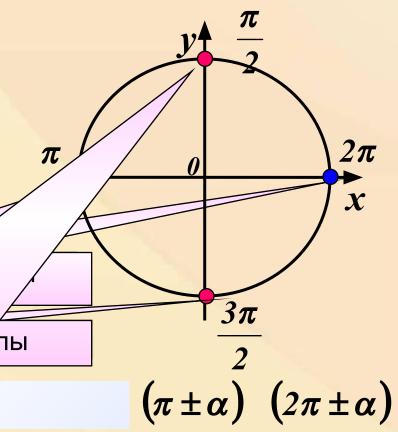
α

«Горизонтальные» – «спяр

«Вертикальные» – «рабочие» углы

Не изменяем функцию, если аргумент

Название функции меняем на кофункцию, если аргумент



$$\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) \left(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right)$$

#### Упростите выражение:

$$tg10^{\circ} \cdot tg20^{\circ} \cdot tg30^{\circ} \cdot tg40^{\circ} \cdot \dots \cdot tg80^{\circ}$$



# Вычислите: $\frac{\sin 225^{\circ} \cos 290^{\circ} \operatorname{tg} 165^{\circ}}{\cot g 105^{\circ} \cos 60^{\circ} \sin 340^{\circ}}$



### Формулы двойного угла

$$2.\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$3.tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$



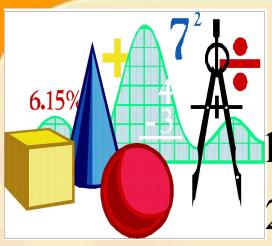


Вычислите: 
$$\frac{2\sin\alpha + \sin2\alpha}{2\sin\alpha - \sin2\alpha}$$
 , еслиоѕ  $\alpha = \frac{1}{5}$ 



Упростите: 
$$\sqrt{2} \left( \sin^4 \frac{\pi}{8} - \cos^4 \frac{\pi}{8} \right)$$





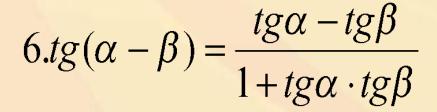
#### Формулы сложения

 $1.\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$  $2.\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$ 

 $3.\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$ 

 $4.\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$ 

$$5.tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha \cdot tg\beta}$$





### Вычислите: sin 75°



#### Преобразуйте выражение:

$$\frac{\cos\frac{\pi}{30} \cdot \cos\frac{\pi}{15} + \sin\frac{\pi}{30} \cdot \sin\frac{\pi}{15}}{\sin\frac{7\pi}{30} \cdot \cos\frac{4\pi}{15} + \cos\frac{7\pi}{30} \cdot \sin\frac{4\pi}{15}}$$



#### Формулы половинного угла

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2};$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}.$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



#### Формулы понижения степени

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

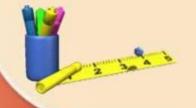
$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

Выразим  $sin^2 x$ 

Выразим  $cos^2 x$ 

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$



# Вычислите: $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$ , если $\cos 2\alpha = 5/13$



#### Вычислите:

$$\sin^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8}$$



## Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x - y}{2} \cos \frac{x + y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

Упростите:  $\frac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{\cos 5\alpha + \cos 3\alpha}$ 



Упростите: 
$$\frac{\cos(\alpha + 32^{\circ}) + \cos(\alpha - 28^{\circ})}{\sin(88^{\circ} - \alpha)}$$



## Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x - y) + \cos(x + y))$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \left( \sin(x - y) + \sin(x + y) \right)$$



# Вычислите: sin4°·sin86° – cos2°·sin6° + sin4°



#### Вычислите:

$$\cos^2 3^\circ + \cos^2 1^\circ - \cos 4^\circ \cos 2^\circ$$
;



# Формулы универсальной подстановки

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} \qquad \cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

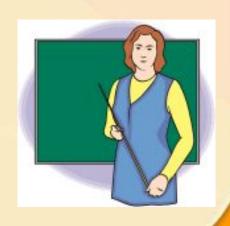


$$\frac{2\sin\alpha - 3\cos\alpha}{4\sin\alpha + 5\cos\alpha}$$

$$\sec^{\frac{\alpha}{2}} = 3$$

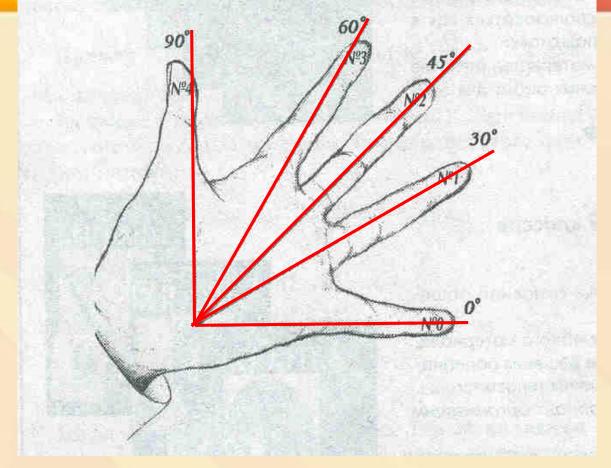


Правильно выбранная формула часто позволяет существенно упростить решение, поэтому весь изученный материал данной темы стоит держать в зоне своего внимания. Знания, умения, навыки полученные в процессе работы гарантируют успешное выполнение соответствующих заданий



## Это интересно





#### Тригонометрия в ладони

№0 Мизинец 00

№1 Безымянный 30<sup>0</sup>

**№2** Средний 45<sup>0</sup>

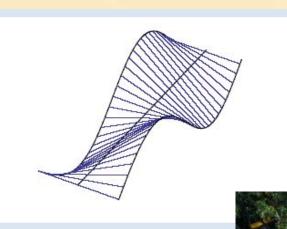
№3 Указательный 60<sup>0</sup>

№4 Большой 90<sup>0</sup>

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}$$



## Тригонометрия и ее применение в различных сферах науки и жизни



$$z = kx \sin \frac{y}{a}$$
 , k=1, a=1

В архитектуре



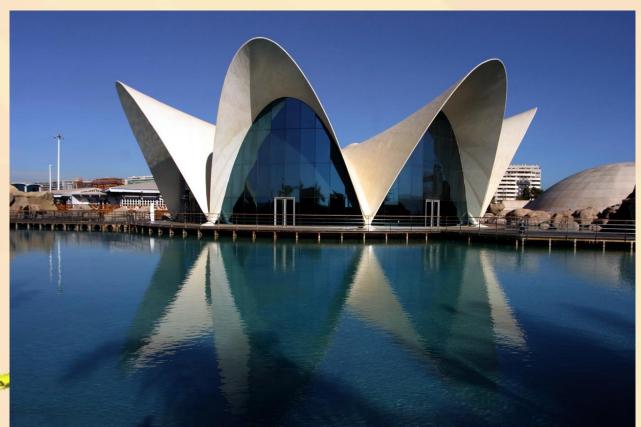


Детская школа Гауди в Барселоне

#### Сантьяго Калатрава Винодельня «Бодегас Исиос»



#### Феликс Кандела Ресторан в Лос-Манантиалесе



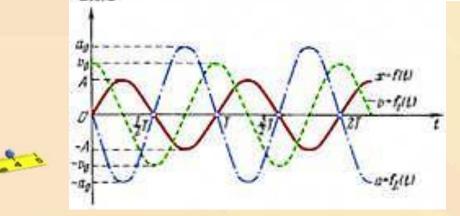


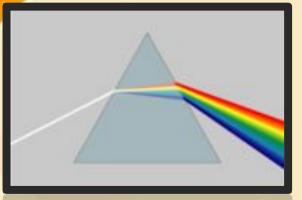
#### Тригонометрия в

Колебанда изменения физических величин происходят по закону косинуса или синуса (гармоническому закону), называются гармоническими колебаниями.

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$
  $x = x_m \sin(\omega t + \varphi'_0)$ 

Выражение, стоящее под знаком косинуса или синуса, называется фазой  $\kappa \phi = \omega t + \phi_0$ 





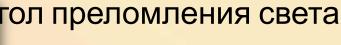
#### Теория радуги

$$\frac{\sin \alpha}{\sin} = \frac{n_1}{n_2}$$

n<sub>1</sub> - показатель преломпления первой среды

n<sub>2</sub> - показатель преломления второй среды





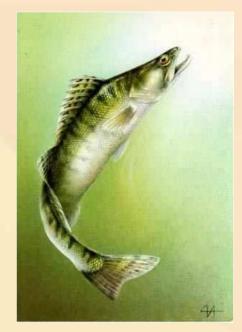


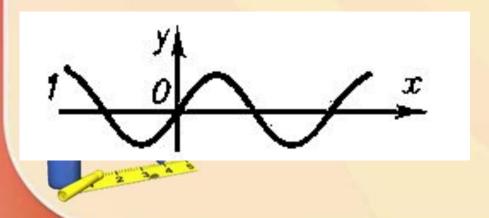
$$F = q \left[ \bigcup_{v \in B} \right] = q v B \sin \alpha$$

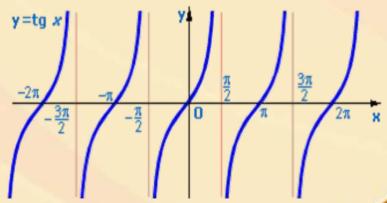


## Тригонометрия в биологии





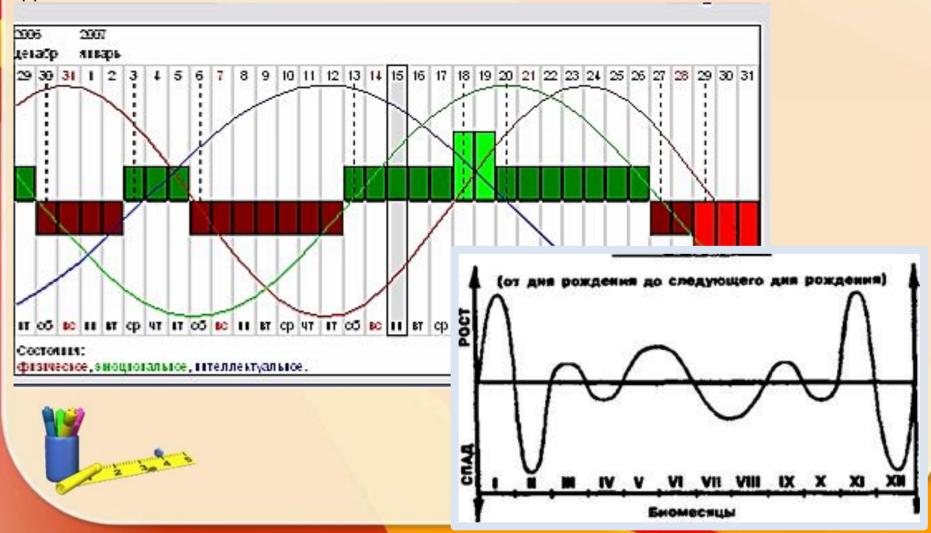




#### Биоритмы

**Экологические ритмы** : суточные, сезонные (годовые), приливные и лунные циклы

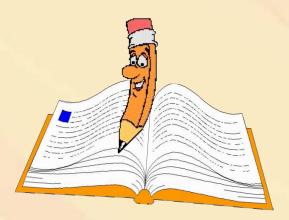
Физиологические ритмы: ритмы давления, биения сердца, артериальное давление.





### Домашнее задание

- Повторите все формулы обязательно!!!
- Приготовьтесь к тестированию!!!







# Спасибо за урок.



Упростите: 
$$\frac{\operatorname{ctg}^2 2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg} 2\alpha} - \cos 8\alpha \cdot \operatorname{ctg} 4\alpha$$



Упростите:  $\frac{(\sin 10^{\circ} + \sin 80^{\circ})(\cos 80^{\circ} - \cos 10^{\circ})}{\sin 70^{\circ}}$ 



Вычислите
$$\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$$
, если $tg \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ 

