

*Тема урока:
«Размещения,
сочетания,
перестановки
в повседневной жизни»*

Урок алгебры в 11 классе

Задача

Квартет

Проказница Мартышка
Осёл,
Козёл,
Да косолапый Мишка
Затеяли играть квартет

...

Стой, братцы стой! –
Кричит Мартышка, - погодите!

Как музыке идти?

Ведь вы не так сидите...

*И так, и так пересаживались – опять музыка на
лад не идет.*

Вот пуще прежнего пошли у них разборы

И споры,

Кому и как сидеть...

?



Решение:



Здесь $n=4$, поэтому способов «усесться чинно в ряд» имеется

$$\underline{P = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24}$$

КОМБИНАТОРИКА

- это раздел математики, в котором изучаются простейшие «соединения»: перестановки, размещения, сочетания.

(Большой Энциклопедический Словарь)

- происходит от латинского слова «**combina**», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».

Исторические сведения

- С задачами, в которых приходилось выбирать те или иные предметы, располагать их в определенном порядке и отыскивать среди разных расположений наилучшие, люди столкнулись еще в доисторическую эпоху, выбирая наилучшее положение охотников во время охоты, воинов - во время битвы, инструментов - во время работы».

Исторические сведения

- Комбинаторные мотивы можно заметить в символике китайской «Книги Перемен» (V век до н. э.). По мнению её авторов, всё в мире комбинируется из различных сочетаний мужского и женского начал, а также восьми стихий: земля, горы, вода, ветер, гроза, огонь, облака и небо. Историки отмечают также комбинаторные проблемы в руководствах по игре в Го и другие игры. Большой интерес математиков многих стран с древних времён неизменно вызывали магические квадраты

Исторические сведения

Термин «комбинаторика» был введён в математический обиход Лейбницем, который в 1666 году опубликовал свой труд «Рассуждения о комбинаторном искусстве»

Первоначально комбинаторика возникла в XVI в в связи с распространением различных азартных игр.

Основы комбинаторики и теории вероятностей создали и разработали французские математики XVII века Пьер Ферма и Блез Паскаль

Исторические сведения

- ✓ Отцом современной комбинаторики считается Пал Эрдёш, который ввёл в комбинаторику вероятностный анализ.
- ✓ К комбинаторике значительно повысился интерес со второй половины XX века, когда появились компьютеры.
- ✓ Сейчас это чрезвычайно содержательная и быстроразвивающаяся область математики.

ГИПОТЕЗА

Решение комбинаторных задач помогает развитию логического мышления, активизирует познавательную деятельность, развивает творческие способности, помогает решению задач

Заполните пропуски:

1 $A_n^{\dots} = \frac{\dots!}{(n-k)!}$

3 $P_n = \dots!$

2 $C_{\dots}^k = \frac{n!}{(\dots-k)! \dots!}$

Заполните пропуски:

4 $A_5^{\dots} = \frac{\dots!}{(\dots - 3)!}$

6 $P_{\dots} = 3!$

5 $C_{\dots}^2 = \frac{\dots!}{(8 - \dots)! \dots!}$

Проверь:

$$1 \quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$3 \quad P_n = n!$$

$$2 \quad C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Проверь:

$$4 \quad A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!}$$

$$6 \quad P_3 = 3!$$

$$5 \quad C_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!2!}$$

Типичные задачи:

Сочетания

1. Сколько рукопожатий получится, если здороваются 5 человек?
{Вася, Петя} = {Петя, Вася}
– одно и то же.

Значит, порядок неважен, значит это подмножество по два элемента из 5, значит это сочетание из пяти по два.

$$C_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

Размещения

2. Сколькими способами пять человек могут обменяться фотографиями?
{Вася, Петя} \neq {Петя, Вася}
– разные обмены.

Значит, порядок важен, значит это последовательность по два элемента из 5, значит это размещение из пяти по два.

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 4 \cdot 5 = 20$$

Перестановки

Сколькими способами
 n человек могут сесть
на скамейке?

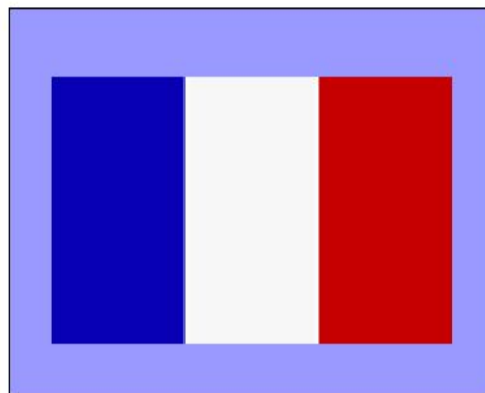
$$P_n = n!$$

Флаги стран Европы, где встречаются три цвета:
белый, синий, красный.

НИДЕРЛАНДЫ



ФРАНЦИЯ



ЮГОСЛАВИЯ



Как подсчитать, сколько таких флагов мы можем составить из трех цветных полосок?

Решение:

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Ответ: 6 способов

Задача 4.

10 января в расписании Олимпийских игр были заявлены следующие виды спорта: биатлон, конькобежный спорт, лыжные гонки и сноуборд.

Сколькими способами можно составить расписание из данных видов спорта на 10 января?

Сколькими способами можно составить расписание, если известно, что биатлон должен идти первым?

Решение:

$$1) 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$2) 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Ответ: 24 способа и 6 способов.

Задача 6.

Среди популярных артистов эстрады:
Алсу, Азиза, Жасмин, Земфира, Катя
Лель, Каролина для съемки в клипе
необходимо выбрать только троих.
Сколько всевозможных троек можно
составить?

Решение:

$$C_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$
$$= 4 \cdot 5 = 20$$

Ответ: 20 троек.

Задача №7

Виктор Петрович открыл новую точку сети магазинов «Магнит», принял на работу 24 незнакомых человека.

Сколькими способами Виктор Петрович можно выбрать управляющего магазина и его заместителя?

Задача №7

Виктор Петрович открыл новую точку сети магазинов «Магнит», принял на работу 24 незнакомых человека.

:
Сколькими способами Виктор Петрович можно выбрать управляющего магазина и его заместителя

$$A_m^n = \frac{m!}{(m - n)!}$$

$$A_{24}^2 = \frac{24!}{(24 - 2)!} = \frac{24!}{22!} = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22!}{22!} = 24 \cdot 23 = 552$$

Задача 8.

В службе занятости имеются
5 вакансий. Сколькими способами
можно распределить эти места
среди 5 человек?
Среди 3 человек?

Решение:

$$1) A_5^5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$2) A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 60$$

Ответ: 120 и 60 способов.

Задача 10.

В районных соревнованиях по футболу участвуют 9 команд. Каждая команда провела с каждой из остальных по одной игре. Сколько всего игр было сыграно?

Решение:

$$C_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!2!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9}{7! \cdot 1 \cdot 2} = 36$$

Ответ: 36 игр.

Задача10

Замок сейфа открывается, если введена правильная комбинация. Иванов пытается открыть сейф, набирая код наудачу. Он знает, что код состоит из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что все числа не повторяются и последней является 5. Сколько попыток ему придется сделать.

Основные элементы комбинаторики.



1. Размещение $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$

Это любое упорядоченное подмножество m из элементов множества n .

(Порядок важен).

2. Перестановки $P_n = n!$

Если $m = n$, то эти размещения называются перестановками.

3. Сочетания $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

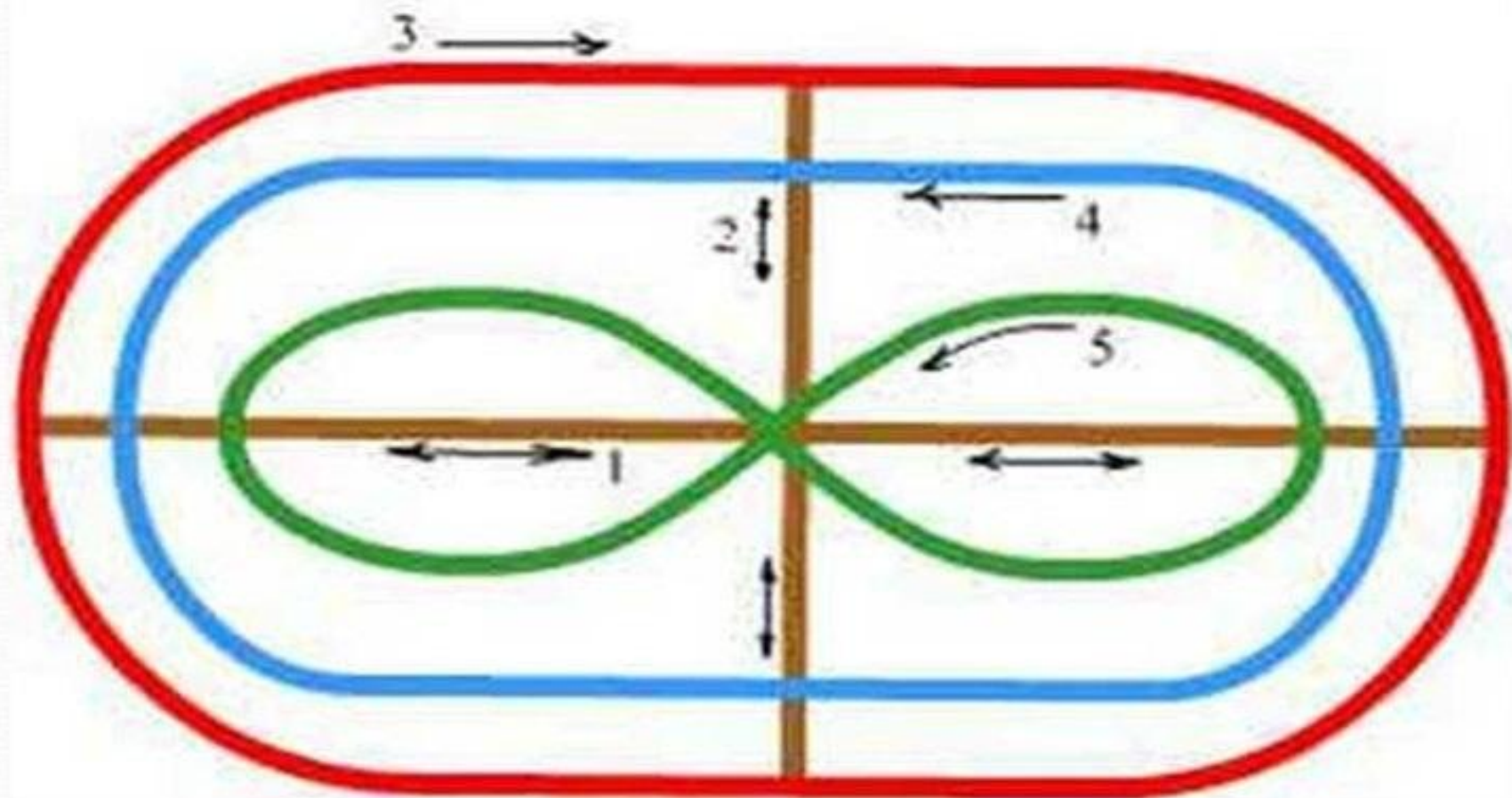
Это любое подмножество из m – элементов, которые принадлежат множеству, состоящему из n – различных элементов.

(Порядок не важен).

Следствие. Число сочетаний из n элементов по $n - m$ равно число сочетаний из n элементов по m , т.е. $C_n^{n-m} = C_n^m$

Тренажёр Базарного В.Ф.

Способствует улучшению координации движения глаз, развитию сложных движений.
Снимает статическое напряжение с мышц глаз. Улучшает кровообращение.
Детям предлагается проследить глазами по указанному направлению.



Тест по комбинаторике

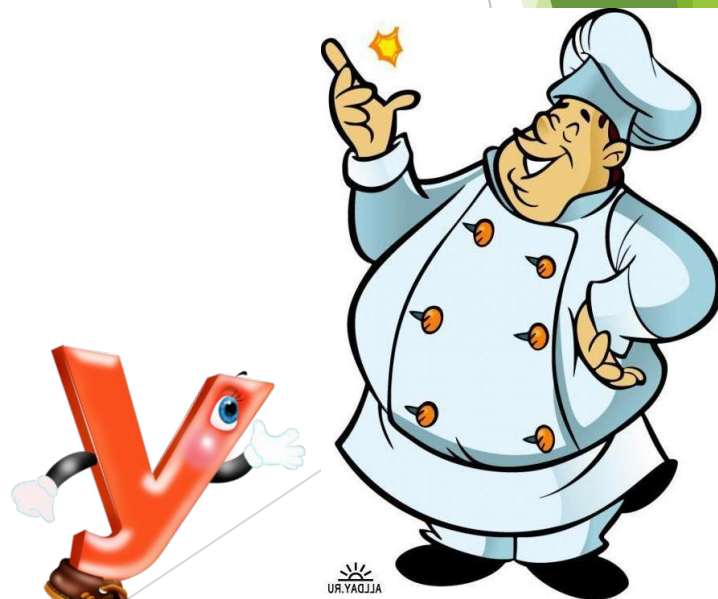
- ▶ Вариант 1
- ▶ 1. Сколькими способами можно расставить 4 различные книги на книжной полке?
▶ 1) 24 2) 4 3) 16 4) 20
- ▶ 2. В футбольной команде 11 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?
▶ 1) 110 2) 11 3) 150 4) 22
- ▶ 3. В школьном хоре имеется пять солистов. Сколько есть вариантов выбора двух из них для участия в конкурсе?
▶ 1) 10 2) 21 3) 14 4) 7

ГИПОТЕЗА

Решение комбинаторных задач помогает развитию логического мышления, активизирует познавательную деятельность, развивает творческие способности, помогает решению задач

Области применения комбинаторики:

- учебные заведения (составление расписаний);
- сфера общественного питания (составление меню);
- Лингвистика (рассмотрение вариантов комбинаций букв).



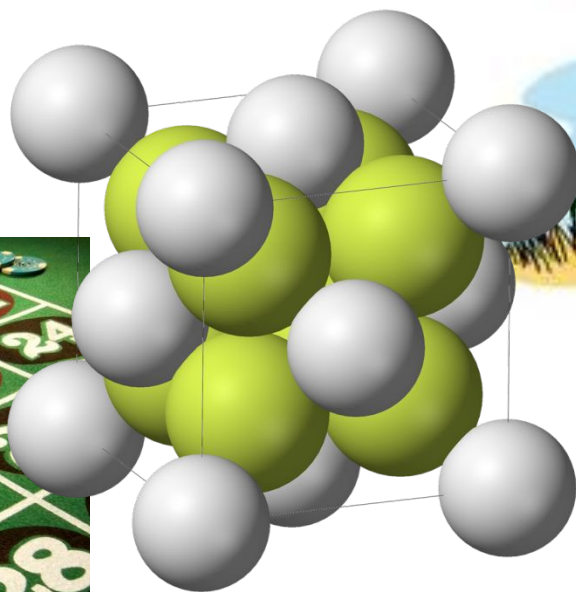
Расписание
учебных занятий
на 2017-2018
год

UJ.YADJJA

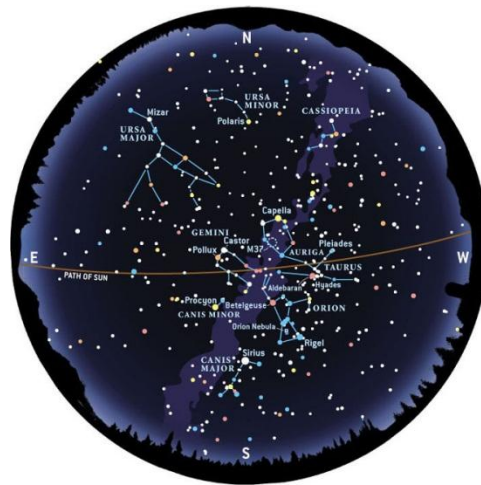
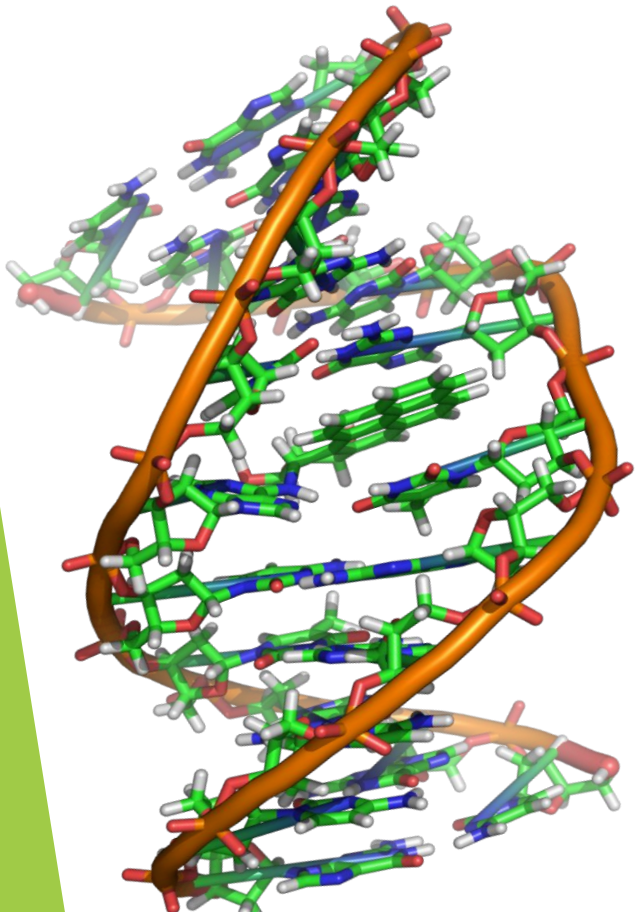
- география (раскраска карт);
- спортивные соревнования (расчёт количества игр между участниками);
- производство (распределение нескольких видов работ между рабочими);



- агротехника (размещение посевов на нескольких полях);
- азартные игры (подсчёт частоты выигрышей);
- химия (анализ возможных связей между химическими элементами);



- биология (расшифровка кода ДНК);
- военное дело (расположение подразделений);
- астрология (анализ расположения планет и созвездий);

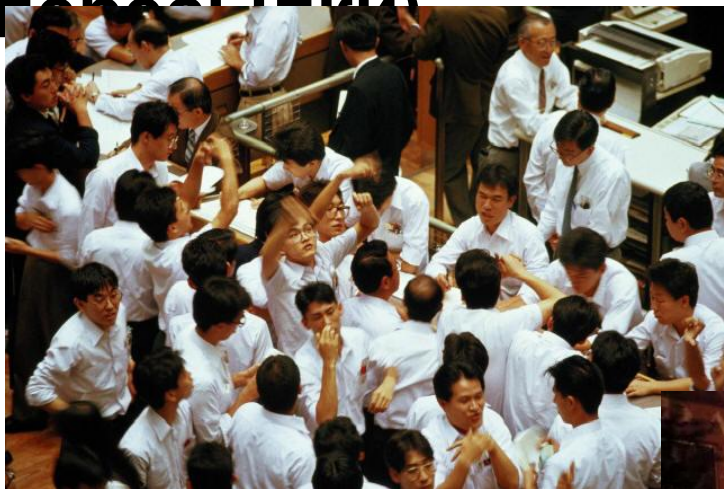


• экономика (анализ вариантов купли-продажи акций);

• криптография (разработка методов

• доставка почты; (рассмотрение вариантов

• шифрование);



ТВОЁ ОТНОШЕНИЕ К УРОКУ

1. Отличный, интересный, захватывающий
2. Хороший, содержательный, заставляющий работать
3. Нормальный, обычный
4. Скучный, работа без интереса
5. Бесплезный, совсем не интересный

Домашнее задание:

- ▶ На «3»- стр176 №66,№75
- ▶ На «4»- придумать и решить3 комбинаторные задачи.
- ▶ На «5»-Применение комбинаторики в практической деятельности людей (рассказ или эссе)