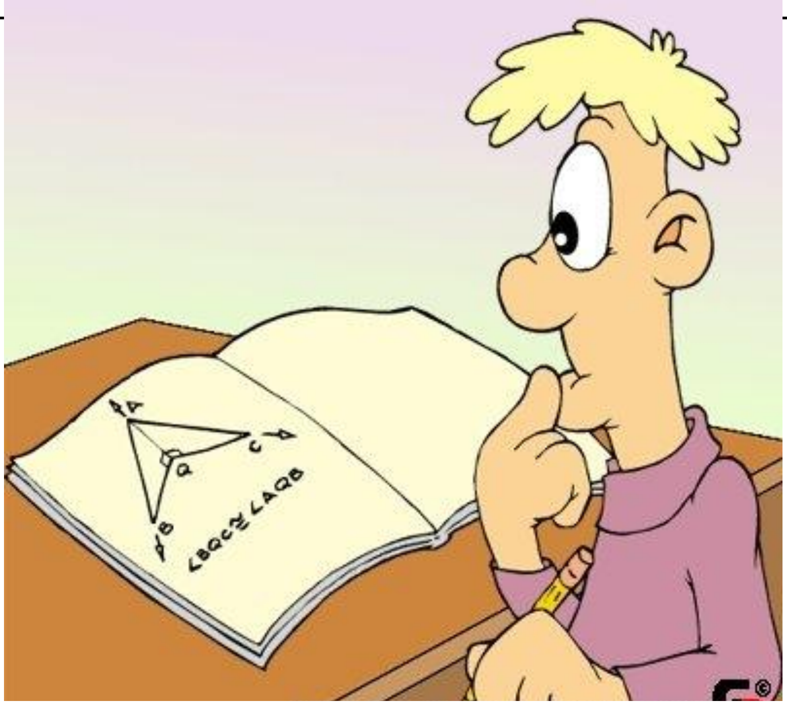
Тема занятия: Логарифмы. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы.

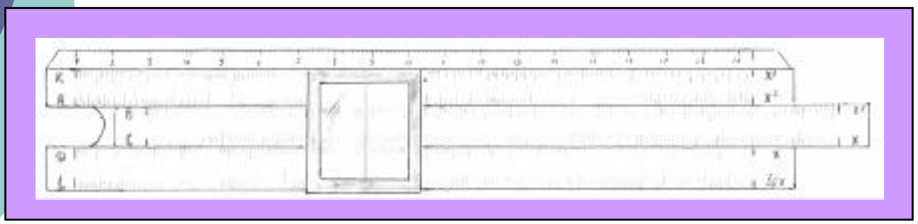


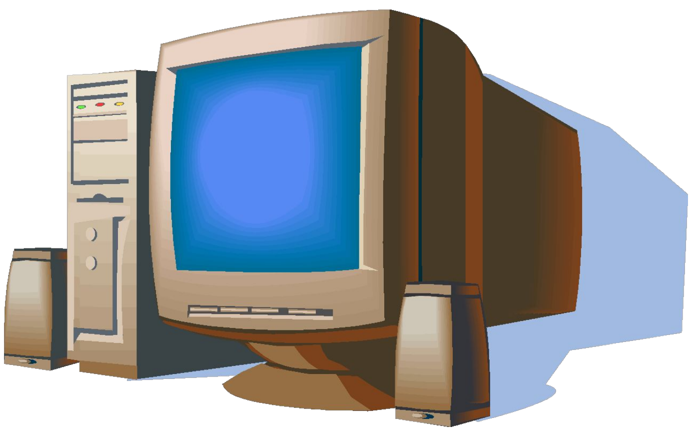
Лекция по дисциплине «Математика» для студентов 1 курса
Преподаватель: Федорова Э.Р.

Изобретение логарифмов, сократив работу астронома, продлило ему жизнь.

П.С. Лаплас

Изобретение логарифмов





- Уже в 1623 г., т. е. всего через 9 лет после издания первых таблиц, английским математиком **Д. Гантером** была изобретена первая логарифмическая линейка, ставшая рабочим инструментом для многих поколений.
- Вплоть до самого последнего времени, когда на наших глазах повсеместное распространение получает электронная вычислительная техника и роль логарифмов как средств вычислений резко снижается.

Историческая справка

- Термин «ЛОГАРИФМ» предложил Дж. Непер; он возник из сочетания греческих слов logos (здесь — отношение) и arithmos (число); в античной математике квадрат, куб и т. д. отношения a/b называются «двойным», «тройным» и т. д. отношением.

- Таким образом, для Непера слова «lógu arithmós» означали «число (кратность) отношения», то есть логарифм у Дж. Непера — *вспомогательное число для измерения отношения двух чисел.*

Историческая справка

- **Термин «натуральный логарифм» принадлежит Н. Меркатору.**
- ***«Характеристика»* — английскому математику Г. Бригсу**
- ***«Мантисса»* в нашем смысле — логарифм – Леонарду Эйлеру**
- ***«Основание»* логарифма — Леонарду Эйлеру**
- **Понятие о *модуле* перехода ввёл Н. Меркатор.**
- **Современное определение логарифма впервые дано английским математиком В. Гардинером (1742).**
- **Знак логарифма — результат сокращения слова «ЛОГАРИФМ» — встречается в различных видах почти одновременно с появлением первых таблиц [напр., Log — у И. *Кеплера* (1624) и Г. Бригса (1631), log и 1. — Б. *Кавальери*(1632, 1643)].**

Портретная галерея

- Шотландский математик, изобретатель логарифмов.
- Учился в Эдинбургском университете. Основными идеями учения о логарифмах Непер овладел не позднее 1594 г., однако его "Описание удивительной таблицы логарифмов", в котором изложено это учение, было издано в 1614 г.
- В этом труде содержались определение логарифма, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.
- В "Построении удивительной таблицы логарифмов" (опубликовано в 1619) Непер изложил принцип вычисления таблиц.

Непер Джон
(1550 - 1617)

Рассмотрим уравнения:

решить уравнение $3^x = 81.$

$3^x = 3^4$

$x = 4$

Ответ: $4.$

Уравнение $3^x = 80$

таким способом решить не удается.

Однако это уравнение имеет корень.

Чтобы уметь решать такие уравнения,

вводится понятие логарифма числа.

Определение логарифма

Логарифмом положительного числа b по основанию a,

где a>0, a≠0

называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b.

Определение логарифма можно

кратко записать так: $a^{\log_a b} = b$

Основное логарифмическое тождество

Это равенство справедливо при $b>0, a>0, a\neq 1$.
Его называют основным логарифмическим тождеством.

$$a^{\log_a b} = b$$

Действие нахождения логарифма числа называют логарифмированием.

Определение логарифма на языке символов:

1. $a^{\log_a b} = b$

2. $\log_a b = p:$

$$\begin{cases} a \rangle 0, a \neq 1; \\ b \rangle 0; \\ a^p = b. \end{cases}$$

Примеры нахождения логарифмов

$пример\ 1.$

$вычислить\ \log_2 8.$

$пусть\ \log_2 8 = x,\ тогда$

$2^x = 8$

$2^x = 2^3$

$x = 3$

$Ответ:\ \log_2 8 = 3.$

$пример\ 2.$

$вычислить\ \log_{64} 128.$

$пусть\ \log_{64} 128 = x,\ тогда$

$64^x = 128$

$2^{6x} = 2^7$

$6x = 7$

$$x = \frac{7}{6}$$

$$Ответ:\ \log_{64} 128 = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}.$$

Примеры нахождения логарифмов

$пример$ 3.

$вычислить$ $\log_3 \frac{1}{27}$.

$пусть$ $\log_3 \frac{1}{27} = x$, $тогда$

$$3^x = \frac{1}{27}$$

$$3^x = 3^{-3}$$

$$x = -3$$

$Ответ$: $\log_3 \frac{1}{27} = -3.$

$пример$ 4.

$вычислить$ $\log_{\frac{1}{5}} 25.$

$пусть$ $\log_{\frac{1}{5}} 25 = x$, $тогда$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = 5^2$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$x = -2$$

$Ответ$: $\log_{\frac{1}{5}} 25 = -2.$

Задания на закрепление

Решить следующие задание по данной теме:
по учебнику № 267-271.

Свойства, следующие из определения логарифма

- 1. $\log_a a = 1; \qquad a^1 = a.$
- 2. $\log_a 1 = 0; \qquad a^0 = 1.$
- 3. $\log_a a^c = c; \qquad a^c = a^c.$

Взаимосвязь операции возведения в степень и логарифмирования

- Возведение в степень

$$7^2 = 49;$$

$$10^3 = 1000;$$

$$0{,}2^5 = 0{,}0032;$$

$$5^{-3} = \frac{1}{125};$$

- Логарифмирование

$$\log_7 49 = 2.$$

$$\log_{10} 1000 = 3.$$

$$\log_{0,2} 0{,}00032 = 5.$$

$$\log_5 \frac{1}{125} = -3.$$

Свойства логарифмов

Пусть a>0, a≠1, b>0, c>0, r – любое действительное число. Тогда справедливы формулы:

$$\log_a(b\cdot c)=\log_a b+\log_a c \quad (1)$$

$$\log_a \frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c \quad (2)$$

$$\log_a b^r = r\cdot\log_a b \quad (3)$$

Свойства логарифмов

$$a^{\log_a b+\log_a c}=b\cdot c \qquad (4)$$

$$a^{\log_a b-\log_a c}=\frac{b}{c} \qquad (5)$$

Некоторые особые обозначения

- Логарифм по основанию 10 обычно называют десятичным логарифмом и используют символ $\lg$, $\lg 3{,}4; \lg 5; \lg b$
-
- В математике и технике большее применение имеют логарифмы, основанием которых служит особое число *e* и используют символ $\ln 25; \ln x$.

Устная контрольная работа

1. Найдите логарифм следующих чисел по основанию 3:

   9; 1; 1/27; . $\sqrt{3}$

2. Найдите числа, логарифмы которых по основанию 3, равны:

   0; —1; 3; —2.

3. При каком основании логарифм числа 1/16 равен:

   1; 2; 4; —1?

4. Вычислите:

   $\log_2 8;$ $\lg 0{,}01;$ $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25};$ $\log_{\sqrt{2}} 8.$

5. Имеет ли смысл выражение:

   $\log_4(-16);$ $\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right);$ $\sqrt{\log_{\frac{1}{3}} 9;}$ $\log_{0,5} \cos\frac{\pi}{3}.$

Проверка

1	2	0	−3	1/2
2	0	1/3	27	1/9
3	1/16	1/4	1/2	16
4	3	−2	2	6
5	нет	да	нет	да

Основные результаты

- Ввели обозначение для записи корня уравнения вида $a^x = b.$
- Пополнили словарный запас математического языка:
- ✔ логарифм числа, основание логарифма;
- ✔ десятичный логарифм, натуральный логарифм.
- Ввели новые обозначения: $\log_a b; \lg c; \ln k.$
- Научились вычислять значения логарифма.

Используемая литература

1. Алгебра и начала анализа: Учеб. Для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений/ Ш.А. Алимов, Ю.М.Колягин, Ю. В.Сидоров, и др.-12 изд.- М.: Просвещение, 2004.
2. http://webmath.exponenta.ru/s/kiselev1/node65.htm
3. Алгебра и начала анализа. 10 класс:Поурочные планы (по учебнику Ш.А. Алимова и др.) – Ч 1/ Авт-сост. Г.И. Григорьева – Волгоград: Учитель, 2004- 160 с.