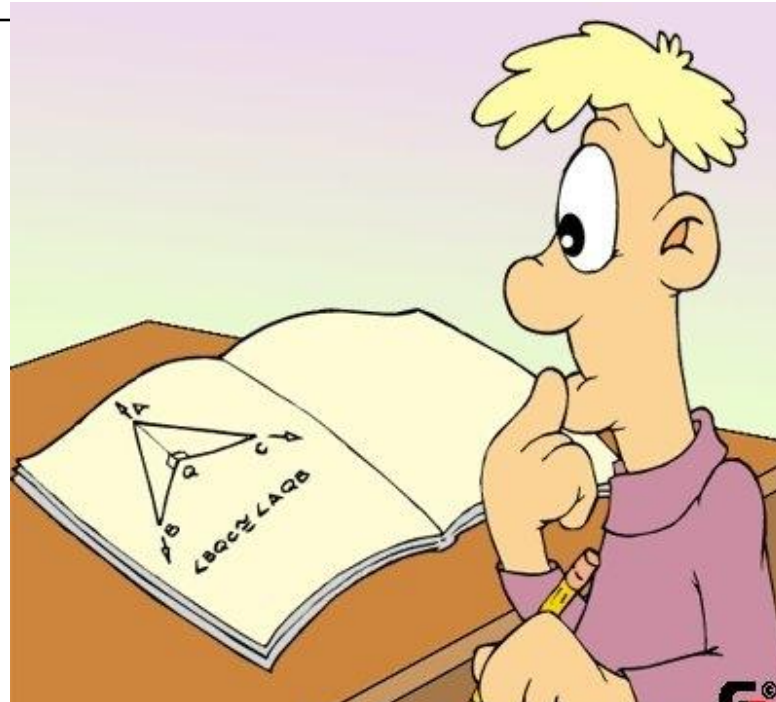


Тема занятия: Логарифмы. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы.



Лекция по дисциплине «Математика» для студентов 1 курса
Преподаватель: Федорова Э.Р.

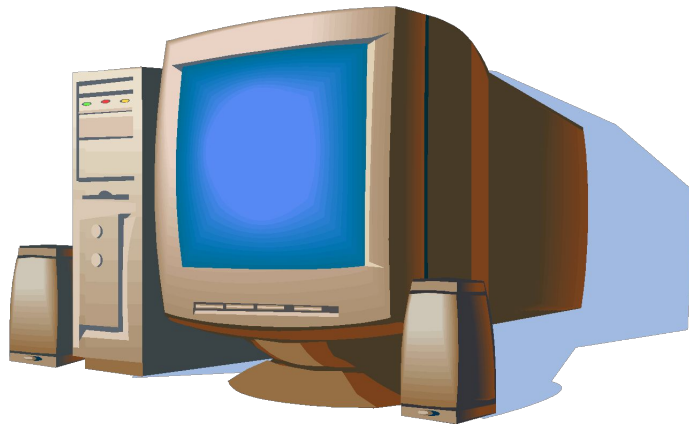
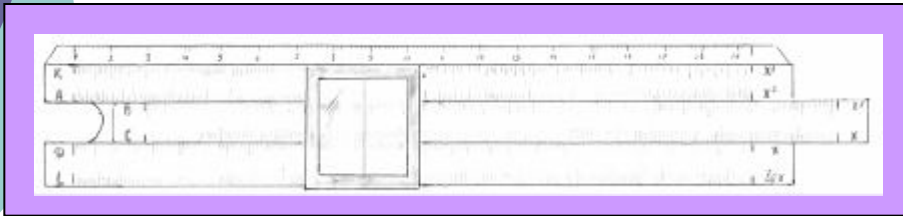


**Изобретение логарифмов,
сократив работу астронома,
продлило ему жизнь.**

П.С. Лаплас

Изобретение логарифмов

- Уже в 1623 г., т. е. всего через 9 лет после издания первых таблиц, английским математиком **Д. Гантером** была изобретена первая логарифмическая линейка, ставшая рабочим инструментом для многих поколений.
- Вплоть до самого последнего времени, когда на наших глазах повсеместное распространение получает электронная вычислительная техника и роль логарифмов как средств вычислений резко снижается.



Историческая справка

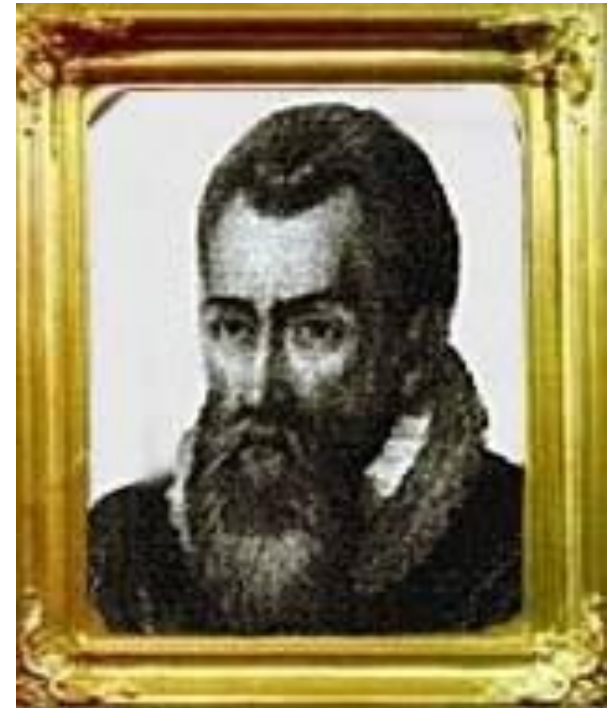
- Термин «ЛОГАРИФМ» предложил Дж. Непер; он возник из сочетания греческих слов *logos* (здесь — отношение) и *arithmos* (число); в античной математике квадрат, куб и т. д. отношения a/b называются «двойным», «тройным» и т. д. отношением.
- Таким образом, для Непера слова «*lógu arithmós*» означали «число (кратность) отношения», то есть логарифм у Дж. Непера — *вспомогательное число для измерения отношения двух чисел.*

Историческая справка

- Термин «натуральный логарифм» принадлежит Н. Меркатору.
- «Характеристика» — английскому математику Г. Бригсу
- «Мантисса» в нашем смысле — логарифм – Леонарду Эйлеру
- «Основание» логарифма — Леонарду Эйлеру
- Понятие о *модуле* перехода ввёл Н. Меркатор.
- Современное определение логарифма впервые дано английским математиком В. Гардинером (1742).
- Знак логарифма — результат сокращения слова «ЛОГАРИФМ» — встречается в различных видах почти одновременно с появлением первых таблиц [напр., Log — у И. Кеплера (1624) и Г. Бригса (1631), log и l. — Б. Кавальери(1632, 1643)].

Портретная галерея

- Шотландский математик, изобретатель логарифмов.
- Учился в Эдинбургском университете. Основными идеями учения о логарифмах Непер овладел не позднее 1594 г., однако его "Описание удивительной таблицы логарифмов", в котором изложено это учение, было издано в 1614 г.
- В этом труде содержались определение логарифма, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.
- В "Построении удивительной таблицы логарифмов" (опубликовано в 1619) Непер изложил принцип вычисления таблиц.



*Непер Джон
(1550 - 1617)*

Рассмотрим уравнения:

решить уравнение $3^x = 81$.

$$3^x = 3^4$$

$$x = 4$$

Ответ: 4.

Уравнение $3^x = 80$

таким способом решить не удастся.

Однако это уравнение имеет корень.

Чтобы уметь решать такие уравнения,

вводится понятие логарифма числа.

Определение логарифма

Логарифмом положительного числа b по основанию a ,

где $a > 0, a \neq 0$

называют показатель степени, в которую нужно возвести число a , чтобы получить число b .

Определение логарифма можно

кратко записать так: $a^{\log_a b} = b$

Основное логарифмическое тождество

Это равенство справедливо
при $b > 0, a > 0, a \neq 1$.

Его называют основным
логарифмическим тождеством.

$$a^{\log_a b} = b$$

Действие нахождения логарифма числа
называют логарифмированием.

Определение логарифма на языке СИМВОЛОВ:

$$1. a^{\log_a b} = b$$

$$2. \log_a b = p :$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, a \neq 1; \\ b > 0; \\ a^p = b. \end{array} \right.$$

Примеры нахождения логарифмов

пример 1.

вычислить $\log_2 8$.

пусть $\log_2 8 = x$, тогда

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

Ответ : $\log_2 8 = 3$.

пример 2.

вычислить $\log_{64} 128$.

пусть $\log_{64} 128 = x$, тогда

$$64^x = 128$$

$$2^{6x} = 2^7$$

$$6x = 7$$

$$x = \frac{7}{6}$$

Ответ : $\log_{64} 128 = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$.

Примеры нахождения логарифмов

пример 3.

вычислить $\log_3 \frac{1}{27}$.

пусть $\log_3 \frac{1}{27} = x$, тогда

$$3^x = \frac{1}{27}$$

$$3^x = 3^{-3}$$

$$x = -3$$

Ответ: $\log_3 \frac{1}{27} = -3$.

пример 4.

вычислить $\log_{\frac{1}{5}} 25$.

пусть $\log_{\frac{1}{5}} 25 = x$, тогда

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = 5^2$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$x = -2$$

Ответ: $\log_{\frac{1}{5}} 25 = -2$.



Задания на закрепление

Решить следующие задание по данной теме:
по учебнику № 267-271.

Свойства, следующие из определения логарифма

- 1. $\log_a a = 1$; $a^1 = a$.
- 2. $\log_a 1 = 0$; $a^0 = 1$.
- 3. $\log_a a^c = c$; $a^c = a^c$.

Взаимосвязь операции возведения в степень и логарифмирования

- Возведение в степень
- Логарифмирование

$$7^2 = 49;$$

$$\log_7 49 = 2.$$

$$10^3 = 1000;$$

$$\log_{10} 1000 = 3.$$

$$0,2^5 = 0,00032;$$

$$\log_{0,2} 0,00032 = 5.$$

$$5^{-3} = \frac{1}{125};$$

$$\log_5 \frac{1}{125} = -3.$$

Свойства логарифмов

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r – любое действительное число.
Тогда справедливы формулы:

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \quad (1)$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c \quad (2)$$

$$\log_a b^r = r \cdot \log_a b \quad (3)$$

Свойства логарифмов

$$a^{\log_a b + \log_a c} = b \cdot c \quad (4)$$

$$a^{\log_a b - \log_a c} = \frac{b}{c} \quad (5)$$

Некоторые особые обозначения

- Логарифм по основанию 10 обычно называют десятичным логарифмом и используют символ \lg , $\lg 3,4$; $\lg 5$; $\lg b$
-
- В математике и технике большее применение имеют логарифмы, основанием которых служит особое число e и используют символ $\ln 25$; $\ln x$.

Устная контрольная работа

1. Найдите логарифм следующих чисел по основанию 3:

$$9; \quad 1; \quad 1/27; \quad \sqrt{3}$$

2. Найдите числа, логарифмы которых по основанию 3, равны:

$$0; \quad -1; \quad 3; \quad -2.$$

3. При каком основании логарифм числа 1/16 равен:

$$1; \quad 2; \quad 4; \quad -1?$$

4. Вычислите:

$$\log_2 8; \quad \lg 0,01; \quad \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25}; \quad \log_{\sqrt{2}} 8.$$

5. Имеет ли смысл выражение:

$$\log_4(-16); \quad \log_2(3-2\sqrt{2}); \quad \sqrt{\log_{\frac{1}{3}} 9}; \quad \log_{0,5} \cos \frac{\pi}{3}.$$

Проверка

1	2	0	-3	1/2
2	0	1/3	27	1/9
3	1/16	1/4	1/2	16
4	3	-2	2	6
5	нет	да	нет	да

Основные результаты

- ❖ Ввели обозначение для записи корня уравнения вида $a^x = b$.
- ❖ Пополнили словарный запас математического языка:
 - ✓ логарифм числа, основание логарифма;
 - ✓ десятичный логарифм, натуральный логарифм.
- ❖ Ввели новые обозначения: $\log_a b$; $\lg c$; $\ln k$.
- ❖ Научились вычислять значения логарифма.

Используемая литература

1. Алгебра и начала анализа: Учеб. Для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений/ Ш.А. Алимов, Ю.М.Колягин, Ю. В.Сидоров, и др.-12 изд.- М.: Просвещение, 2004.
2. <http://webmath.exponenta.ru/s/kiselev1/node65.htm>
3. Алгебра и начала анализа. 10 класс:Поурочные планы (по учебнику Ш.А. Алимова и др.) – Ч 1/ Авт-сост. Г.И. Григорьева – Волгоград: Учитель, 2004- 160 с.