

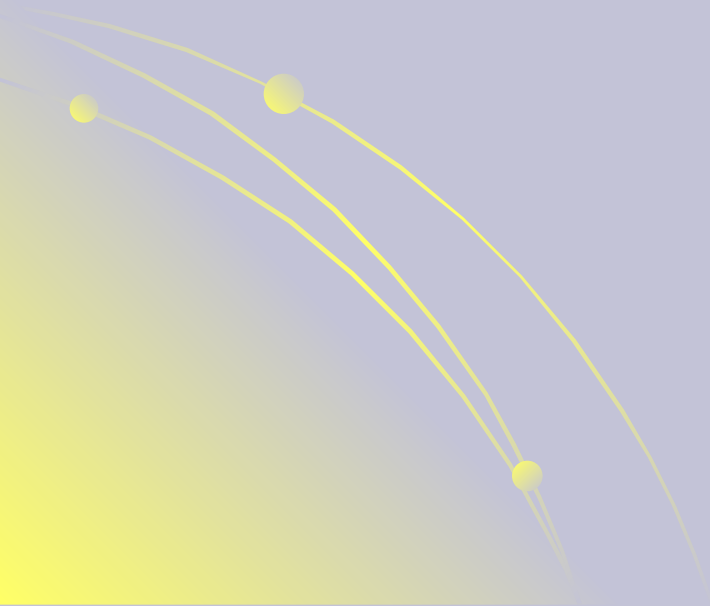
- Вот другой взгляд- высокий: учитесь , читайте , размышляйте и извлекайте из всего самое полезное . Когда ум просветлеет , вы узнаете, кто вы и что вы.

Н.И.Пирогов





Иррациональные уравнения



Тема урока

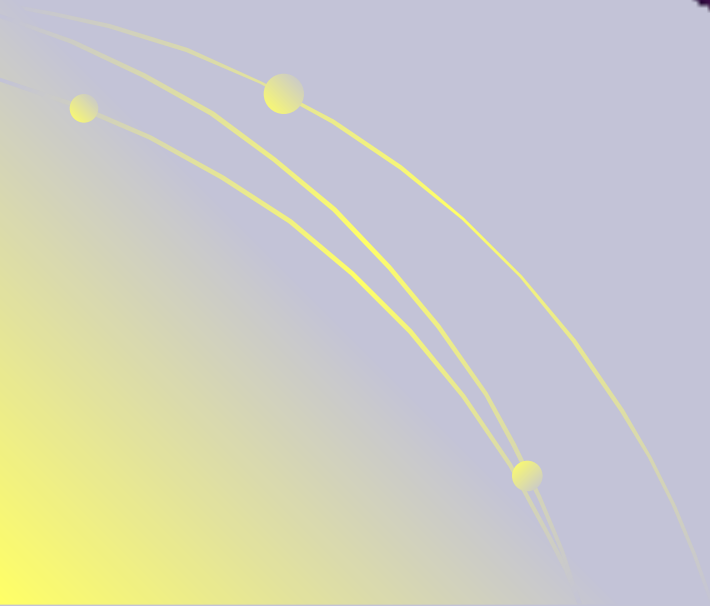
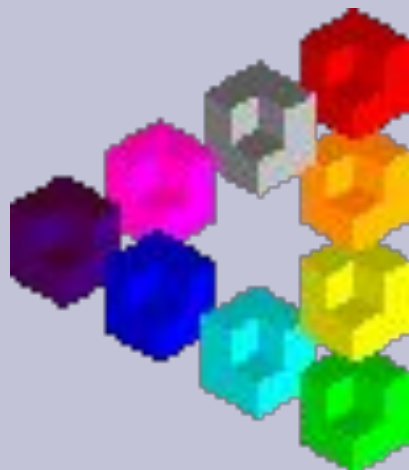
Иррациональные уравнения



Цели урока

- Обобщить и систематизировать знания и умения при решении иррациональных уравнений, рассмотреть способы решения типовых уравнений
- Развивать умение выделять главное, существенное в изучаемом материале, обобщать факты и понятия, развивать самостоятельность, мышление, познавательный интерес.
- Содействовать формированию мировоззренческих понятий.

Устная работа



Определение

- **Иррациональными называются уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня или под знаком операции возведения в дробную степень.**



Посторонние корни

- Основными причинами появления посторонних корней является возведение обеих частей уравнения в одну и ту же **чётную** степень, расширение области определения и др.
- По этим причинам необходимой частью решения иррационального уравнения является **проверка**, либо использование **области определения** заданного уравнения.

- В некоторых случаях можно сделать вывод о решении иррационального уравнения, не прибегая к преобразованиям.
- Например, уравнения

$$\sqrt{5x - 2} = -1$$

$$\sqrt[4]{x - 5} = 3 - x$$

не имеют решения.

Устно:

Какие из следующих уравнений являются иррациональными?

а) $x + \sqrt{x} = 2$

б) $x + \sqrt{x} = 0$

в) $x\sqrt{7} = 11+x$

г) $y^2 - 3\sqrt{2} = 4$

д) $y + \sqrt{y^2+9} = 2$

е) $\sqrt{x-1} = 3$

② Является ли число корнем уравнения:

$$\text{а) } \sqrt{x-1} = \sqrt{2-x},$$

$$x_0 = 4$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{2-x} = \sqrt[3]{x-2}, x_0 = 2$$

$$\text{в) } \sqrt{x-5} = \sqrt{2x-13},$$

$$x_0 = 6$$

$$\text{г) } \sqrt{1-x} = -\sqrt{1-x},$$

$$x_0 = 0$$

Метод возведения обеих частей уравнения в одну и ту же степень

1. Преобразовать обе части уравнения к виду

$$\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$$

2. Возвести обе части в n -ую степень

$$\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^n = \left(\sqrt[n]{g(x)}\right)^n$$

3. Учитывая, что $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ получаем:

$$f(x) = g(x)$$

4. Решить полученное уравнение и выполнить проверку (или ОДЗ)

Пример

$$\sqrt[5]{x + 45} - \sqrt[5]{x - 16} = 1$$

Воспользуемся формулой куба разности двух чисел

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

Ответ: -109; 80.

Если квадратных
корней в
иррациональном
уравнении много, то
приходится возводить в
квадрат несколько раз:

$$\sqrt{2x - 3} + \sqrt{4x + 1} = 4$$

Решение:

$$\sqrt{2x-3} + \sqrt{4x+1} - 4 = 0$$

уединим корень

$$\sqrt{2x-3} = 4 - \sqrt{4x+1}$$

$$\left(\sqrt{2x-3}\right)^2 = \left(4 - \sqrt{4x+1}\right)^2$$

$$2x - 3 = 16 - 8\sqrt{4x+1} + 4x + 1$$

$$2x - 3 - 16 - 4x - 1 = -8\sqrt{4x+1}$$

$$-2x - 20 = -8\sqrt{4x+1} \quad | :(-2)$$

$$x + 10 = 4\sqrt{4x+1}$$

$$x + 10 = 4\sqrt{4x + 1}$$

$$(x + 10)^2 = (4\sqrt{4x + 1})^2$$

$$x^2 + 20x + 100 = 16(4x + 1)$$

$$x^2 + 20x + 100 = 64x + 16$$

$$x^2 - 44x + 84 = 0, \text{ no m. Buena}$$

$$x_1 + x_2 = 44, \quad x_1 \cdot x_2 = 84,$$

$$x_1 = 42, \quad x_2 = 2.$$

Проверка

Проверка: при $x = 42$

$$\sqrt{2 \cdot 42 - 3} + \sqrt{4 \cdot 42 + 1} - 4 = 0$$

$$\sqrt{81} + \sqrt{169} - 4 = 0 - \text{неверное равн} - \text{во,}$$

$x = 42$ не является корнем,

при $x = 2$

$$\sqrt{2 \cdot 2 - 3} + \sqrt{4 \cdot 2 + 1} - 4 = 0$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{9} - 4 = 0 - \text{верное равенство,}$$

$x = 2$ является корнем.

Ответ: $x = 2$.

$$\sqrt{A(x)} = \sqrt{B(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = B(x), \\ B(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{A(x)} = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = B^2(x) \\ B(x) \geq 0 \end{cases}$$

Примеры:

$$\sqrt{x-2} = x-8$$

$$\begin{cases} x-2 = (x-8)^2, \\ x-8 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ:11

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{2x-3};$$

$$\begin{cases} x+2 = 2x-3 \\ 2x-3 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ:5

Уравнения, в которых одно или несколько подкоренных выражений точные квадраты.

Пример

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 10$$

- Ответ: -3,5; 6,5

Метод замены переменной

1. Ввести новую переменную
2. Решить уравнение,
отбросить посторонние
корни
3. Вернуться к
первоначальному
неизвестному

- Введение вспомогательной переменной в ряде случаев приводит к упрощению уравнения.
- Чаще всего в качестве новой переменной используют входящий в уравнение радикал.
- При этом уравнение становится рациональным относительно новой переменной.

Пример 1

$$\sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}} + \sqrt[5]{\frac{x-1}{16x}} = \frac{5}{2}$$

Решение
ОДЗ: $x \neq 1, x \neq 0$.
Обозначим

$$\sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}} = t, \text{ где } t \neq 0.$$

Ответ: $-1/511; 2$

Пример 2

$$2x^2 + 3x + \sqrt{2x^2 + 3x + 9} = 33, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Пусть $y = \sqrt{2x^2 + 3x + 9}$, $y \geq 0$,

тогда исходное уравнение примет вид:

$$y^2 + y - 42 = 0.$$

$$y_1 = -7, \quad y_2 = 6$$

Решая уравнение

$$\sqrt{2x^2 + 3x + 9} = 6$$

ПОЛУЧИМ:

$$x = 3,$$

$$x = -4,5$$

Ответ: $-4,5; 3$.

Самостоятельная работа



Решите уравнение

Вариант 1

а) $\sqrt{3x - 2} = 4 - x$

б) $\sqrt{5 + \sqrt{x - 1}} = 3$

в) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1$

г) $\sqrt[3]{x + 1} + 2\sqrt[6]{x + 1} = 3$

Вариант 2

а) $\sqrt{3x + 1} = x - 1$

б) $\sqrt{7 - \sqrt{x + 1}} = 2$

в) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 8x + 16} = 3$

г) $3\sqrt[10]{x^2 - 3} + \sqrt[5]{x^2 - 3} = 4$

Ответы:

Вариант 1: а) 2; 9. б) 17 в) 2; 3 г) 0

Вариант 2: а) 0; 5 б) 10 в) -5; -2 г) -2; 2.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

п. 33

№423(б)

№424(б, в)

425 (в, г)

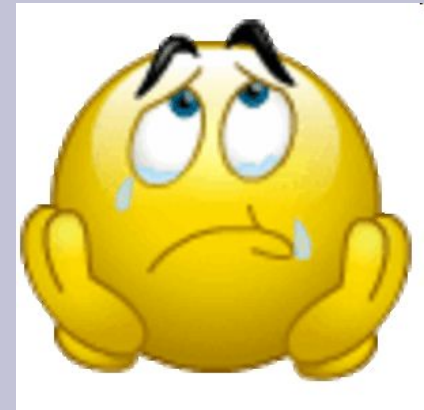
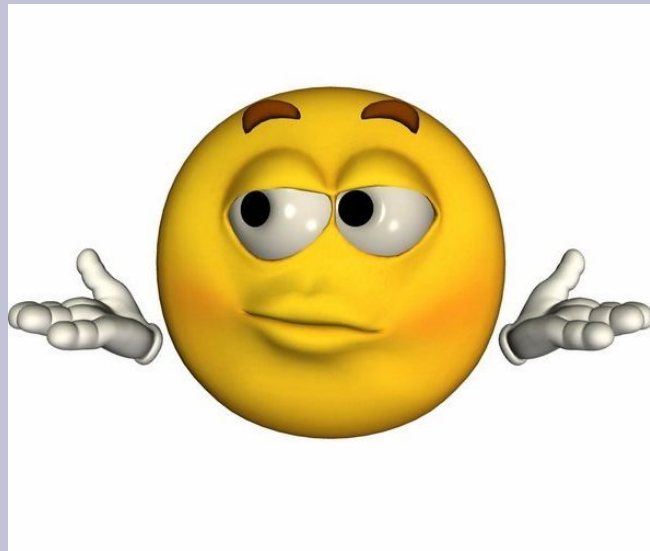


Итоги урока



Рефлексия

- Ваше настроение



Спасибо за урок!

