«Решение логарифмических уравнений»

Учитель математики
школы № 44 г. Рязани
Зима Н.Ф.

«Изобретение логарифмов, сокращая вычисления нескольких месяцев в труд нескольких дней, словно удваивает жизнь астрономов»

Лаплас

С точки зрения вычислительной практики, изобретение логарифмов по важности можно смело поставить рядом с другим, более древним великим изобретением индусов – нашей десятичной системой нумерации.

Успенский Я.В.

«Уравнение – это золотой ключ, открывающий все математические сезамы».

Современный польский математик С. Коваль

Джон Непер
John Napier

Дата рождения:
1550 год
Место рождения:
замок Мерчистон, в те годы предместье Эдинбурга
Дата смерти:
4 апреля 1617
Место смерти:
Эдинбург
Научная сфера:
математика
Альма-матер:
Сент-Эндрюсский университет
Известен как:
изобретатель логарифмов

Леонард Эйлер
нем. Leonhard Euler

Дата рождения:
4 (15) апреля 1707
Место рождения:
Базель, Швейцария
Дата смерти:
7 (18) сентября 1783 (76 лет)
Место смерти:
Санкт-Петербург, Российская империя
Научная сфера:
Математика, механика, физика, астрономия

Современное определение показательной, ***логарифмической*** и тригонометрических функций — заслуга Леонарда Эйлера, так же как и их символика.

Тема:

Обобщение и систематизация знаний учащихся по теме:

«Логарифмы»

Французский писатель Анатоль Франц (1844-1924 гг.) заметил:
“Что учиться можно только весело…..
Чтобы переваривать знания, надо поглощать их с аппетитом”

Логарифмы и их свойства

Определение

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a, чтобы получить число b.

Формула $\mathbf{a}^{\log_a b} = \mathbf{b}$

(где $b > 0$, $a > 0$ и $a \neq 1$)

называют основным логарифмическим тождеством.

Основные свойства логарифмов

Они выполняются при любом $a > 0$ ($a \neq 1$) и любых положительных x и y

Свойства:

1. $\log_a 1=0$
2. $\log_a a=1$
3. $\log_a xy= \log_a x+\log_a y$
4. $\log_a (x/y)= \log_a x-\log_a y$
5. $\log_a x^p= p \log_a x$

Формула перехода от одного основания к другому:

$$\log_a x = \log_b x / \log_b a$$

Эта формула верна, если обе её части имеют смысл, то есть

при $x>0$, $a>0$ и $a\neq 1$,

$b>0$ и $b\neq 1$

Логарифмическая функция

Определение

Функцию, заданную формулой

$$y = \log_a x,$$

называют, логарифмической функцией с основанием a

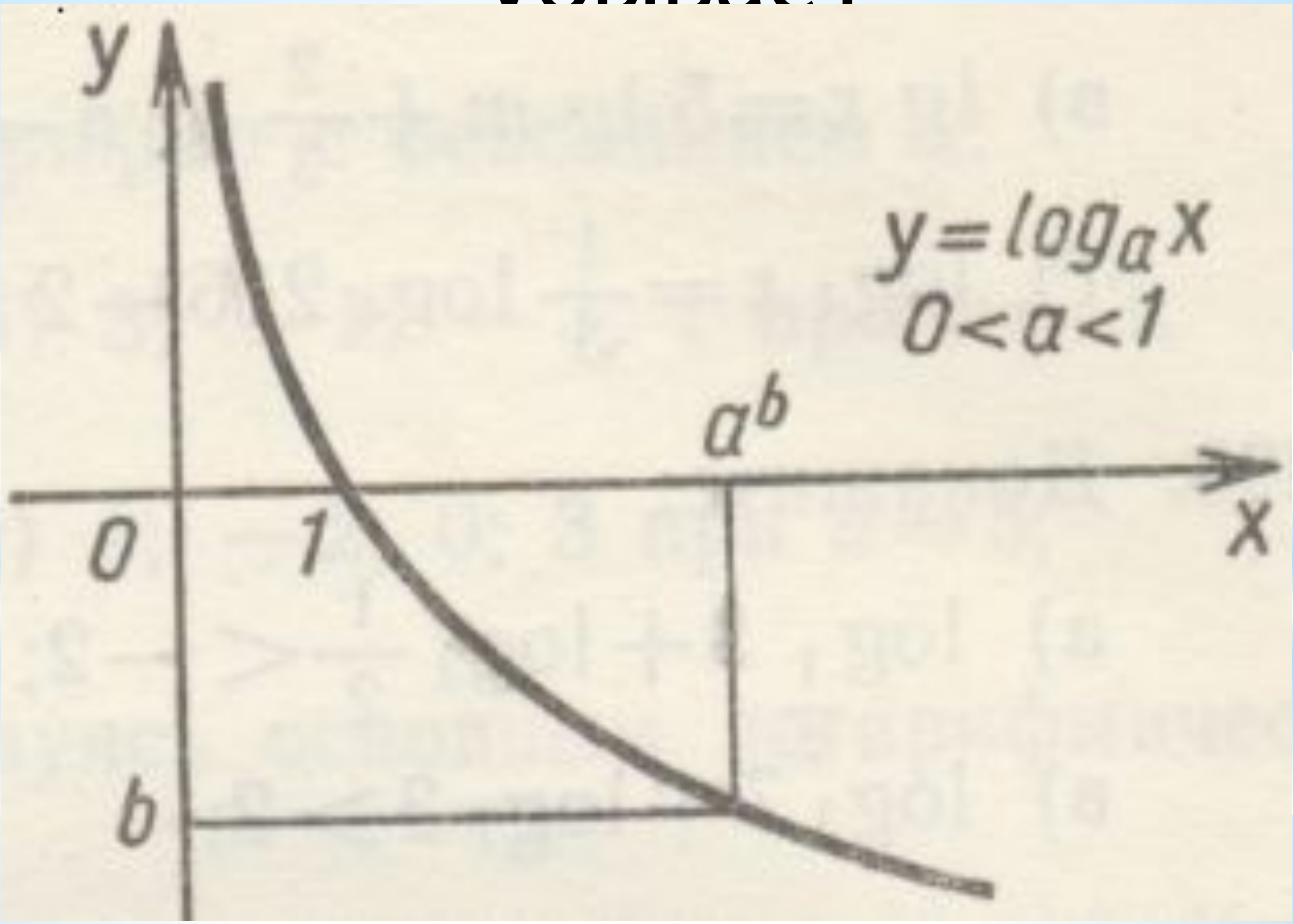
Основные свойства логарифмической функции

1. Область определения логарифмической функции - множество всех положительных чисел , то есть $D(\log_a)=(0;\infty)$

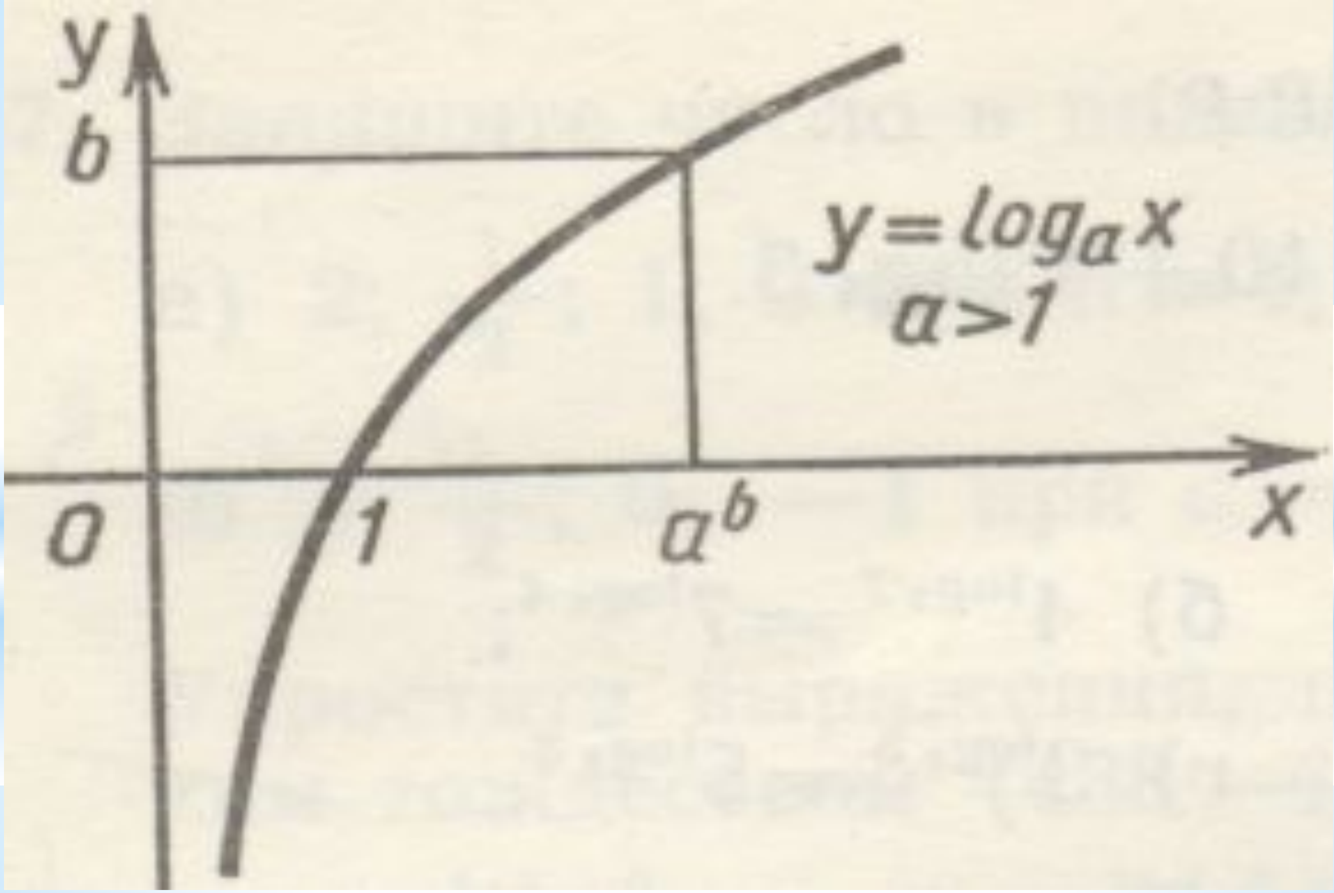
2. Область значений логарифмической функции - множество всех действительных чисел, то есть

$E(\log_a)=(-\infty;\infty)$

3. Логарифмическая функция на всей области определения убывает



4. Логарифмическая функция на всей области определения возрастает



Устные упражнения

1. Вычислить:

а) $\log_2 8$ б) $\log_\pi \pi$ в) $\lg 0{,}01$

г) $2\log_5 25 + 3\log_2 64$

Дать определение логарифма.

2. Имеет ли смысл выражение:

а) $\lg \cos 96^0$

б) $\lg 3^x$

в) $\log_2 (3-2\sqrt{2})$

3. Вычислить:

а) $10^{\lg 5 - 2}$

б) $10^{1 - \lg 20}$

4. Найдите X:

$$\mathrm{Log}_3 x = \log_3 18 - \log_3 2 - \log_3 3$$

5. Решите уравнение:

а) $3^{\log_3 x} = 5$

б) $\log_{27} x = \frac{1}{3}$

в) $\log_2 (-x) = -5$

г) $\log_2 \sin x = -1$

д) $\lg(2x + 1) = \lg x$

Основные методы решения логарифмических уравнений

1. по определению логарифма;
2. функционально-графический метод;
3. метод потенцирования;
4. метод введения новой переменной;
5. метод логарифмирования;
6. приведение к одному основанию.

ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

- ***Найти область допустимых значений (ОДЗ) переменной***
- ***Решить уравнение, выбрав метод решения***
- ***Проверить найденные корни непосредственной подстановкой в исходное уравнение или выяснить, удовлетворяют ли они условиям ОДЗ***

Укажите ход решения следующих уравнений

$$\log_7(4-3x)=\log_7(6+5x)$$

$$\log_3^2(x+1)-\log_3(x+1)^4=2$$

$$\log_3 x+\log_9 x+\log_{27} x=5{,}5$$

$$\log_9 x+\log_x 9=0{,}5$$

$$x^{1+\lg x}=100$$

Логарифмические уравнения .

I Решите уравнение.

1) $(3-2^x)\log_{1/3}\dfrac{2x+1}{4x+7}=\left|2^x-3\right|$

2) $\log_{\sin x}(\sin 2x)=2\log_{\sin x}(\sin x-\cos x)$

3) $4\log_6\left(3+\dfrac{3}{2x+5}\right)=3\log_6\left(2-\dfrac{1}{x+3}\right)+4$

4) $\sqrt{9-\dfrac{28}{\log_x 2}}=5\log_2\left(2^{1/5}\left(\dfrac{2}{x}\right)^{0.4}\right)$

5) $2^{\sqrt{\log_2 3}}=3^{\sqrt{\log_9 4x-0.75}}$

II. Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 3=\dfrac{xy+6x}{y+3}-x, \\ 0.5\log_5\dfrac{16x-x^3-25}{1+y}=1-\log_{25}(2-x) \end{cases}$$

III. Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения.

$\mathrm{Log}_{x-3}(2x^2-15x+29)=2$