

# «Решение логарифмических уравнений»

Учитель математики  
школы № 44 г. Рязани  
Зима Н.Ф.

**«Изобретение  
логарифмов,  
сокращая вычисления  
нескольких месяцев в  
труд нескольких дней,  
словно удваивает жизнь  
астрономов»**

Лаплас

**С точки зрения вычислительной практики,  
изобретение логарифмов по важности можно  
смело поставить рядом с другим, более  
древним великим изобретением индусов –  
нашей десятичной системой нумерации.**

Успенский Я.В.

**«Уравнение – это золотой ключ,  
открывающий все математические  
сезамы».**

Современный польский математик С. Коваль

# Джон Непер John Napier



*Дата рождения:*

1550 год

*Место рождения:*

замок Мерчистон, в те годы  
предместье Эдинбурга

*Дата смерти:*

4 апреля 1617

*Место смерти:*

Эдинбург

*Научная сфера:*

математика

*Альма-матер:*

Сент-Эндрюсский  
университет

*Известен как:*

изобретатель логарифмов

# Леонард Эйлер

нем. **Leonhard Euler**



*Дата рождения:*

4 (15) апреля 1707

*Место рождения:*

Базель, Швейцария

*Дата смерти:*

7 (18) сентября 1783 (76 лет)

*Место смерти:*

Санкт-Петербург, Российская империя

*Научная сфера:*

Математика, механика, физика, астрономия

Современное определение показательной, *логарифмической* и тригонометрических функций — заслуга Леонарда Эйлера, так же как и их символика.

**Тема:**

Обобщение и систематизация  
знаний учащихся по теме:

«Логарифмы»

*Французский писатель Анатоль Франц (1844-1924 гг.) заметил:  
“Что учиться можно только  
весело.....*

*Чтобы переваривать знания,  
надо поглощать их с аппетитом”*

# Логарифмы и их свойства

# Определение

Логарифмом числа  $b$  по основанию  $a$  называется показатель степени, в которую нужно возвести основание  $a$ , чтобы получить число  $b$ .



**Формула  $a^{\log_a b} = b$**   
**(где  $b > 0$ ,  $a > 0$  и  $a \neq 1$ )**  
**называют основным**  
**логарифмическим**  
**тождеством.**

# Основные свойства логарифмов

Они выполняются при  
любом  $a > 0$  ( $a \neq 1$ ) и  
любых положительных  
 $x$  и  $y$

# Свойства:

1.  $\log_a 1 = 0$

2.  $\log_a a = 1$

3.  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

4.  $\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$

5.  $\log_a x^p = p \log_a x$

**Формула перехода от одного  
основания к другому:**

$$\log_a x = \log_b x / \log_b a$$

Эта формула верна, если обе  
её части имеют смысл, то есть

**при  $x > 0$ ,  $a > 0$  и  $a \neq 1$ ,**

**$b > 0$  и  $b \neq 1$**

# Логарифмическая функция

# Определение

Функцию, заданную формулой

$$y = \log_a x ,$$

называют, логарифмической функцией с основанием  $a$

# Основные свойства логарифмической функции

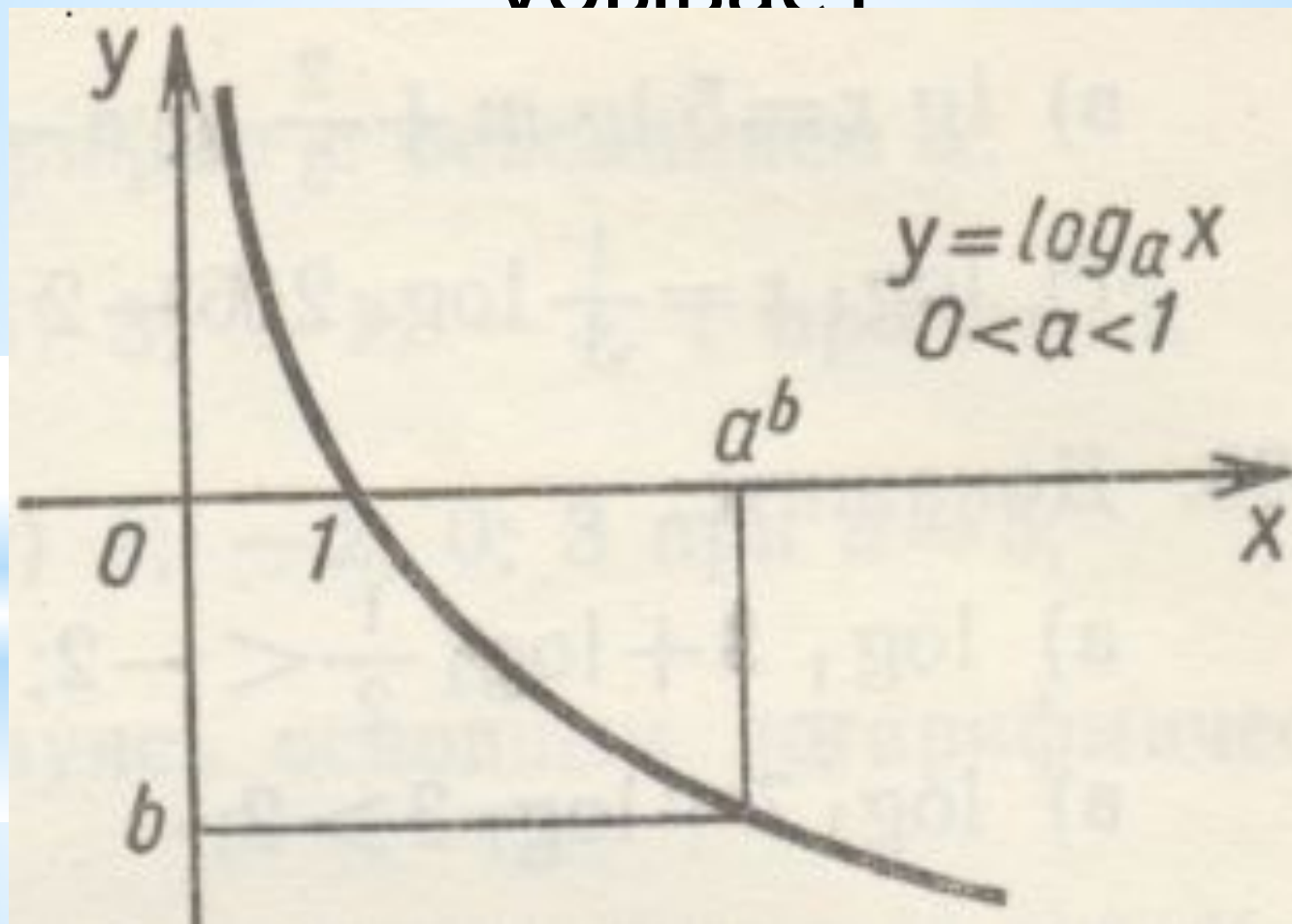
1. Область определения  
логарифмической  
функции - множество  
всех положительных  
чисел , то есть  
 $D(\log_a) = (0; \infty)$



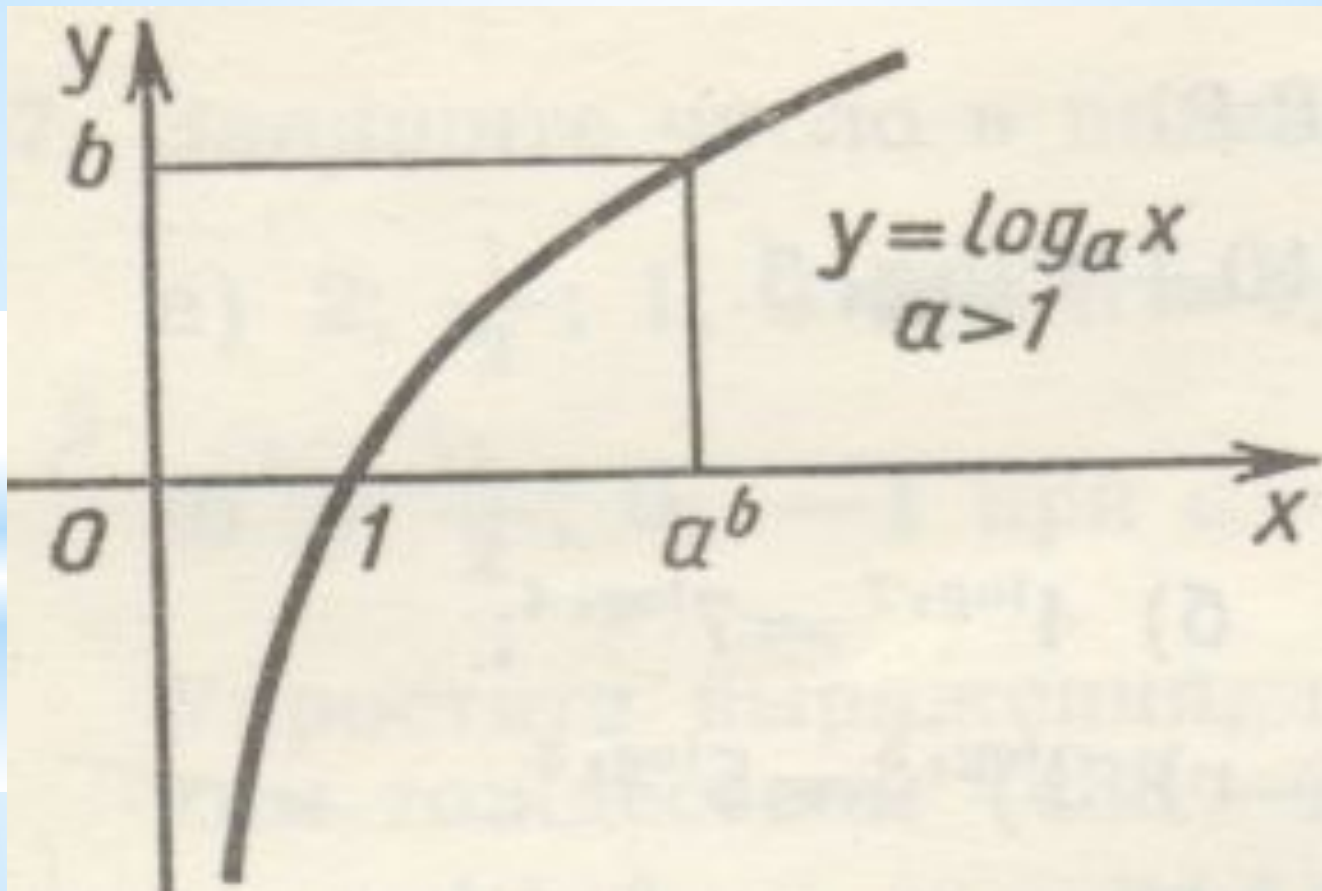
2. Область значений  
логарифмической  
функции - множество  
всех действительных  
чисел, то есть

$$E(\log_a) = (-\infty; \infty)$$

### 3. Логарифмическая функция на всей области определения убывает



# 4. Логарифмическая функция на всей области определения возрастает



**Устные**

**упражнения**

# 1. Вычислить:

а)  $\log_2 8$       б)  $\log_{\pi} \pi$       в)  $\lg 0,01$

г)  $2 \log_5 25 + 3 \log_2 64$

Дать определение логарифма.

**2. Имеет ли смысл выражение:**

а)  $\lg \cos 96^\circ$

б)  $\lg 3^x$

в)  $\log_2 (3-2\sqrt{2})$

### 3. Вычислить:

а)  $10^{\lg 5 - 2}$

б)  $10^{1 - \lg 20}$

## 4. Найдите X:

$$\log_3 x = \log_3 18 - \log_3 2 - \log_3 3$$



## 5. Решите уравнение:

а)  $3^{\log_3 x} = 5$

б)  $\log_{27} x = \frac{1}{3}$

в)  $\log_2 (-x) = -5$

г)  $\log_2 \sin x = -1$

д)  $\lg (2x + 1) = \lg x$

# Основные методы решения логарифмических уравнений

1. по определению логарифма;
2. функционально-графический метод;
3. метод потенцирования;
4. метод введения новой переменной;
5. метод логарифмирования;
6. приведение к одному основанию.

# ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

- *Найти область допустимых значений (ОДЗ) переменной*
- *Решить уравнение, выбрав метод решения*
- *Проверить найденные корни непосредственной подстановкой в исходное уравнение или выяснить, удовлетворяют ли они условиям ОДЗ*

Укажите ход решения  
следующих уравнений

$$\log_7(4 - 3x) = \log_7(6 + 5x)$$

$$\log_3^2(x + 1) - \log_3(x + 1)^4 = 2$$

$$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 5,5$$

$$\log_9 x + \log_x 9 = 0,5$$

$$x^{1 + \lg x} = 100$$

## Логарифмические уравнения .

I Решите уравнение.

$$1) (3-2^x) \log_{1/3} \frac{2x+1}{4x+7} = |2^x - 3|$$

$$2) \log_{\sin x} (\sin 2x) = 2 \log_{\sin x} (\sin x - \cos x)$$

$$3) 4 \log_6 \left(3 + \frac{3}{2x+5}\right) = 3 \log_6 \left(2 - \frac{1}{x+3}\right) + 4$$

$$4) \sqrt{9 - \frac{28}{\log_x 2}} = 5 \log_2 \left(2^{1/5} \left(\frac{2}{x}\right)^{0.4}\right)$$

$$5) 2^{\sqrt{\log_2 3}} = 3^{\sqrt{\log_9 4x - 0.75}}$$

II. Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 3 = \frac{xy + 6x}{y + 3} - x, \\ 0.5 \log_5 \frac{16x - x^3 - 25}{1 + y} = 1 - \log_{25} (2 - x) \end{cases}$$

III. Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения.

$$\text{Log}_{x-3}(2x^2 - 15x + 29) = 2$$