

# РЕШЕНИЕ КВАДРАТНОГО НЕРАВЕНСТВА.

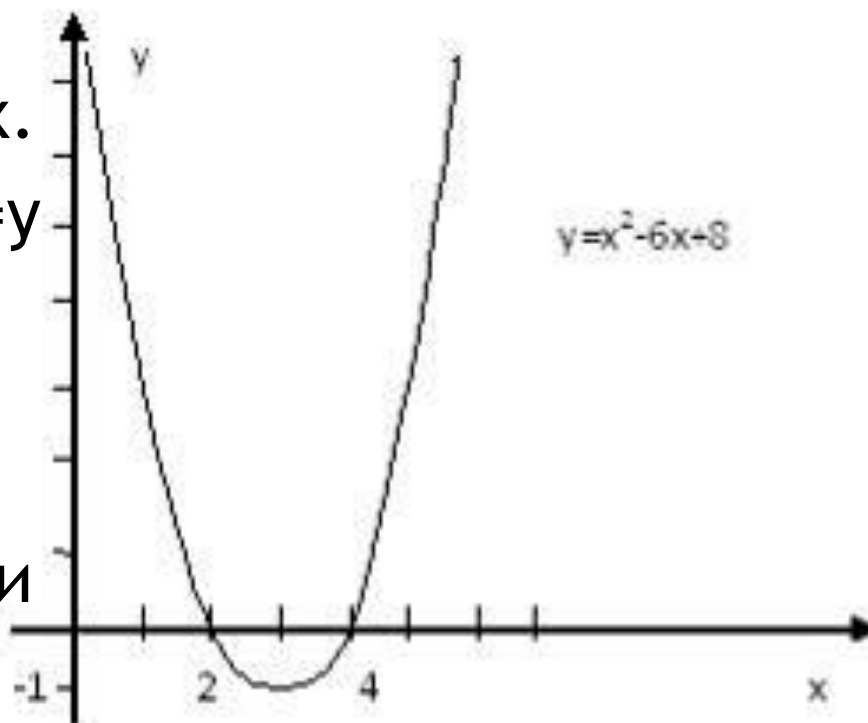
(на основе свойств квадратичной  
функции)

# ПОСТРОИТЬ ГРАФИК КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ $y=x^2-6x+8$

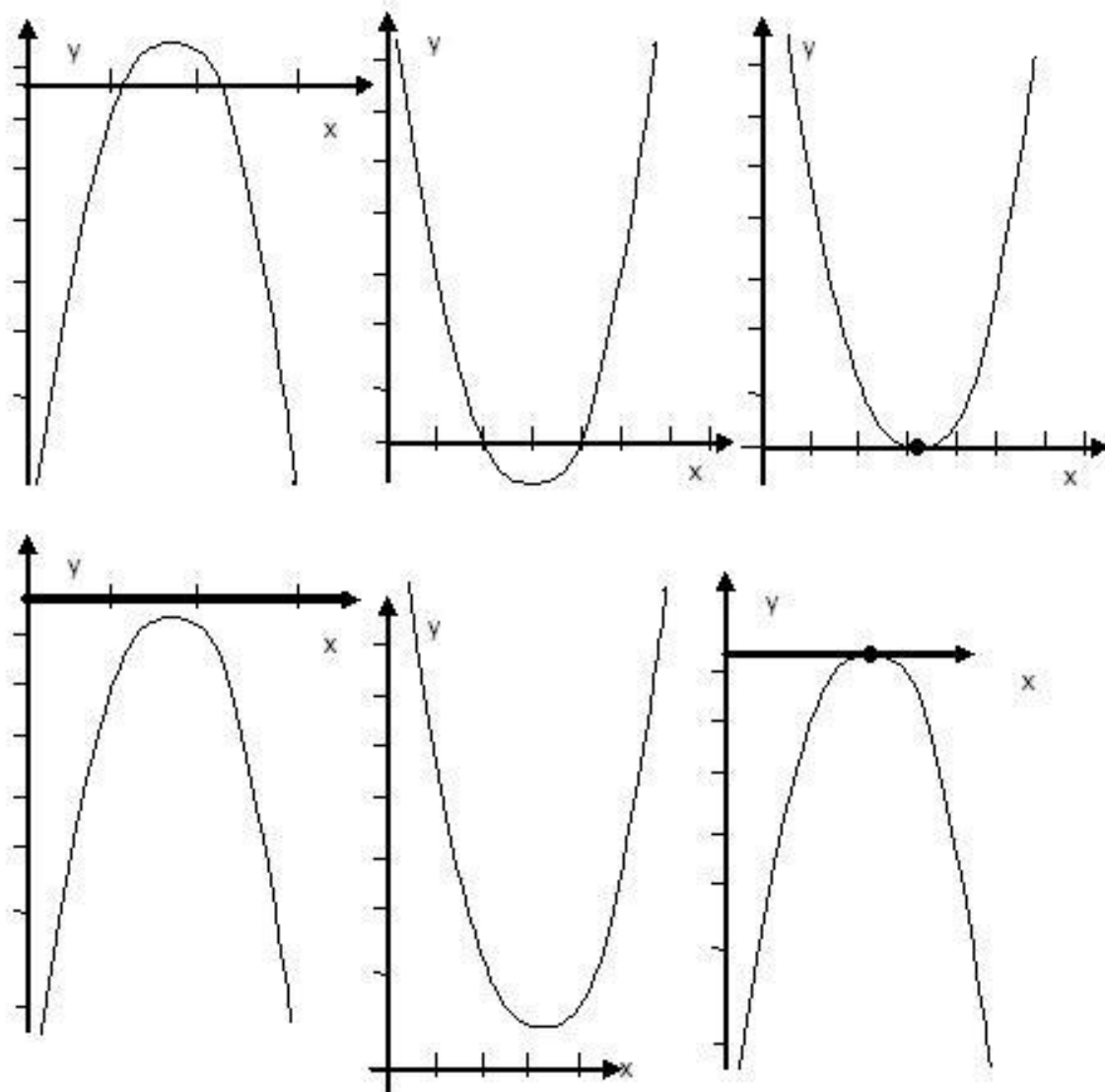
- Определение направления ветвей параболы;
- Определение координат вершины параболы;
- Определение оси симметрии.
- Определение точек пересечения с осями координат;
- Нахождение дополнительных точек.
- $a>0$  - ветви параболы направлены вверх.
- $x_0 = -b/2a$ ,  $x_0=3$ ,  $y_0=y(3)=-1$ .
- $x=3$ .
- $x^2-6x+8=0$ ,  $x_1=2$ ,  $x_2=4$ ;  $y(0)=8$ . Точки  $(2;0)$ ,  $(4;0)$ ,  $(0;8)$ .
- $y(1)=3$ ,  $y(5)=3$ .

# ПОСТРОИТЬ ГРАФИК КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ $y=x^2-6x+8$

- $a>0$  - ветви параболы направлены вверх.
- $x_0=-b/2a$ ,  $x_0=3$ ,  $y_0=y(3)=-1$ .
- $x=3$
- $x^2-6x+8=0$ ,  $x_1=2$ ,  $x_2=4$ ;  $y(0)=8$ . Точки  $(2;0)$ ,  $(4;0)$ ,  $(0;8)$ .
- $y(1)=3$ ,  $y(5)=3$ .

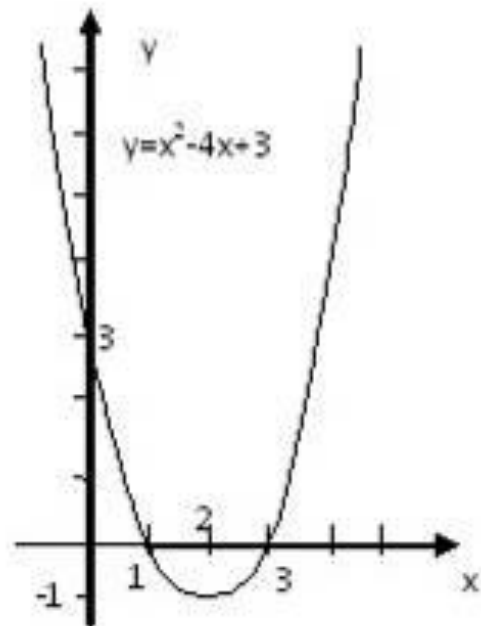


ОПРЕДЕЛИТЬ ПО ЧЕРТЕЖУ ЗНАК  
КОЭФФИЦИЕНТА А И КОЛИЧЕСТВО КОРНЕЙ  
УРАВНЕНИЯ  $y = ax^2 + bx + c = 0$ .



# ПО ГРАФИКУ ФУНКЦИИ $y=x^2-4x+3$ ОПРЕДЕЛИТЬ:

- Чему равны нули функции;
- Найти промежутки, на которых функция принимает положительные значения;
- Найти промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения;
- При каких значениях  $x$  функция возрастает, а при каких убывает?



РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО:

$$x^2+4x-5 \geq 0.$$

Неравенству удовлетворяют значения  $x$ , при которых значения функции  $y=x^2+4x-5$  равны нулю или положительны, то есть те значения  $x$  при которых точки параболы лежат на оси  $ox$  или выше этой оси.

# РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО: $x^2+4x-5 \geq 0$ .

○ Построим график функции  $y=x^2+4x-5$ .

○  $a=1>0$  - ветви параболы направлены вверх.

○ Вершина параболы:

$x=-b/2a$ ,  $y_0=y(x_0)$ .  $x_0=-2$ ,  $y_0=-9$ .

○ Ось симметрии  $x=-2$ .

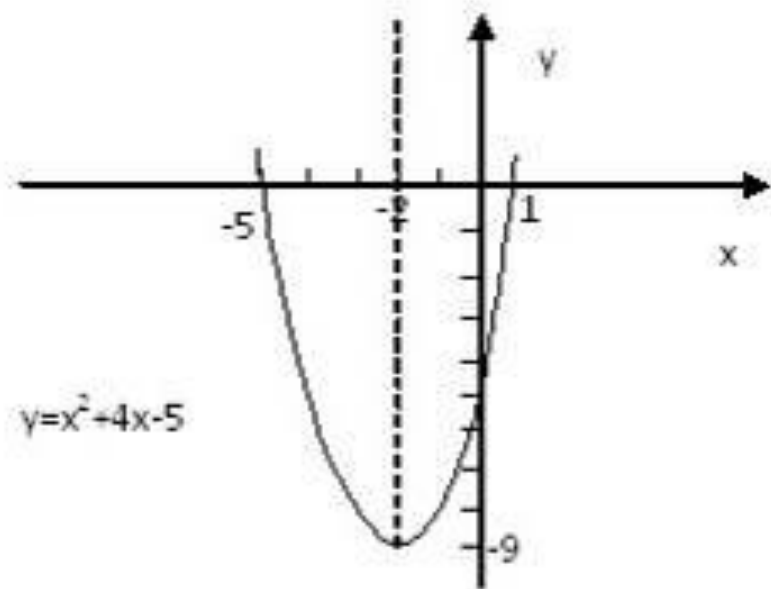
○ Определение точек пересечения с осями координат:

С осью  $ox$ :  $x^2+4x-5=0$ . По теореме Виета:  $x_1=1$ ,  $x_2=-5$ . Точки  $(1;0)$ ,  $(-5;0)$ . С осью  $oy$ :  $y(0)=-5$ .

Точка  $(0;-5)$ .

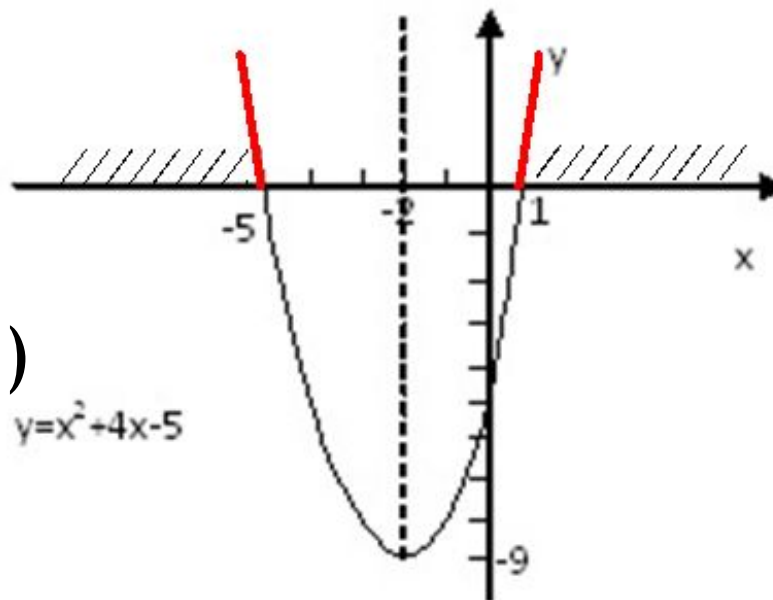
○ Дополнительные точки:

$y(-1)=-8$ ,  $y(2)=7$ .



# РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО: $x^2+4x-5 \geq 0$ .

Итог: Значения  
функции  
положительны и  
равны нулю  
(неотрицательны)  
при  
 $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$ .





# ВОПРОСЫ:

- Необходимо ли каждый раз для решения неравенства подробно строить график квадратичной функции?
- Нужно ли находить координаты вершины параболы?
- А что важно?

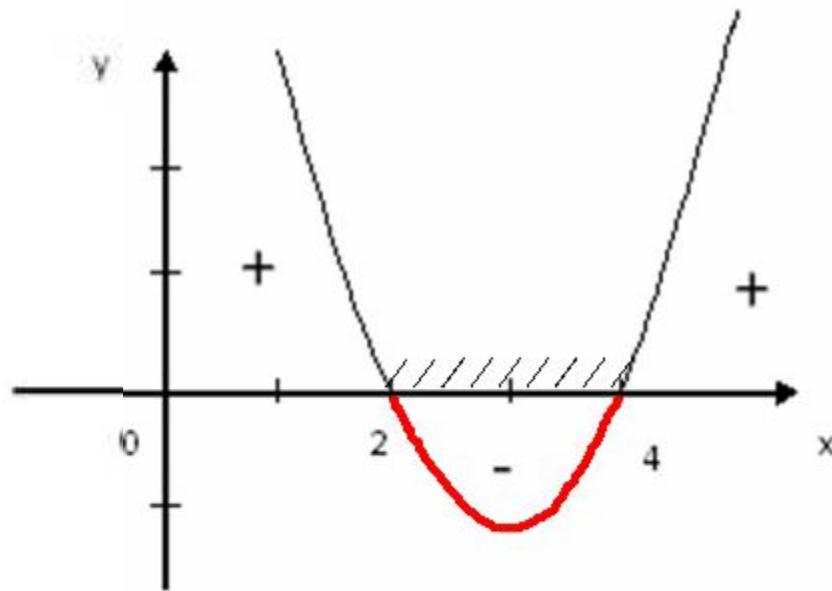
## Вывод:

Для решения квадратного неравенства достаточно определить нули функции, направление ветвей параболы и построить эскиз графика.

# РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО: $x^2-6x+8 \leq 0$ .

- Определим корни уравнения  $x^2-6x+8=0$ .
- По теореме Виета:  $x_1=2$ ,  $x_2=4$ .
- Определим направление ветвей параболы.
- $a=1>0$  - ветви параболы направлены вверх.
- Построим эскиз графика.
- Отметим знаками «+» и «-» интервалы, на которых функция принимает положительные и отрицательные значения. Выберем необходимый нам интервал.

$$x^2 - 6x + 8 \leq 0$$



Ответ:  $x \in [2; 4]$ .

# АЛГОРИТМ:

- Найти корни уравнения  $ax^2+bx+c=0$ .
- Отметить их на координатной плоскости.
- Определить направление ветвей параболы.
- Построить эскиз графика.
- Отметить знаками «+» и «-», интервалы на которых функция принимает положительные и отрицательные значения.
- Выбрать необходимый интервал.

# САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

⦿ 1 вариант

$$x^2 - 3x - 18 \leq 0$$

$$3x^2 + 7x - 6 > 0$$

⦿ 2 вариант

$$x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

$$2x^2 + 5x - 12 < 0$$

# РЕШЕНИЕ:

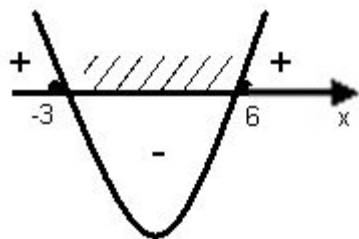
○  $x^2 - 3x - 18 \leq 0$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3, \quad x_1 \cdot x_2 = -18.$$

$$x_1 = 6, \quad x_2 = -3.$$

$a > 0$  - ветви параболы направлены вверх.



$$x \in [-3; 6]$$

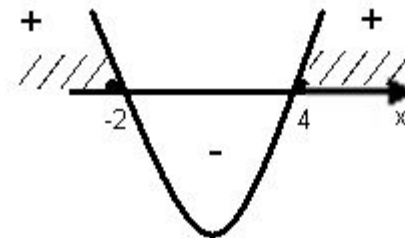
○  $x^2 - 2x - 8 \geq 0$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 2, \quad x_1 \cdot x_2 = -8.$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = -2.$$

$a > 0$  - ветви параболы направлены вверх.



$$x \in (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$$

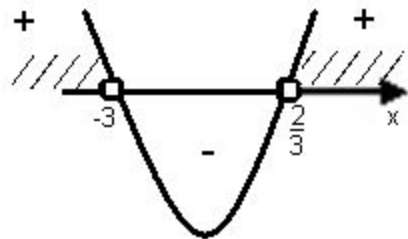
# РЕШЕНИЕ:

○  $3x^2+7x-6>0$

$$3x^2+7x-6=0$$

$$x_1=2/3; x_2=-3.$$

$a>0$  - ветви параболы направлены  
вверх.



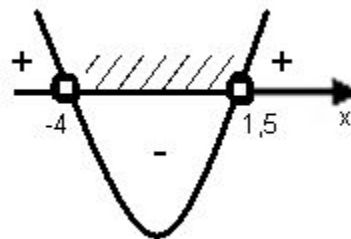
$$x \in (-\infty; -3) \cup (2/3; +\infty)$$

○  $2x^2+5x-12<0$

$$2x^2+5x-12=0$$

$$x_1=1,5; x_2=-4.$$

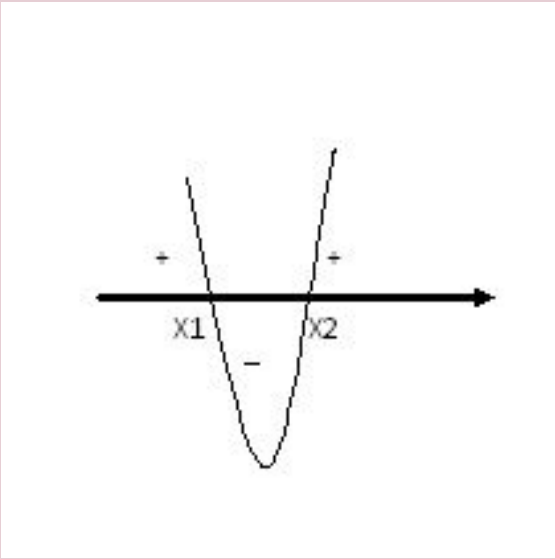
$a>0$  - ветви параболы направлены  
вверх.



$$x \in (-4; 1,5)$$



# ЗАПОЛНИТЬ ТАБЛИЦУ:

D	Неравенство	a	Чертеж	Решение
$D > 0$	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$a > 0$		$x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$ .
$D > 0$	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$a < 0$		
$D > 0$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$a > 0$		
$D > 0$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$a < 0$		

## ИТОГ УРОКА:

- Воспроизведите алгоритм решения неравенств.
- Кто справился с работой на отлично?
- Что показалось сложным?
- Найти корни уравнения  $ax^2+bx+c=0$ .
- Отметить их на координатной плоскости.
- Определить направление ветвей параболы.
- Построить эскиз графика.
- Отметить знаками «+» и «-», интервалы на которых функция принимает положительные и отрицательные значения.
- Выбрать необходимый интервал.