

РЕШЕНИЕ КВАДРАТНОГО НЕРАВЕНСТВА.

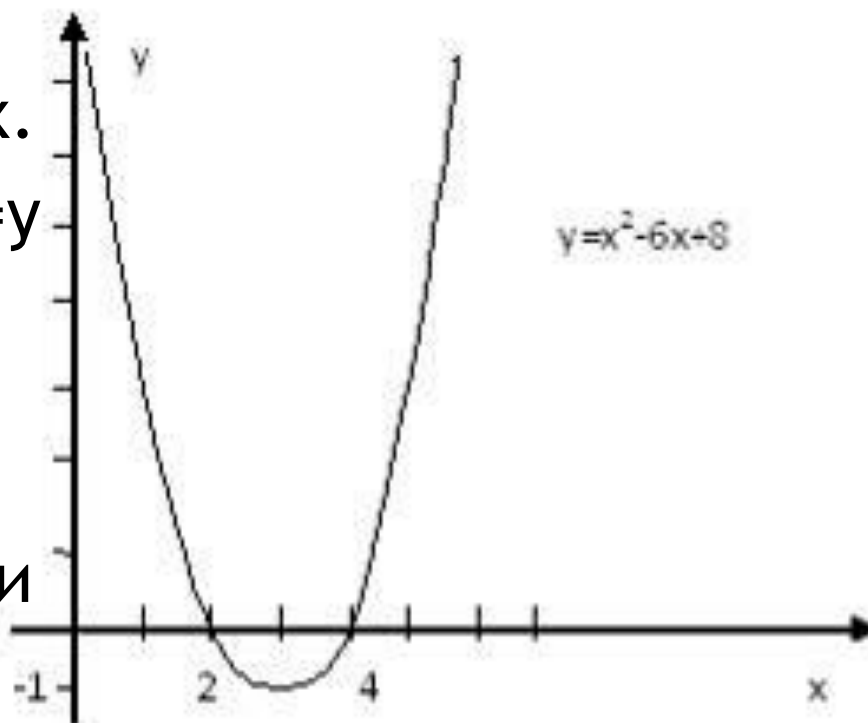
(на основе свойств квадратичной
функции)

ПОСТРОИТЬ ГРАФИК КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ $y=x^2-6x+8$

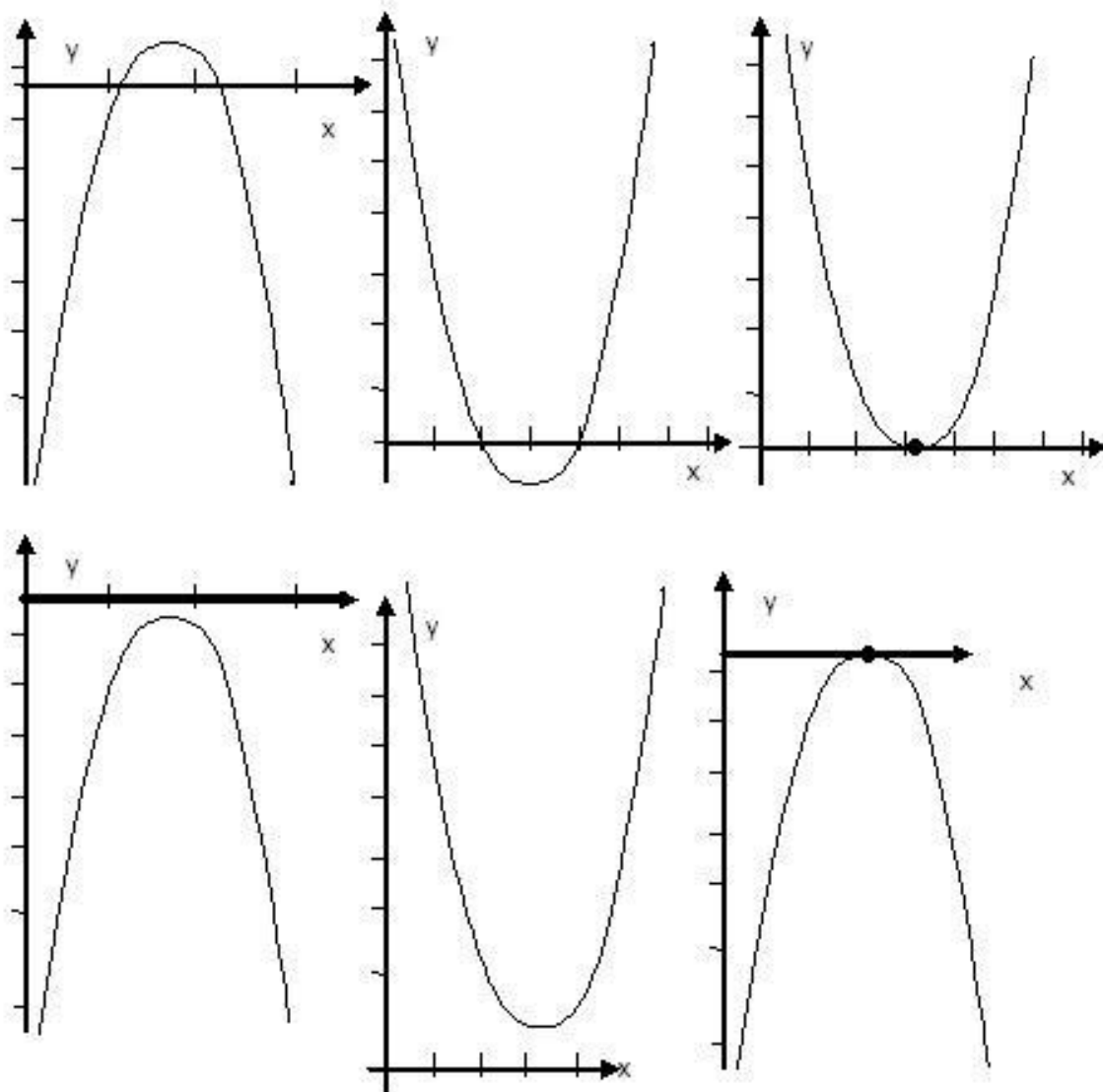
- Определение направления ветвей параболы;
- Определение координат вершины параболы;
- Определение оси симметрии.
- Определение точек пересечения с осями координат;
- Нахождение дополнительных точек.
- $a > 0$ - ветви параболы направлены вверх.
- $x_0 = -b/2a$, $x_0 = 3$, $y_0 = y(3) = -1$.
- $x = 3$.
- $x^2 - 6x + 8 = 0$, $x_1 = 2$, $x_2 = 4$; $y(0) = 8$. Точки $(2; 0)$, $(4; 0)$, $(0; 8)$.
- $y(1) = 3$, $y(5) = 3$.

ПОСТРОИТЬ ГРАФИК КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ $y=x^2-6x+8$

- $a>0$ - ветви параболы направлены вверх.
- $x_0=-b/2a$, $x_0=3$, $y_0=y(3)=-1$.
- $x=3$
- $x^2-6x+8=0$, $x_1=2$, $x_2=4$; $y(0)=8$. Точки $(2;0)$, $(4;0)$, $(0;8)$.
- $y(1)=3$, $y(5)=3$.

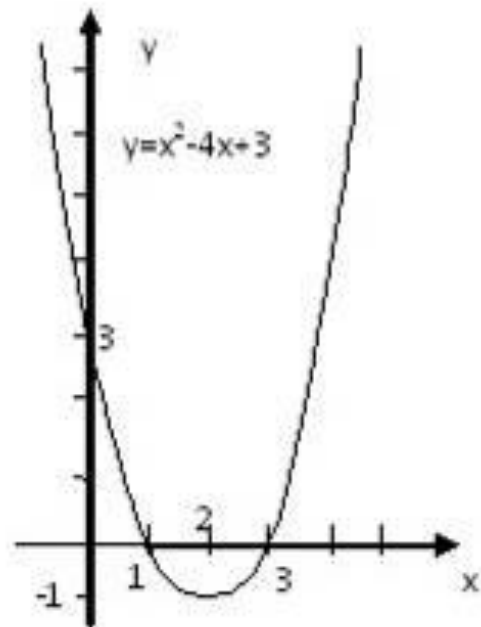


ОПРЕДЕЛИТЬ ПО ЧЕРТЕЖУ ЗНАК
КОЭФФИЦИЕНТА А И КОЛИЧЕСТВО КОРНЕЙ
УРАВНЕНИЯ $y = ax^2 + bx + c = 0$.



ПО ГРАФИКУ ФУНКЦИИ $y=x^2-4x+3$ ОПРЕДЕЛИТЬ:

- Чему равны нули функции;
- Найти промежутки, на которых функция принимает положительные значения;
- Найти промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения;
- При каких значениях x функция возрастает, а при каких убывает?



РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО:

$$x^2+4x-5 \geq 0.$$

Неравенству удовлетворяют значения x , при которых значения функции $y=x^2+4x-5$ равны нулю или положительны, то есть те значения x при которых точки параболы лежат на оси ox или выше этой оси.

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО: $x^2+4x-5 \geq 0$.

○ Построим график функции $y=x^2+4x-5$.

○ $a=1>0$ - ветви параболы направлены вверх.

○ Вершина параболы:

$x=-b/2a$, $y_0=y(x_0)$. $x_0=-2$, $y_0=-9$.

○ Ось симметрии $x=-2$.

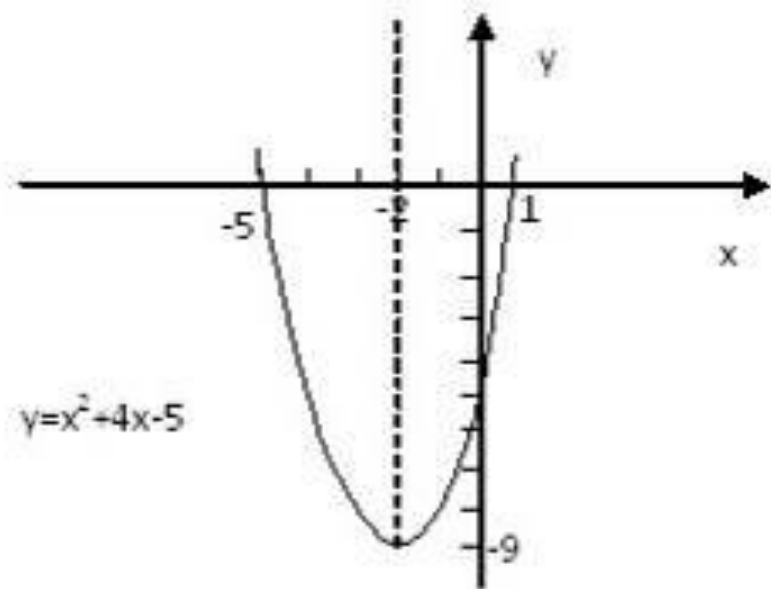
○ Определение точек пересечения с осями координат:

С осью ox : $x^2+4x-5=0$. По теореме Виета: $x_1=1$, $x_2=-5$. Точки $(1;0)$, $(-5;0)$. С осью oy : $y(0)=-5$.

Точка $(0;-5)$.

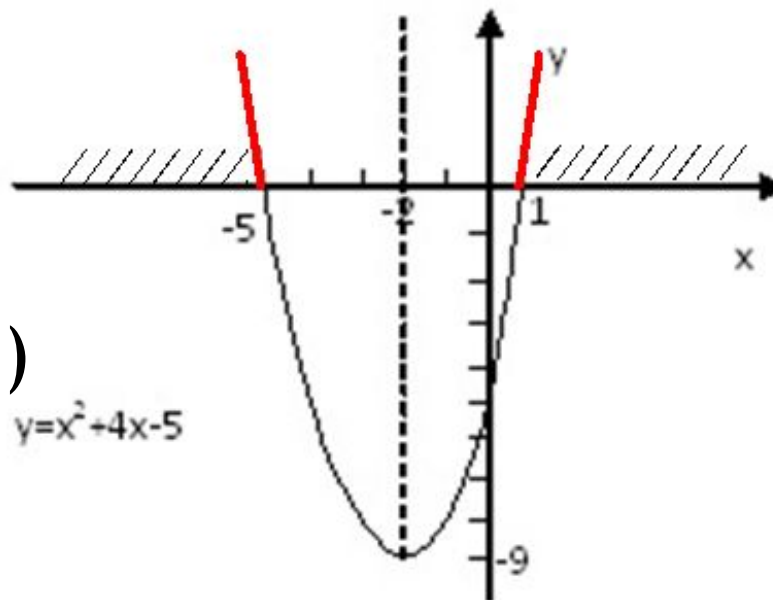
○ Дополнительные точки:

$y(-1)=-8$, $y(2)=7$.



РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО: $x^2+4x-5 \geq 0$.

Итог: Значения
функции
положительны и
равны нулю
(неотрицательны)
при
 $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.



ВОПРОСЫ:

- Необходимо ли каждый раз для решения неравенства подробно строить график квадратичной функции?
- Нужно ли находить координаты вершины параболы?
- А что важно?

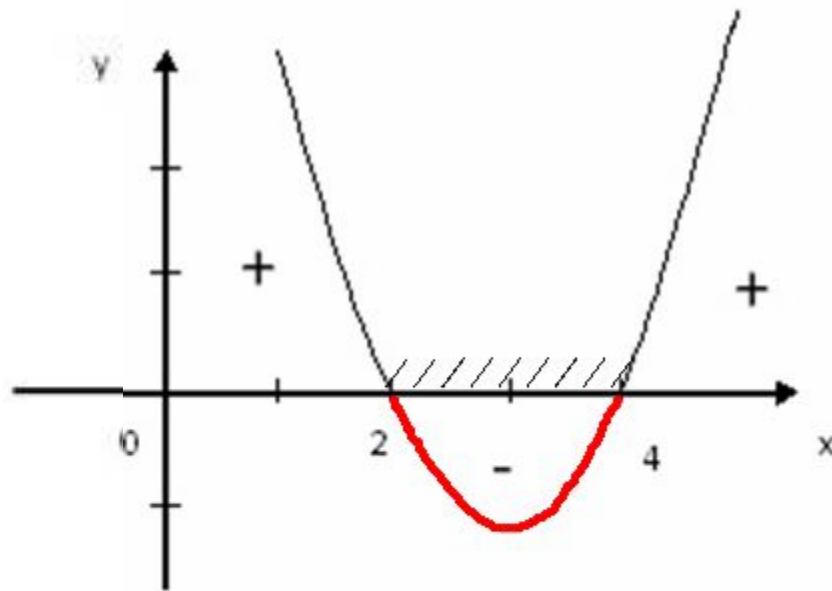
Вывод:

Для решения квадратного неравенства достаточно определить нули функции, направление ветвей параболы и построить эскиз графика.

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО: $x^2-6x+8 \leq 0$.

- Определим корни уравнения $x^2-6x+8=0$.
- По теореме Виета: $x_1=2$, $x_2=4$.
- Определим направление ветвей параболы.
- $a=1>0$ - ветви параболы направлены вверх.
- Построим эскиз графика.
- Отметим знаками «+» и «-» интервалы, на которых функция принимает положительные и отрицательные значения. Выберем необходимый нам интервал.

$$x^2 - 6x + 8 \leq 0$$



Ответ: $x \in [2; 4]$.

АЛГОРИТМ:

- Найти корни уравнения $ax^2+bx+c=0$.
- Отметить их на координатной плоскости.
- Определить направление ветвей параболы.
- Построить эскиз графика.
- Отметить знаками «+» и «-», интервалы на которых функция принимает положительные и отрицательные значения.
- Выбрать необходимый интервал.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

⦿ 1 вариант

$$x^2 - 3x - 18 \leq 0$$

$$3x^2 + 7x - 6 > 0$$

⦿ 2 вариант

$$x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

$$2x^2 + 5x - 12 < 0$$

РЕШЕНИЕ:

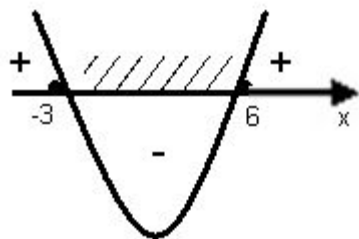
○ $x^2 - 3x - 18 \leq 0$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3, \quad x_1 \cdot x_2 = -18.$$

$$x_1 = 6, \quad x_2 = -3.$$

$a > 0$ - ветви параболы направлены вверх.



$$x \in [-3; 6]$$

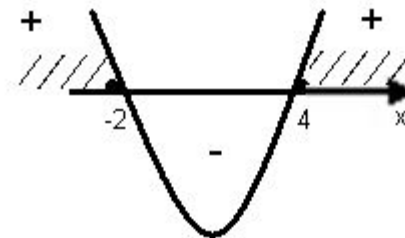
○ $x^2 - 2x - 8 \geq 0$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 2, \quad x_1 \cdot x_2 = -8.$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = -2.$$

$a > 0$ - ветви параболы направлены вверх.



$$x \in (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$$

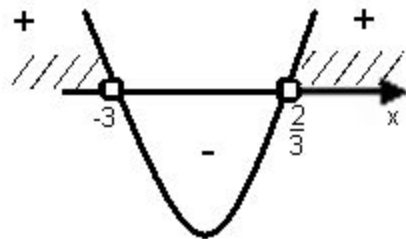
РЕШЕНИЕ:

○ $3x^2+7x-6>0$

$$3x^2+7x-6=0$$

$$x_1=2/3; x_2=-3.$$

$a>0$ - ветви параболы направлены
вверх.



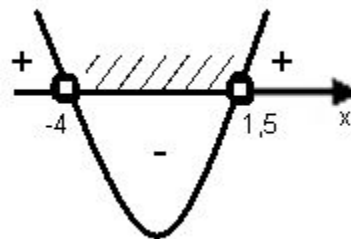
$$x \in (-\infty; -3) \cup (2/3; +\infty)$$

○ $2x^2+5x-12<0$

$$2x^2+5x-12=0$$

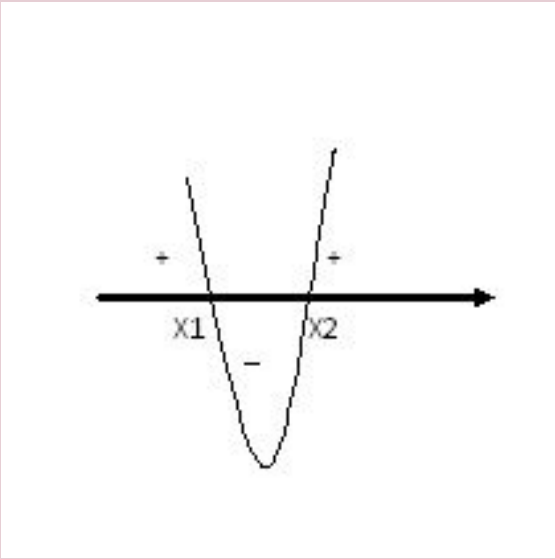
$$x_1=1,5; x_2=-4.$$

$a>0$ - ветви параболы направлены
вверх.



$$x \in (-4; 1,5)$$

ЗАПОЛНИТЬ ТАБЛИЦУ:

D	Неравенство	a	Чертеж	Решение
$D > 0$	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$a > 0$		$x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$.
$D > 0$	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$a < 0$		
$D > 0$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$a > 0$		
$D > 0$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$a < 0$		

ИТОГ УРОКА:

- Воспроизведите алгоритм решения неравенств.
- Кто справился с работой на отлично?
- Что показалось сложным?
- Найти корни уравнения $ax^2+bx+c=0$.
- Отметить их на координатной плоскости.
- Определить направление ветвей параболы.
- Построить эскиз графика.
- Отметить знаками «+» и «-», интервалы на которых функция принимает положительные и отрицательные значения.
- Выбрать необходимый интервал.