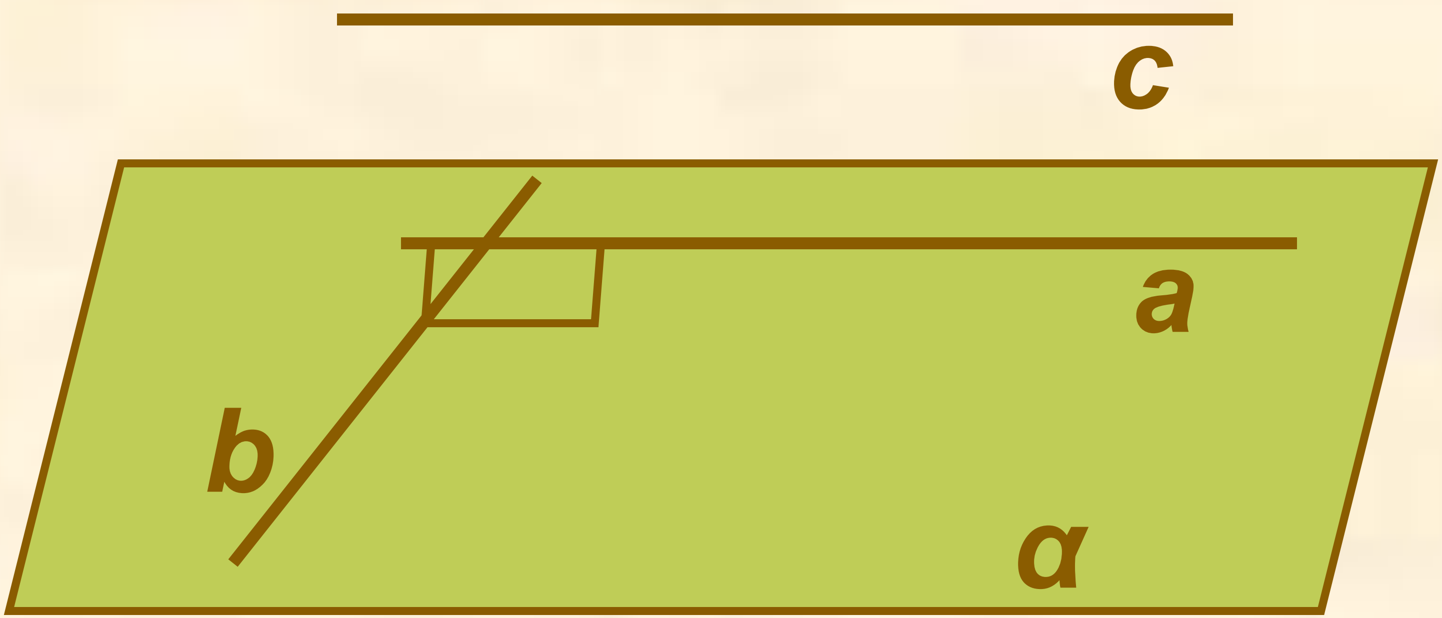
# Перпендикулярность прямых и плоскостей

*АВТОР:УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ ОРШОКДУГОВА Р.М.*

# Содержание

# Перпендикулярные прямые в пространстве

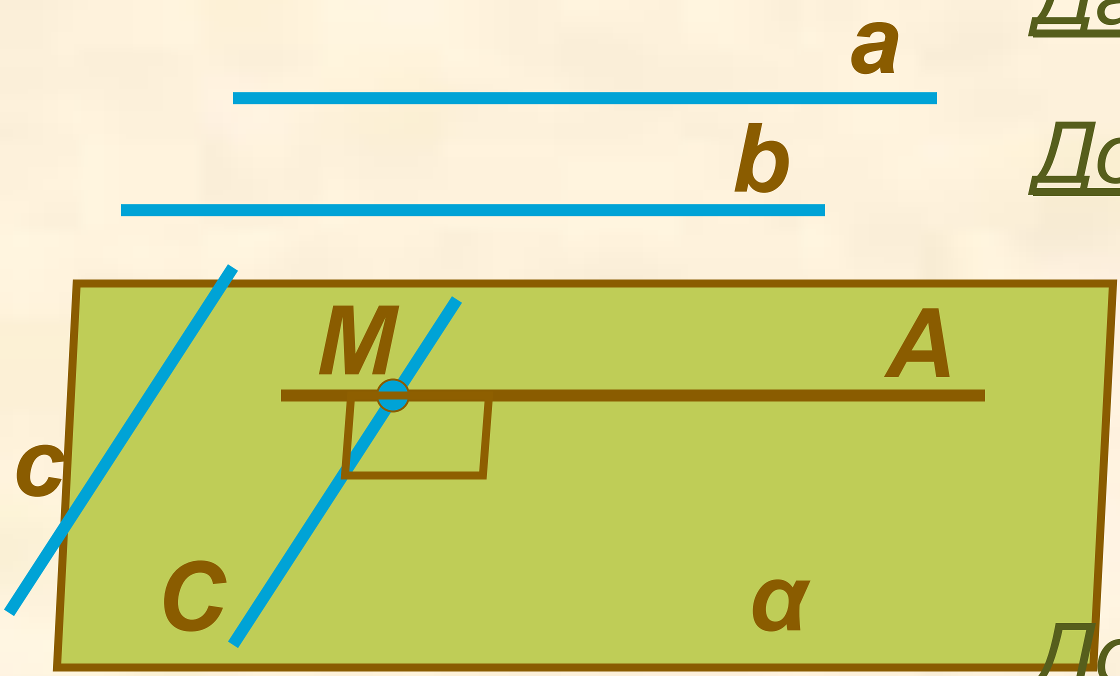
***Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен $90^{o}$***




$a \perp b$ $\qquad$ $c \perp b$

# Лемма

***Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.***

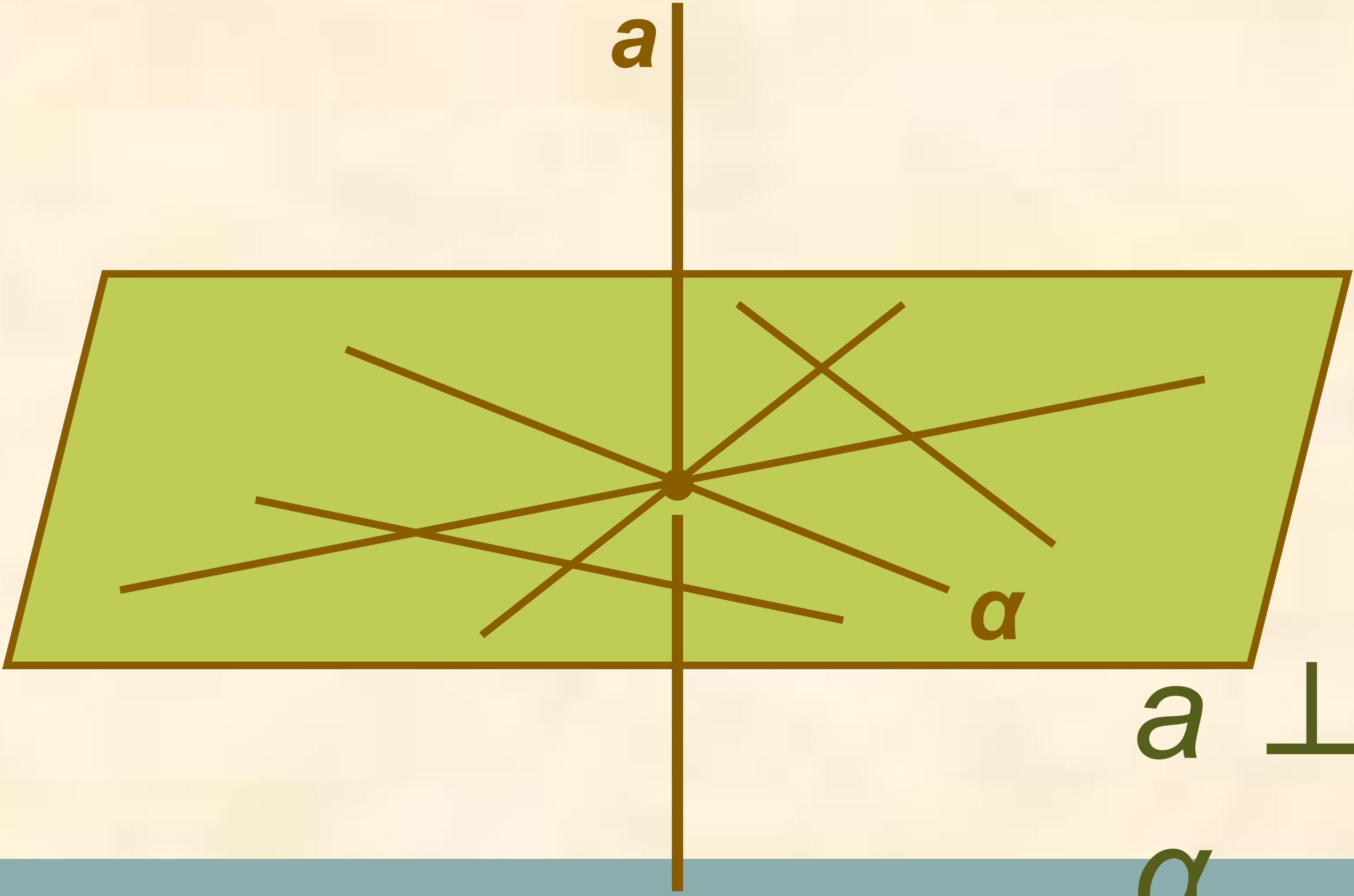



<u>Дано:</u> $a \parallel b$, $a \perp c$

<u>Доказать:</u> $b \perp c$

<u>Доказательство:</u>

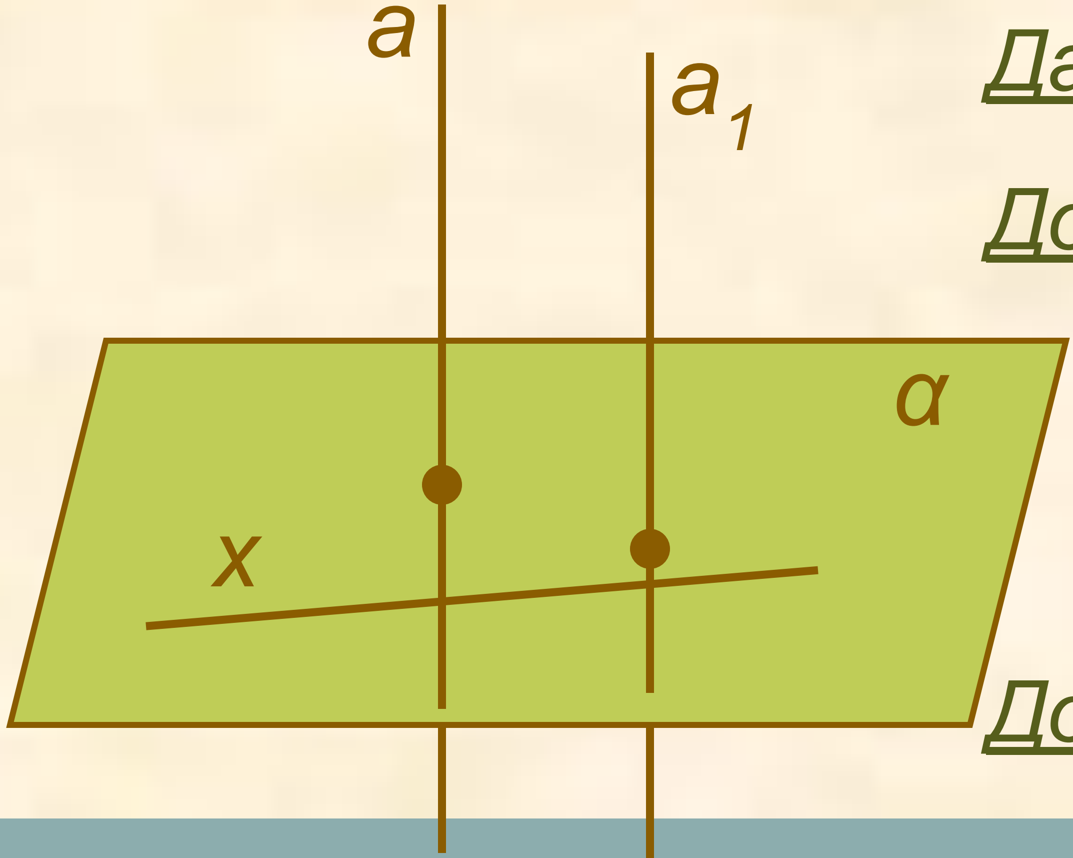
**Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости**




$a \perp \alpha$

# Теорема 1

***Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.***



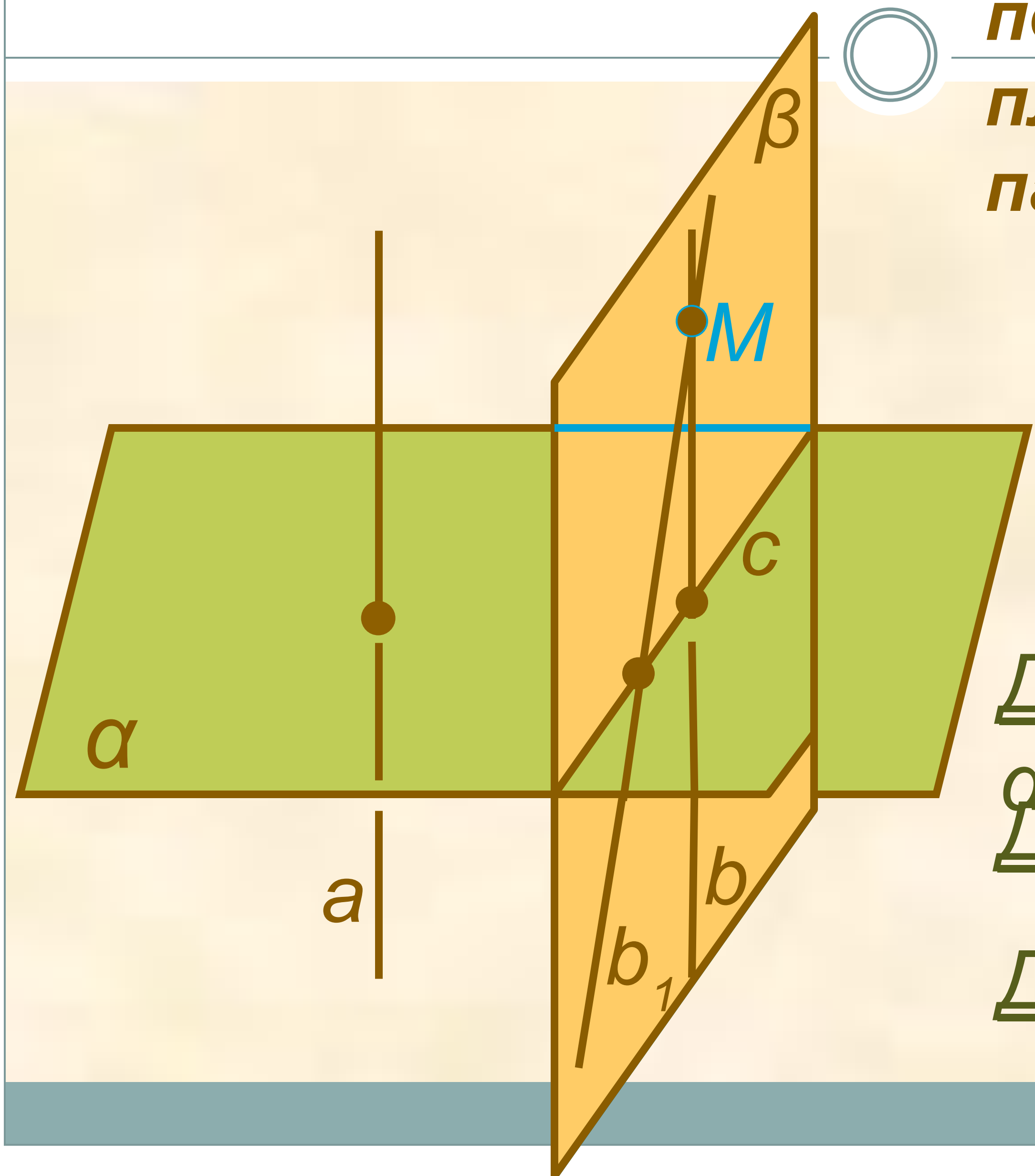

*Дано:* $a \parallel a_1;\ a \perp \alpha$

*Доказать:* $a_1 \perp \alpha$

*Доказательство:*

# Теорема 2

***Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.***



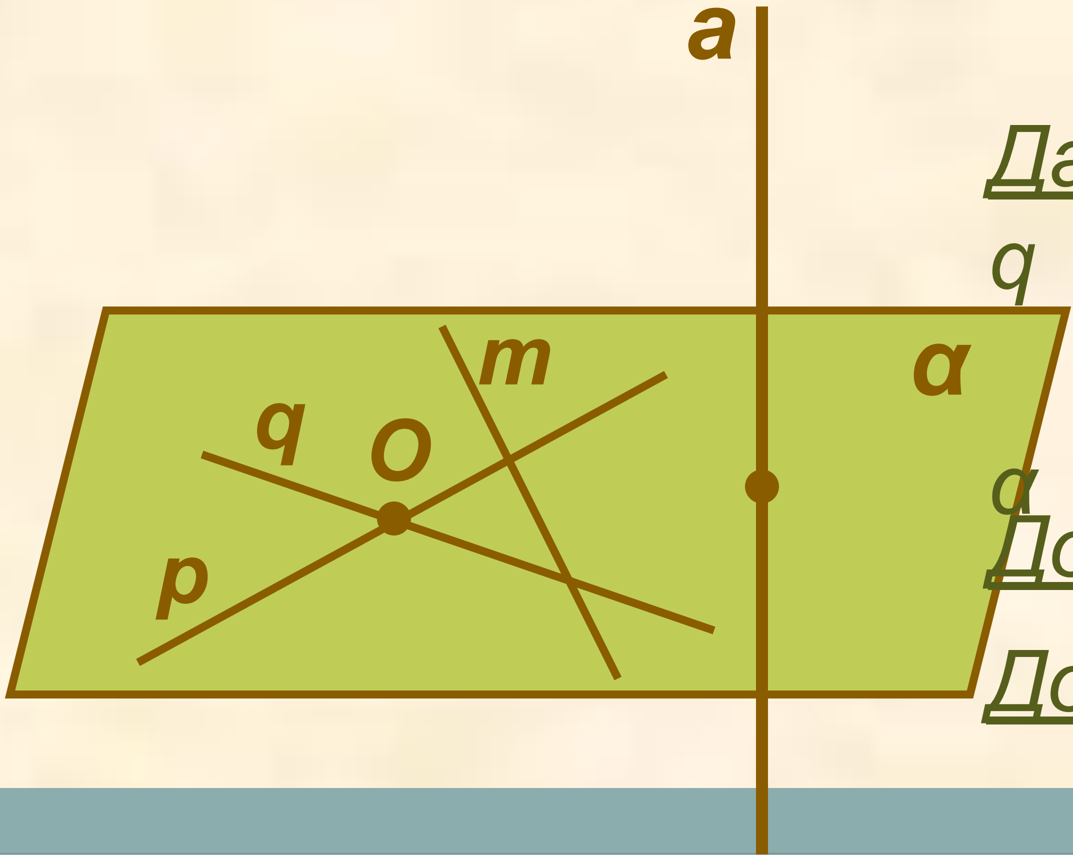

Дано: $a \perp \alpha$; $b \perp \alpha$

Доказать: $a \parallel b$

Доказательство:

# Признак перпендикулярности прямой и плоскости

***Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.***




<u>*Дано:*</u> $a \perp p;\ a \perp q$

$p \subset \alpha;\ q \subset \alpha$

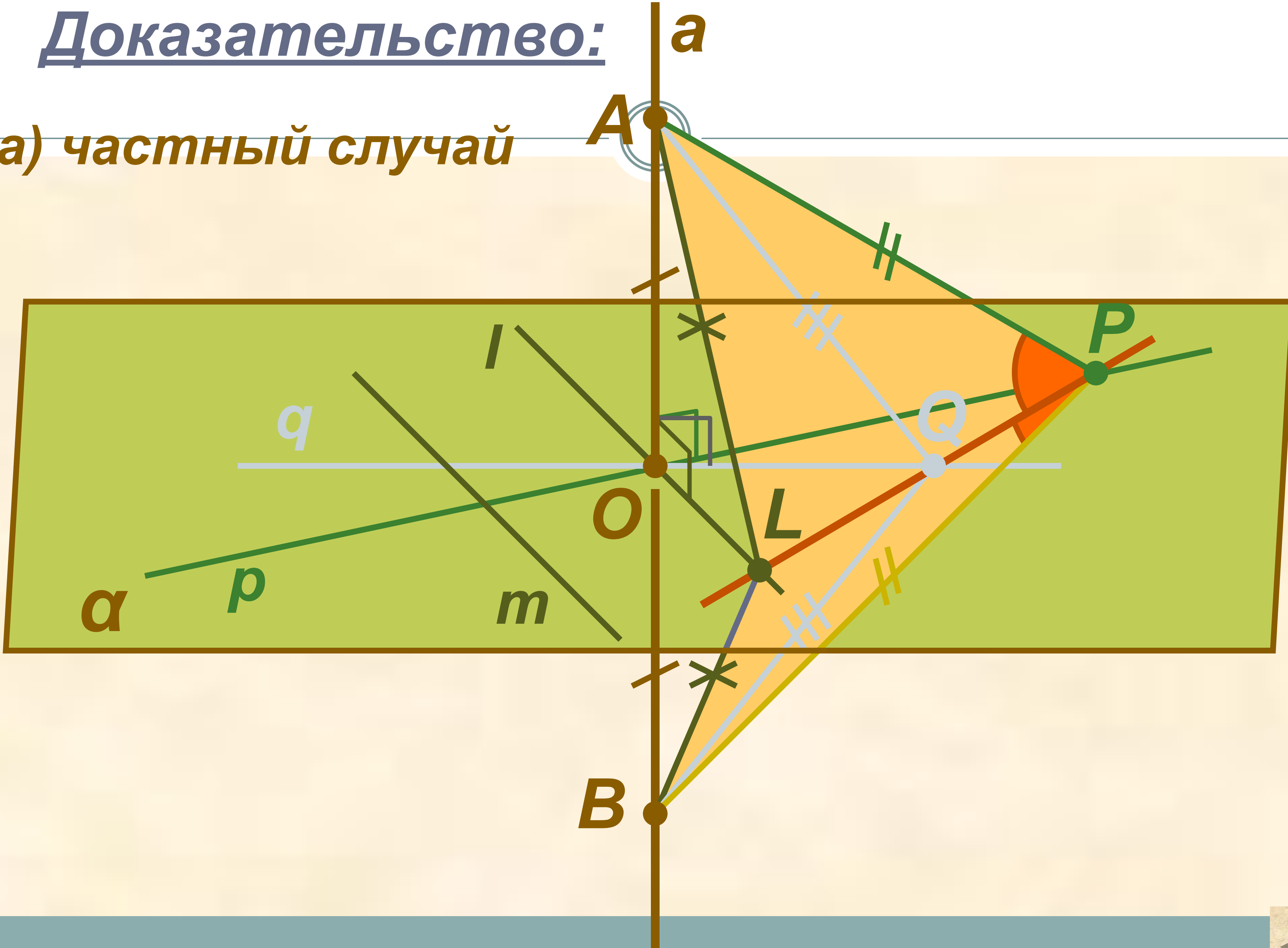
$p \cap q = O$

<u>*Доказать:*</u> $a \perp \alpha$

<u>*Доказательство:*</u>

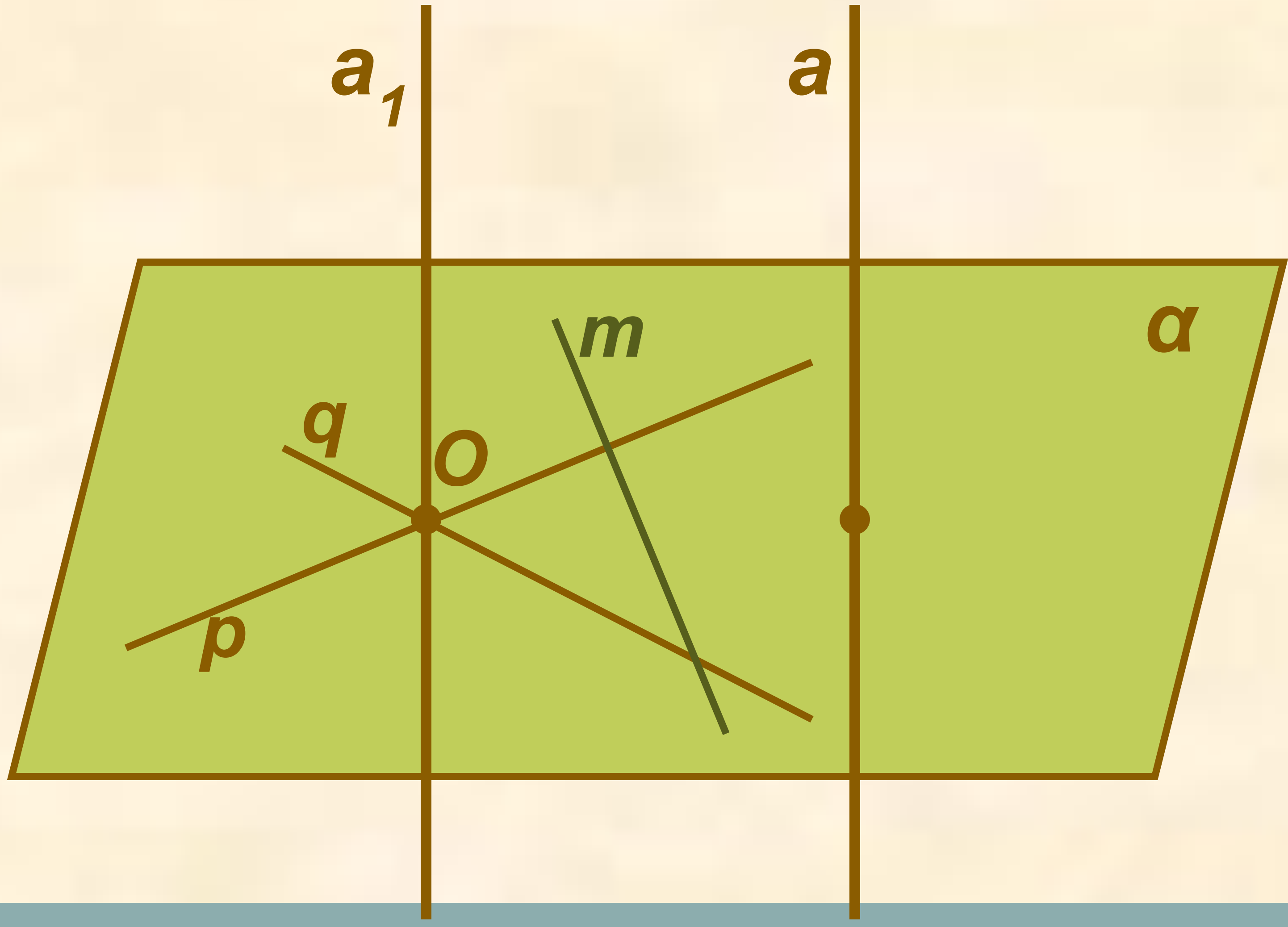
# Доказательство:

а) частный случай



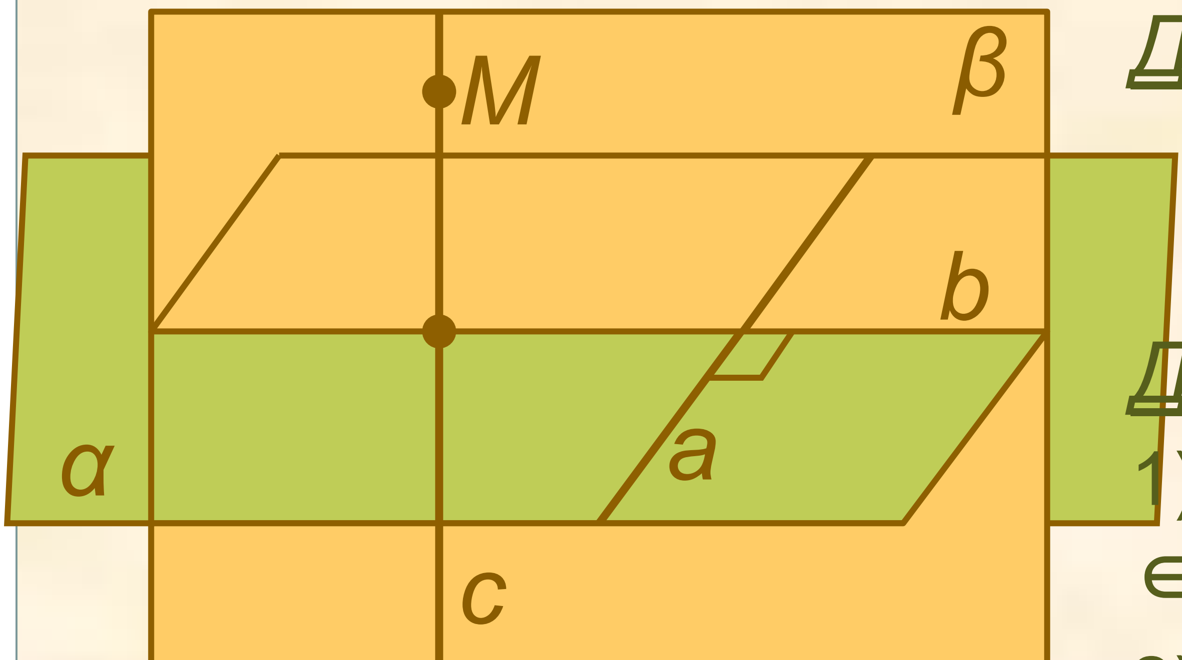
# Доказательство:

## а) общий случай



# Теорема 4

***Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.***




<u>Дано:</u> $\alpha$; $M \notin \alpha$

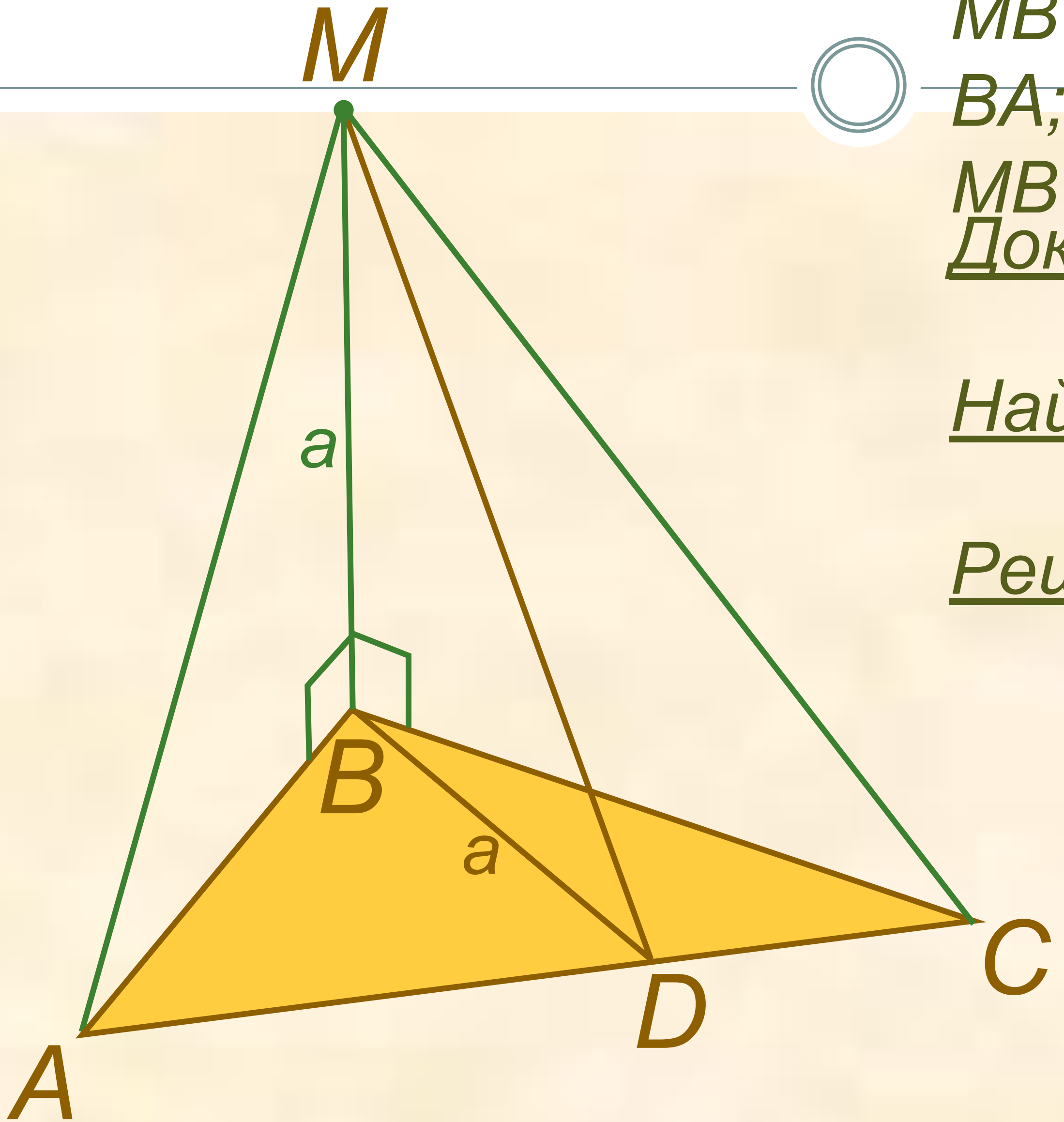
<u>Доказать:</u>

1) $\exists\ c,\ c \perp \alpha,\ M \in c$;

2) $c$ – !

<u>Доказательство:</u>

# Задача



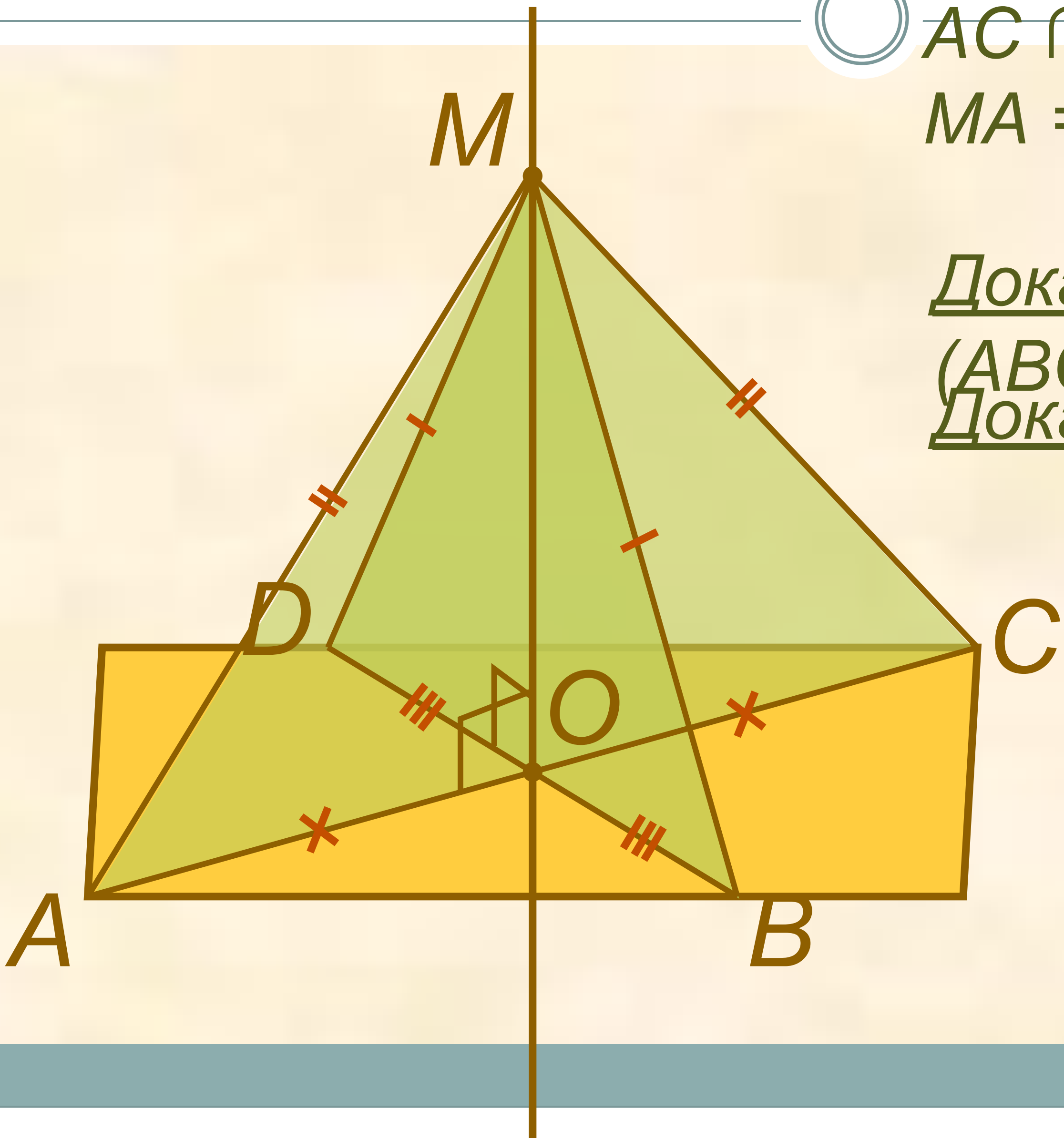

<u>Дано:</u> $\Delta ABC$;
$MB \perp BC$; $MB \perp BA$;
$MB = BD = a$

<u>Доказать:</u> $MB \perp BD$

<u>Найти:</u> $MD$

<u>Решение:</u>

# Задача 128

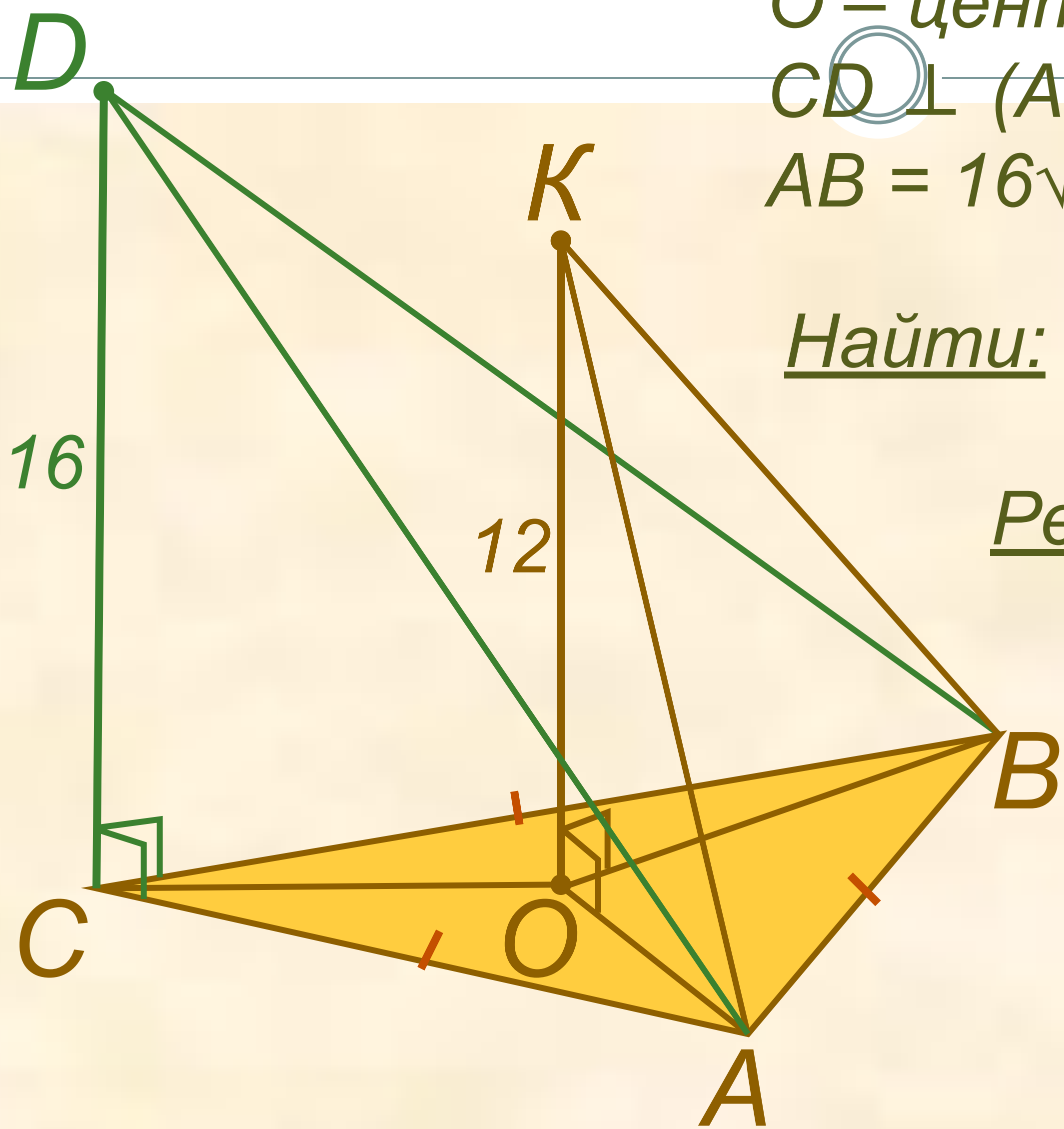



<u>Дано:</u> ABCD - параллелограмм; $AC \cap BD = O$; $M \notin (ABC)$; $MA = MC$, $MB = MD$

<u>Доказать:</u> $OM \perp (ABC)$

<u>Доказательство:</u>

# Задача 122




*Дано:* $\Delta ABC$ – р/с;

О – центр $\Delta ABC$

$CD \perp (ABC)$; $OK \parallel CD$

$AB = 16\sqrt{3}$, $OK = 12$; $CD = 16$

*Найти:* AD; BD; AK; BK.

*Решение:*

# Перпендикуляр и наклонные

$M \notin \alpha$

$MH \perp \alpha$

$H \in \alpha$

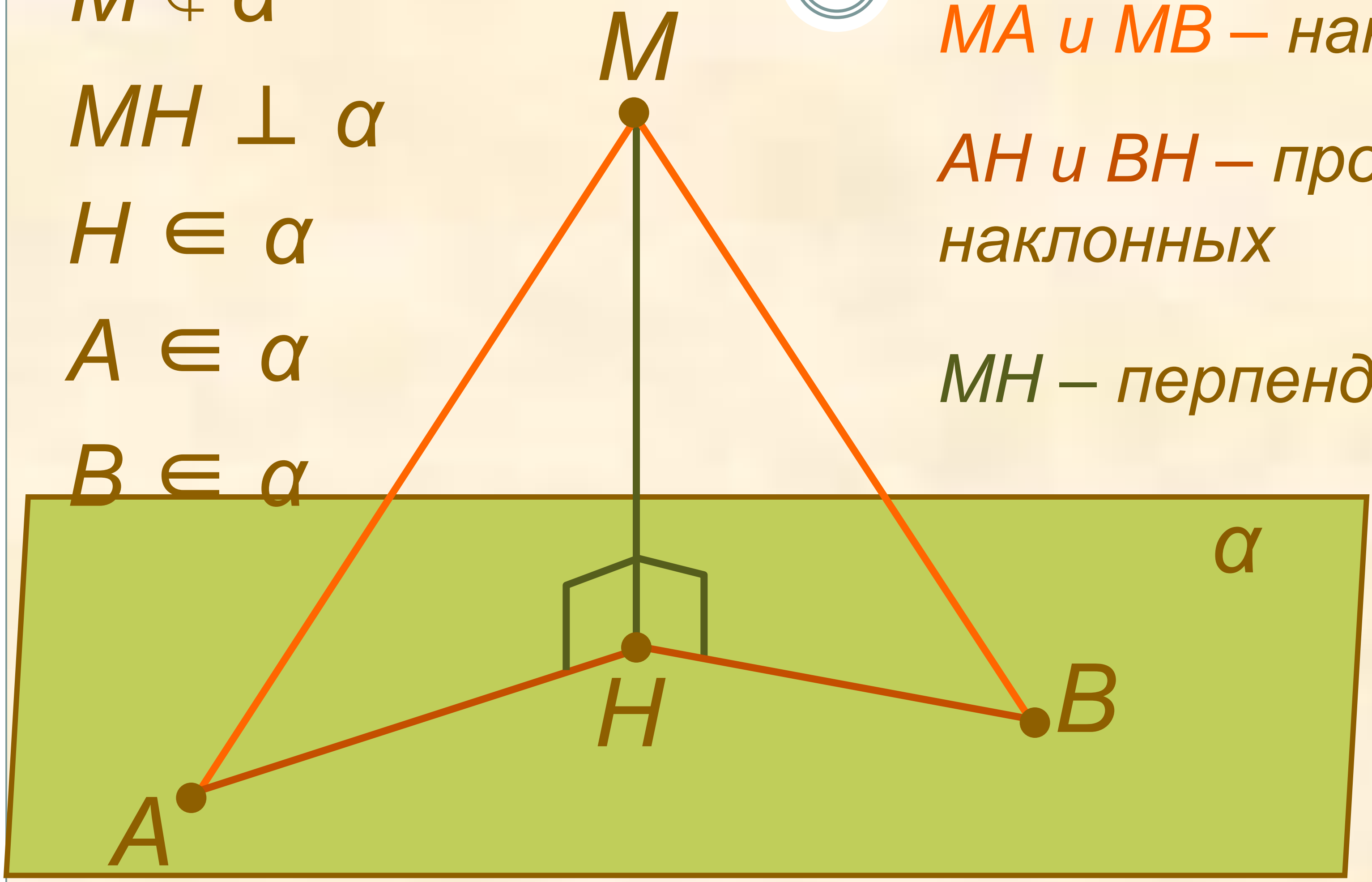
$A \in \alpha$

$B \in \alpha$

*MA и MB – наклонные*

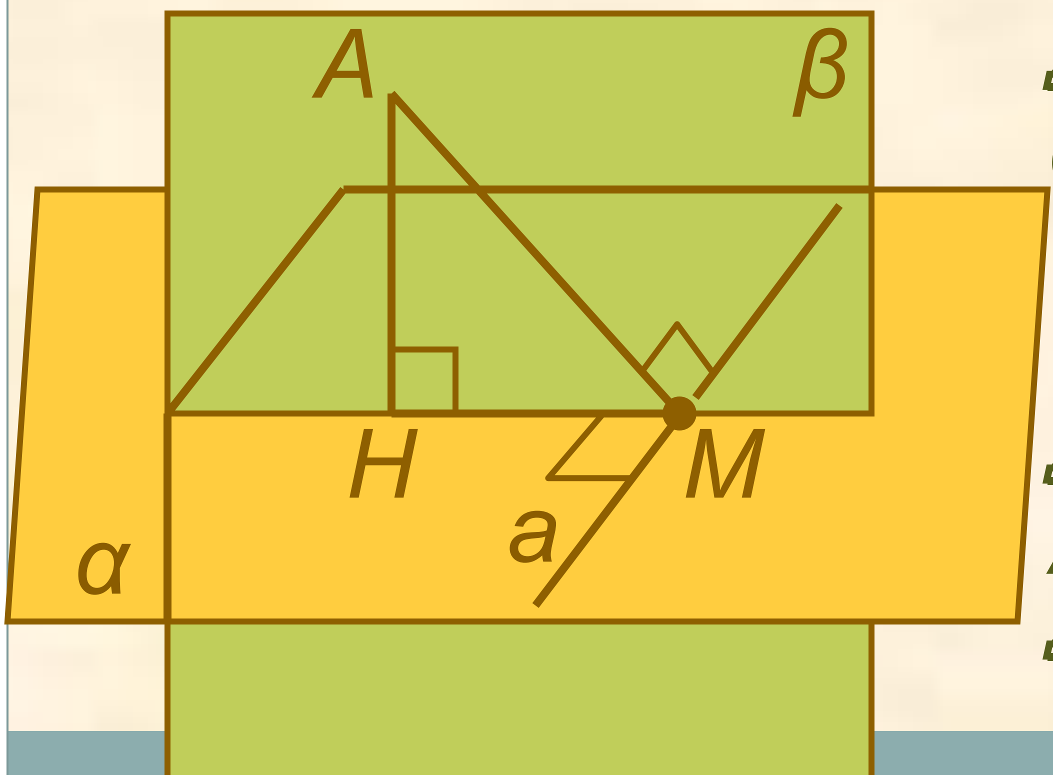
*AH и BH – проекции наклонных*

*MH – перпендикуляр*



# Теорема о трех перпендикулярах

***Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна к самой наклонной.***




*Дано:* $a \subset \alpha$, $AH \perp \alpha$,

$AM$ – наклонная,

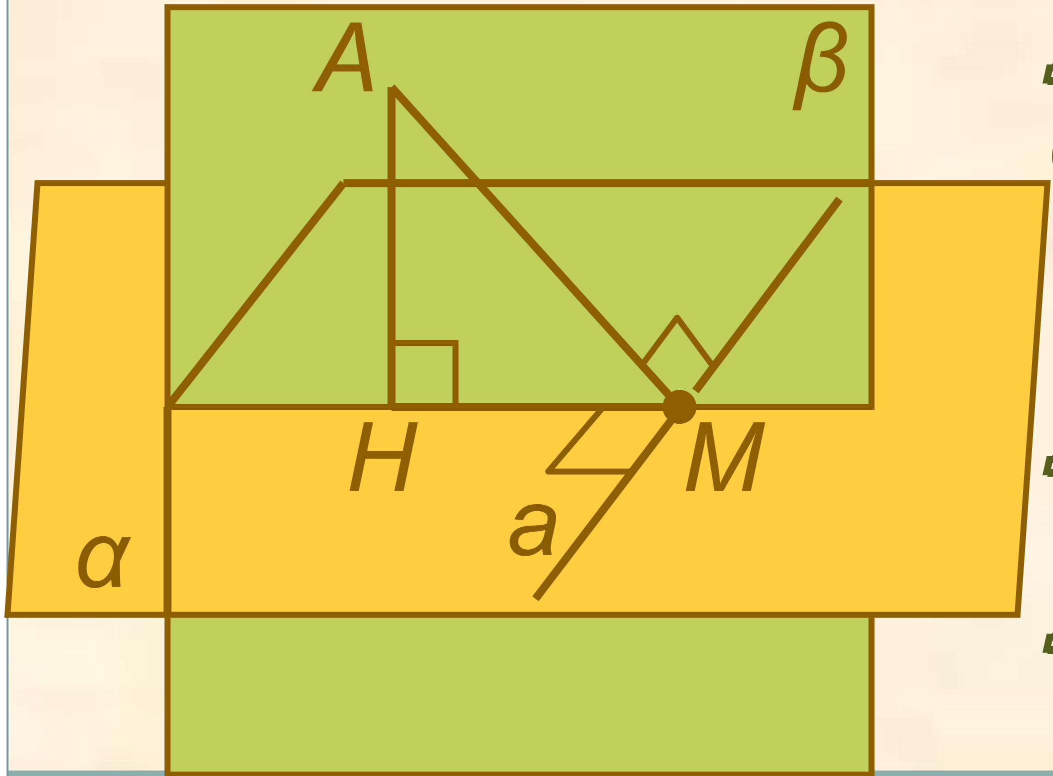
$a \perp HM$, $M \in a$

*Доказать:* $a \perp AM$

*Доказательство:*

# Теорема, обратная теореме о трех перпендикулярах

***Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.***




_Дано:_ $a \subset \alpha$, $AH \perp \alpha$,

$AM$ – наклонная,

$a \perp AM$, $M \in a$

_Доказать:_ $a \perp HM$

_Доказательство:_

# Угол между прямой и плоскостью

$$\widehat{(a\,;\,\alpha)} = \angle AOH = \varphi$$