

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} & \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} & \arcsin(-x) &= -\arcsin x & \cos 4\alpha &= 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 & \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} & \operatorname{arctg}(-x) &= -\operatorname{arctg} x & 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

Устный счёт

1. Вычислите:

1) $\sin 45^\circ$

2) $\cos \frac{\pi}{3}$

3) $\sin \frac{\pi}{2}$

4) $\cos 90^\circ$

5) $\cos \frac{\pi}{4}$

6) $\sin \frac{\pi}{6}$

7) $\cos \frac{\pi}{6}$

8) $\sin \frac{\pi}{3}$

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \\ & \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

2. Представьте значение угла в виде суммы или разности табличных значений градусных мер:

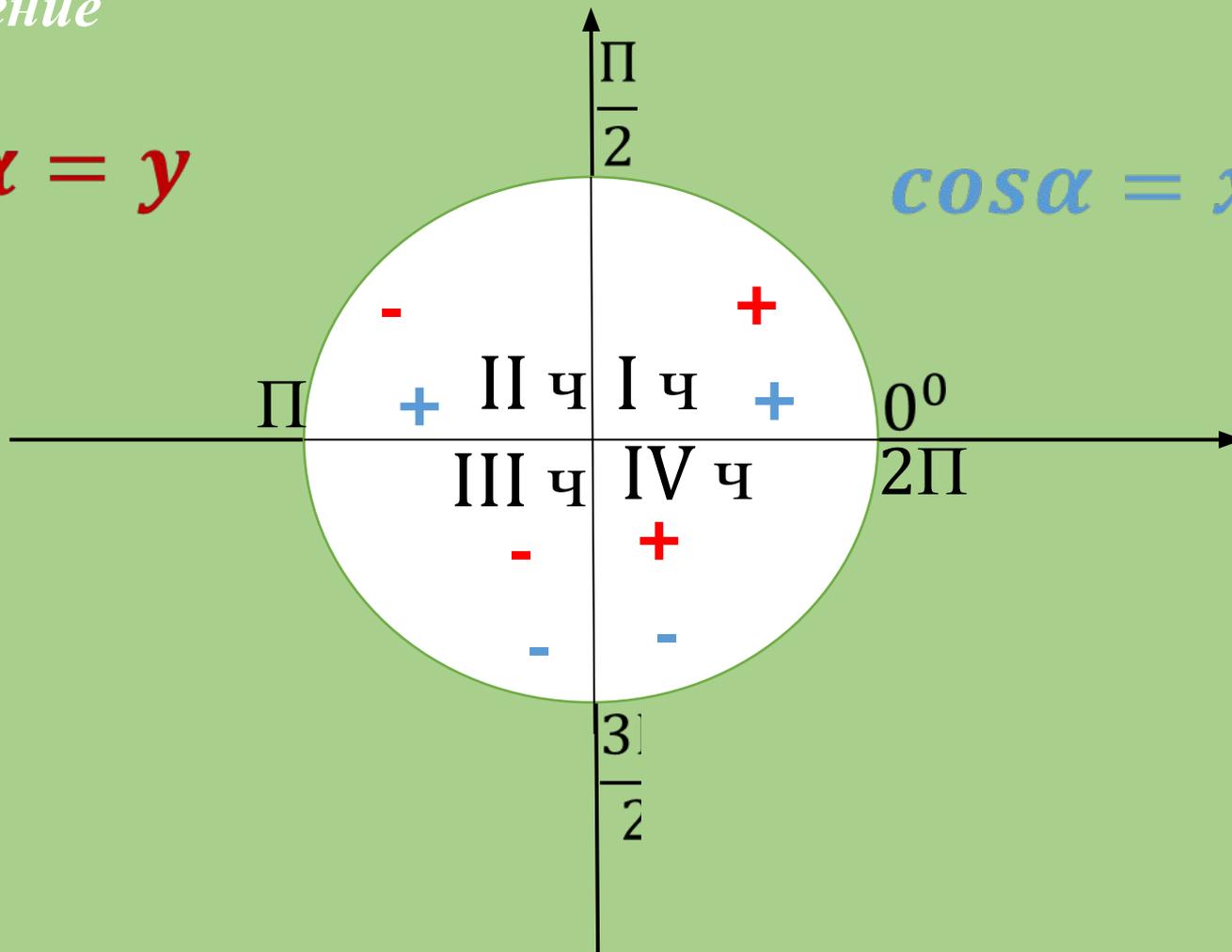
- 1) 15° $15^{\circ} = 45^{\circ} - 30^{\circ}$
- 2) 75° $75^{\circ} = 45^{\circ} + 30^{\circ}$
- 3) 105° $105^{\circ} = 45^{\circ} + 60^{\circ}$
- 4) 135° $135^{\circ} = 90^{\circ} + 45^{\circ}$
- 5) 150° $150^{\circ} = 180^{\circ} - 30^{\circ}$

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} & \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} & \arcsin(-x) &= -\arcsin x & \cos 4\alpha &= 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 & \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} & \operatorname{arctg}(-x) &= -\operatorname{arctg} x & 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

Повторение

$$\sin \alpha = y$$

$$\cos \alpha = x$$



$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x \quad \cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Повторение

Основное тригонометрическое тождество

$$\underline{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\arccos x = \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\arcsin x = -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad \cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$



Косинус разности и косинус суммы двух углов

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{2 \cos^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \times \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\frac{\operatorname{ctg}^4 \alpha - 6 \operatorname{ctg}^2 \alpha + 4}{4 \operatorname{ctg}^3 \alpha - 4 \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x \quad \cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned}$$

Теорема 1.

Для любых углов α и β справедливо равенство

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

Косинус разности двух углов равен

произведению

косинуса первого угла на косинус второго угла

плюс

произведение

синуса первого угла на синус второго угла

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x \quad \cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Пример 1.

Вычислите: $\cos 15^\circ$ $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$

Решение:

$$\begin{aligned} \cos 15^\circ &= \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x \quad \cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned}$$

Теорема 2.

Для любых углов α и β справедливо равенство

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

Косинус суммы двух углов равен
произведению

косинуса первого угла на косинус второго угла

минус

произведение

синуса первого угла на синус второго угла

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x \quad \cos 4\alpha = 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1 \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Пример 2.

Вычислите: $\cos 75^\circ$ $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$

Решение:

$$\begin{aligned} \cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x \quad \cos 4\alpha = 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1 \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} \\ & \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \end{aligned}$$

Пример 3.

Вычислите: $\cos 37^\circ \cos 8^\circ - \sin 37^\circ \sin 8^\circ$

Решение:

$$\begin{aligned} \cos 37^\circ \cos 8^\circ - \sin 37^\circ \sin 8^\circ &= \cos(37^\circ + 8^\circ) = \\ &= \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\arccos x = \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x \quad \cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1$$

$$\arcsin x = -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Работа по учебнику:

№ 9.2(в), 9.3(б), 9.4(б), 9.5(б), 9.7(а,б), 9.9

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} & \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} & \arcsin(-x) &= -\arcsin x & \cos 4\alpha &= 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 & \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} & & & & & & 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

Итог урока: 1) Чему равен косинус суммы двух углов?
2) Чему равен косинус разности двух углов?

Домашнее задание: п. 9.1, выучить формулы

№ 9.12, 9.3(a), 9.4(a), 9.7(в,г)

ССЫЛКИ:

- Фон:
<http://southkentschool.org/sites/default/files/styles/fullscreen/public/news/math2.jpg>
- Учебник: <https://wordgdz.ru/algebra-10-klass-nikolskiy-potapov/>
- автора шаблона:
Наталья Николаевна Коломина Учитель математики МКОУ «Хотьковская СОШ» Думиничского района Калужской области.