Математические кружки:

✔Поддержание интереса к знаниям
✔Развитие любознательности
✔Сообразительность

«Задачи на построение»

- Измерение и построение углов
- Построение биссектрисы угла

«Невозможные пазлы»

- Изучение теории
- Первые доказательства

«Разрезание и складывание фигур»

- Вычисление площадей фигур
- Равенство фигур

матбой

Матбой- это соревнование 2-х команд по 6 человек.

1.Капитан, заместитель - общаются с жюри.

2. Абсолютно одинаковые задачи –10 шт.

3.Можно пользоваться любой литературой.

4.Каждый член команды выходит к доске 2 раза.

5.9.00 дали всем задания.

6.1 докладчик рассказывает, оппонент сидит напротив и не прерывает. После решения задачи оппонент задает вопросы. С доски стирать ничего нельзя. Если есть ошибки. То ищут их еще 2-е из команды.

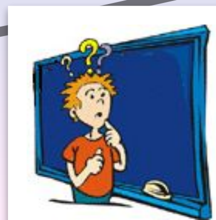
7.Можно докладчика заменять.2 чел.на одну задачу.

8.решают задачи с 9.00 до 13.00 обед 1 час.

С 14.00-матбой.

9.Жюри 3 чел из учителей и 1 ведущий.

10.Каждая задача-12 очков, которые может получить эта команда.



Внеурочные мероприятия

1. **«Математический калейдоскоп»** по теме: «Положительные и отрицательные числа. Противоположные числа».

2. **«Математическая рулетка»** для 5-6 кл

3. **Игра-соревнование** для 5-6 классов по математике **«Уголки»**

4. Игра «Мир чисел»

5. **"И прекрасна и сильна математики страна…". путешествие по станциям**:“Историческая” ,“Блиц-вопрос”, “Умники и умницы”, “Творческая мастерская”.

6. Игра «Математический чаггингтон» Команда получает маршрутный лист, с перечнем станций .




«Математическое путешествие к центру Земли»

Внеурочная работа по математике

не только тесно связана с дополнительным образованием, но переплетается с ним тогда, когда дело касается создания

условий для развития разнообразных интересов

Олимпиады школьников

Муниципальный этап проводится в один день, в один тур.

Продолжительность олимпиады для учащихся 5-6 классов – 3 часа.

Количество заданий – 5.

Тематика заданий

выбирается исходя из списка вопросов, рекомендуемых центральной предметно-методической комиссией всероссийской олимпиады школьников по математике:

- задачи по арифметике,
- логические задачи,
- задачи по наглядной геометрии,
- задачи, использующие понятие четности.

7 класс

Задачи на проценты (банковские проценты). Числовой ребус (задачи - шутки). Конструктивные задачи на переливания, взвешивания. Делимость натуральных чисел (признаки делимости). Задачи на разрезание и раскрашивание, геометрические головоломки. Задачи на перебор вариантов.

8 класс

Делимость натуральных чисел (признаки делимости, основная теорема арифметики). Треугольник (замечательные линии и точки треугольника). Преобразование алгебраических выражений. Построение графиков функций. Логические задачи.

9 класс

Делимость натуральных чисел, признаки делимости. Квадратный трехчлен и его свойства, решение неравенств. Текстовые задачи на составление уравнений или систем уравнений. Подобие фигур, вычисление площадей. Вероятность и статистика (перебор вариантов).

10 класс

Свойства квадратичной функции, решение неравенств. Окружность, описанные многоугольники. Делимость и остатки. Прогрессии. Вероятность и статистика.

11 класс

Делимость, остатки, четность. Задачи на многочлены (теорема Виета, теорема Безу). Тригонометрические уравнения, неравенства. Стереометрия. Вероятность и статистика.

1. Число задач в тексте олимпиадной работы должно быть от 4 до 7 (при 1–3 заданиях могут возникнуть проблемы с определением победителей и призеров олимпиады, настроиться на решение больше 7 заданий учащимся сложно).

2. Все задачи в тексте работы должны располагаться в порядке возрастания трудности (или сложности).

Сложность — это объективная характеристика задачи, определяемая ее структурой. Сложность задачи зависит от:

- объема информации (числа понятий, суждений и т. п.), необходимого для ее решения;
- числа данных в задаче;
- числа связей между ними;
- количества возможных выводов из условия задачи;
- количества непосредственных выводов, необходимых для решения задачи;
- количества взаимопроникновений при решении задачи;
- длины рассуждений при решении задачи;
- общего числа шагов решения, привлеченных аргументов и т. д.

Рассчитать сложность задачи не очень просто, чаще всего учителя интуитивно распределяют задачи по сложности. Но в тексте олимпиадной работы задания берутся из разных разделов, некоторые из них нестандартные. Поэтому лучше все же применять понятие трудности задания.

Трудность — субъективная характеристика задачи, определяемая взаимоотношениями между задачей и решающим ее учеником.

Трудность задачи зависит от:

- сложности задачи (сложная задача, как правило, является более трудной для учащихся);
- времени, прошедшего после изучения материала, который встречается в тексте задачи (задачи на материал, изученный 1–2 года назад, используемые факты, которые уже забылись, более трудны для учащихся);
- практики в решении подобного рода задач;
- уровня развития ученика (задача, трудная для среднего ученика общеобразовательного класса, может быть легкой для обычного ученика физико-математического класса);
- возраста учащегося (задача, трудная для пятиклассника, может быть легкой для восьмиклассника) и т. д.

3. В числе первых задач должны быть 1–2 задачи, доступные большинству учащихся, т.е. их трудность должна быть примерно 10–30%. Это могут быть обычные задачи продвинутого уровня, аналогичные задачам из контрольных работ, а также и не изучаемые в школе, но которые должно решить большинство участников. Это необходимо, так как в школьной олимпиаде участвуют все желающие. А участник, не решивший ни одной задачи, теряет уверенность в своих силах, а иногда и интерес к математике. Поэтому должны быть 1–2 доступные почти всем задачи. Но и эти задачи могут содержать «изюминку», благодаря которой более сильный ученик решит ее быстрее и рациональнее.

4. В середине текста олимпиады должно быть 2–3 задачи повышенной трудности. Это могут быть задачи продвинутого уровня из контрольных работ, но с измененными условиями. Их должна решить примерно половина участников, т. е. трудность их будет примерно 40–60%. (Ученик, решивший более третьей части всех задач, уже может получить поощрение.)

5. Последними в тексте олимпиады должно быть 1–2 задания более трудных, их должны решить единицы, значит, и трудность их будет уже примерно 80–95%. Это задания уровня районных (городских) олимпиад.

6. Включаемые задания должны быть из разных разделов школьного курса математики, но, как правило, на материал, изученный в данном учебном году и во втором полугодии предыдущего года.

7. В числе заданий текста олимпиады могут быть занимательные задачи, задачи-шутки, софизмы, задачи прикладного характера.

8. Для заинтересованности учащихся в посещении кружков, факультативов желательно включать задания, аналогичные рассмотренным там. Это могут быть логические задачи, задачи на применение принципа Дирихле, инвариантов, графов, задачи на раскраски, уравнения в целых числах и т. п. Такого рода задачи часто называют специальным термином «олимпиадные», хотя, конечно, не только они должны быть в тексте школьной олимпиады.

9. В качестве одной из задач может быть задача, в условии которой фигурирует год проведения олимпиады.

10. В числе задач не должно быть задач с длительными выкладками, задач на использование трудно запоминающихся формул, на использование справочных таблиц.

11. В текстах олимпиад для разных классов могут быть одинаковые задания.

Памятка участнику олимпиады.

1. Прочитайте все задачи и наметьте, в каком порядке вы будете их решать. Помните, последние задачи обычно более сложные.

2. Если для вас задача решилась слишком легко, то, скорее всего, вы не поняли условие или где-то ошиблись.

3. Если задача не решается — попробуйте упростить ее условие (взять меньшие числа, рассмотреть частные случаи и т. д.) или порешать ее «с конца», «от противного», поставить вместо чисел переменные и т. д.

4. Не зацикливайтесь на одной задаче: иногда отрывайтесь от нее и оценивайте положение. Если есть хоть небольшие успехи, то можно продолжать, а если мысль ходит по кругу, то задачу лучше оставить (хотя бы на время).

5. Почувствовав усталость — сразу отдыхайте (посмотрите в окно, закройте глаза, отвлекитесь).

6. Решив задачу, сразу оформите ее решение. Это поможет проверить рассуждения и освободить мысли для других задач.

7. Перед сдачей работы, проверьте еще раз написанное — поймут ли ваши решения задач члены жюри?

Продолжительность школьной олимпиады рекомендуется:

в 5–6 кл. — 1–1,5 ч;

в 7–8 кл. — 1,5–2 ч;

в 9–11 кл. — 2–3 ч.

Оценка работ

1. Подход, применяемый в последние годы чаще всего для городских (районных) олимпиад, при котором все задания оцениваются исходя из 7 баллов.

7 баллов ставится за верное решение;

6 баллов — за верное решение с недочетами;

4–5 баллов — решение в основных чертах верно, но неполно или содержит непринципиальные ошибки;

1–3 балла — решение в целом неверно, но содержит более или менее существенное продвижение в верном направлении;

0 баллов — решение неверно или отсутствует.

Решение считается неполным, если оно:

- содержит основные идеи, но не доведено до конца;
- при верной общей схеме рассуждений содержит пробелы, то есть явно или скрыто опирается на недоказанные утверждения, которые нельзя счесть известными или очевидными.

В настоящее время, на основе последней редакции закона «Об образовании», победы учащихся на олимпиадах международного и всероссийского уровней являются достаточным основанием для зачисления в вуз без экзаменов, а выдающиеся результаты, показанные в мероприятиях системы дополнительного образования — для приема в вуз вне конкурса.

Также участие в олимпиадах по математике, математических кружках и факультативах планируется учитывать и при отборе учащихся в профильные классы.

I. Работа учителя математики на уроке

1. Решение олимпиадных задач, тесно связанных с темой урока

1. Вычислите:

а) $90 + 89 + 88 + \ldots + 1 + 0 - 1 - 2 - \ldots - 90 - 91 - 92 - 93$;

б) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \ldots + 2005 - 2006$.

Обе приведенные задачи являются стандартными, но если выполнять действия по порядку, не применяя законов сложения и вычитания, на это потребуется много времени. А время на олимпиадах очень ценно. Поэтому ученик, нашедший более быстрое решение этих и подобных заданий, сэкономит время на решение других задач. На уроке данные задачи можно предложить при изучении темы «Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел».

2. При изучении темы «Степень с натуральным показателем» можно предложить для решения учащимся следующие типы задач:

а) Сравните: 65^{23} и 255^{17}.

б) На какую цифру оканчивается число 2007^{2010}?

Решение.

а) $65^{23} > 64^{23} = (2^6)^{23} = 2^{138}$. А $255^{17} < 256^{17} = (2^8)^{17} = 2^{136}$. Так как $65^{23} > 2^{138}$, $2^{138} > 2^{136}$, а $2^{136} > 255^{17}$, то $65^{23} > 255^{17}$.

б) Так как последняя цифра числа 2007^{2010} определяется последней цифрой числа 7^{2010}, то найдем значения степеней 7^1, 7^2, 7^3, 7^4, 7^5 и т. д., и заметим закономерность: последней цифрой являются 7, 9, 3, 1, а далее они повторяются. Так как $2010 = 502 \cdot 4 + 2$, то 7^{2010} оканчивается той же цифрой, что и 7^2, то есть цифрой 9. Тогда и число 2007^{2010} оканчивается на цифру 9.

3. При изучении темы «Алгебраические дроби» можно решить следующую задачу: «Вычислите сумму:

$$\frac{1}{1+x+xy}+\frac{1}{1+y+yz}+\frac{1}{1+z+zx},$$

если $xyz = 1$».

Решение. Умножим числитель и знаменатель второй дроби на x, а третьей — на xy. Учитывая, что $xyz = 1$, получим у всех дробей одинаковые знаменатели. Сложим данные три дроби, в итоге получим дробь, у которой числитель и знаменатель равны одному и тому же выражению $1 + x + xy$. А, значит, искомая сумма равна 1.

4. При изучении квадратных уравнений, можно наиболее сильным учащимся класса предложить и такую задачу: «Может ли дискриминант квадратного уравнения с целыми коэффициентами равняться 2006? А 2008?»

Рассмотрим решение данной задачи.

У квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, где $a, b, c \in \mathbb{Z}$ дискриминант $D = b^2 - 4ac$. Так как $D = 2006$, то найдем целые решения уравнения $b^2 - 4ac = 2006$. Так как правая часть уравнения делится на 2, то и левая часть должна делиться на 2, поэтому $b = 2k$, тогда $4k^2 - 4ac = 2006$. Разделив обе части уравнения на 2, получим $2k^2 - 2ac = 1003$. В левой части уравнения получилось четное число, а в правой — число нечетное. Поэтому уравнение решений в целых числах не имеет.

Для числа 2008 имеем $b^2 - 4ac = 2008$, а так как $b = 2k$, то получим: $4k^2 - 4ac = 2008$. Разделив на 4 обе части уравнения, получим: $k^2 - ac = 502$. Данное уравнение имеет решения в целых числах, например: $a = 1, c = 27, k = 23$. Тогда уравнение $x^2 + 46x + 27 = 0$ имеет $D = 2116 - 4 \cdot 1 \cdot 27 = 2008$.

Конечно, можно найти и другие решения.

На этом же занятии можно сказать, что с методами решения уравнений в целых числах подробно можно познакомиться на занятии факультатива или элективного (если, конечно, факультативы или элективные курсы по математике проводятся в данной школе).

5. При изучении арифметической прогрессии можно рассмотреть задачу: «Докажите, что если в бесконечную арифметическую прогрессию с положительной разностью входят числа 25, 43, 70 (не обязательно стоящие рядом), то в эту прогрессию входит и число 2005».

Решение. Так как 25, 43, 70 — члены арифметической прогрессии, то $25 = a_1 + kd$; $43 = a + nd$; $70 = a + md$. Из данных трех равенств следует, что $18 = (n-k)d$, $27 = (m-n)d$. Из данных двух равенств получаем: $9 = (m-2n + k)d$. Так как $2005 = 70 + 1935$, а $1935 = 215 \cdot 9 = 215(m-2n + k)d$, то

$$2005 = 70 + 215(m-2n + k)d = a_1 + md + 215(m-2n + k)d = \\ = a_1 + (216m-430n + 215k)d$$

или $2005 = a_1 + ld$, где $l > 0$.

2. Развитие качеств ума и приемов умственной деятельности

Для развития *гибкости ума* на уроке надо:

- применять решение упражнений, в которых встречаются взаимно обратные операции;
- решать задачи несколькими способами, доказывать теоремы различными методами;
- применять различные переформулировки условия задачи;
- учить переключению с прямого хода мыслей на обратный;
- учить тому, какие знания, умения, навыки и в каком порядке применять в конкретной задаче и т. д.

Рассмотрим примеры задач, способствующих развитию данного качества.

Упражнения на развитие гибкости ума

1. У двух зрячих один брат слепой, но у слепого нет зрячих братьев. Как это может быть? (Из первой фразы как будто следует, что речь в задаче идет о братьях, тогда как на самом деле зрячими оказываются сестры.)

2. Два ученика подошли одновременно к реке. У берега реки стояла лодка (лишь для одного человека). Тем не менее оба сумели переправиться через речку в одной лодке. Каким образом? (Из первой фразы как будто кажется, что ученики подошли к реке на одном берегу, но для решения задачи получается, что они подошли к реке на разных берегах.)

3. Вам дано 5 спичек. Сложите из них 2 равносторонних треугольника. А если спичек будет 6, то, сколько равносторонних треугольников Вы можете изобразить? (Первая задача решается на плоскости, а вторая — на плоскости (тогда получается 2 равносторонних треугольника) или в пространстве (тогда получается 4 равносторонних треугольника).)

Упражнения на развитие глубины ума

1. Известно, что сложению соответствует одно обратное действие — вычитание; аналогично для умножения обратным действием является деление. Почему же действие возведение в степень имеет два себе обратных: извлечение корня и логарифмирование? (Для возведения числа в степень переместительный закон не действует в отличие от сложения и умножения.)

2. Является ли последовательность вида 3, 3, 3, ... арифметической прогрессией? А геометрической?

3. Подчеркните наиболее общее понятие:
медиана, *отрезок*, *хорда*, *средняя линия треугольника*.

4. Выделите основное соотношение в задаче: «Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 660 км. Через 4 часа они встретились. Найдите скорость каждого поезда, если скорость одного на 15 км/ч больше скорости другого».

Упражнения на развитие нескольких качеств ума

1. Вася живет на 5 этаже 12-этажного дома. Он решил покататься на лифте. Сначала он поднялся на 2 этажа, потом опустился на 4 этажа, потом поднялся на 6 этажей, потом опустился на 10 этажей, потом вновь поднялся на 3 этажа. На каком этаже в итоге Вася оказался? (Развитие осознанности и гибкости ума.)

Решение. $5 + 2 - 4 + 6 - 10 + 3 = 2$, но в процессе решения получалось $5 + 2 - 4 + 6 - 10 = -1$. Так как в процессе решения получилось -1, то в задаче есть противоречивые данные. Но, если под «-1 этажом» дома понимать подвал, то все получается. Ведь лифт может опускаться и в подвал иногда!

2. Катеты прямоугольного треугольника равны 3 и 4 см, а высота, проведенная к гипотенузе, равна 2 см. Чему равна гипотенуза треугольника? (Развитие осознанности и глубины ума.)

Решение.

Так как $S_\triangle = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ (см^2). Но $S_\triangle = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot c = c$, поэтому $c = 6$ (см). Но по теореме Пифагора: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 5$ (см). Это задача с противоречивыми данными в условии. Противоречие можно получить и другим способом, найдя длины отрезков, на которые основание высоты разбивает гипотенузу.

Упражнения на развитие приема умственной деятельности анализа

1. Можно ли треугольник разбить двумя прямыми на: а) 5 треугольников; б) 8 треугольников?

2. Можно ли разбить равнобедренный треугольник на: а) 4; б) 5; в) 6; г) 7; д) 2008; е) 2009 равнобедренных треугольников? Если можно, то покажите как?

3. Может ли угол при основании равнобедренного треугольника равняться 100°?

4. Каков вид треугольника, если: а) один из его углов больше суммы двух других углов; б) сумма любых его двух углов больше 90°?

Упражнения на развитие приема умственной деятельности классификации

1. Выделите основные типы задач по изученной теме «Проценты».

2. Постройте различные классификации четырехугольников.

3. Вычеркните одно лишнее слово:
параллелограмм, *ромб*, *трапеция*, *квадрат*, *прямоугольник*.

4. Исключите из 5 данных на рис. 5 геометрических объектов лишний.

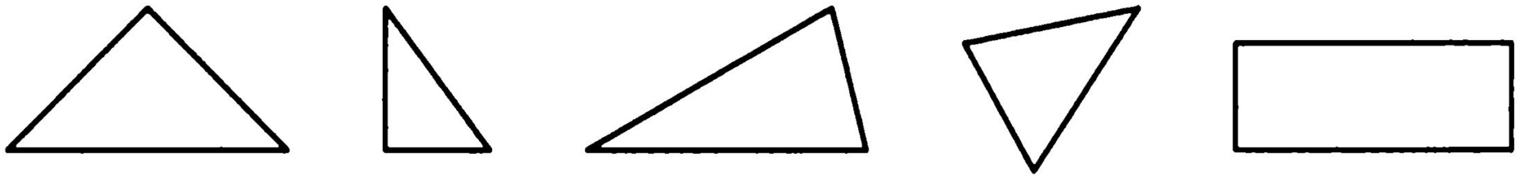


Рис. 5

Упражнения на развитие приема умственной деятельности сравнения

1. Сравните параллелограмм и трапецию.

2. Сравните треугольник и тетраэдр.

3. Что общего у прямоугольника и ромба?

4. В чем отличие равностороннего треугольника от квадрата? А чем они похожи?

Упражнения на развитие приема умственной деятельности абстрагирования

1. Выберите из 5 предложенных математических терминов: *прямые*, *отрезки*, *лучи*, *точка*, *треугольник* два, которые бы наиболее точно определяли понятие *угол*.

2. Выделите существенные признаки понятия «треугольник».

Упражнения на развитие приема умственной деятельности аналогии

1. Решите задачу способом аналогичным только что решенной задаче.

2. Найдите четвертое понятие, которое бы так соотносилось с третьим понятием, как первое со вторым: *угол — вершина угла*; *окружность* — ?

В качестве одного из путей подготовки к олимпиадам необходимо для учащихся в домашние задания включать задачи типа: придумай задачи к такому-то разделу; составь задачу, аналогичную рассмотренной в классе; олимпиадные задачи прошлых лет и т. п. Не будет необычным, если иногда и сильные учащиеся не справятся с домашним заданием.

В качестве домашнего задания на неделю, особенно в 5–6 классах, можно предлагать и *домашние олимпиады*, включая в их тексты преимущественно олимпиадные задачи. Предложенные учащимся задачи учащиеся решают дома, при этом могут пользоваться имеющейся литературой, а в случае затруднений и советоваться с родителями. За решение предложенных задач учащиеся каждую неделю получают отметку, а по итогам четверти подсчитывается средний балл, который учитывается при выставлении четвертной отметки. Для заинтересованности учащихся в решении олимпиадных задач в конце четверти, года лучшие из учащихся поощряются призами, которыми чаще всего являются интересные и полезные книги по математике.

При подготовке ко всем этапам всероссийской олимпиады школьников по математике необходимо пользоваться следующими источниками:

Журналы:

«Квант», «Квантик», «Математика в школе», «Математика для школьников»

Книги и методические пособия:

Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. Математика. Районные олимпиады. 6-11 класс. – М.:Просвещение, 2010.

Агаханов Н.Х., Богданов И.И., Кожевников П.А., Подлипский О.К., Терешин Д.А. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 1. – М.: Просвещение, 2008.

Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 2. – М.: Просвещение, 2009.

Агаханов Н.Х., Подлипский О.К., Рубанов И.С. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 3. – М.: Просвещение, 2011

Агаханов Н.Х., Подлипский О.К., Рубанов И.С. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 4. – М.: Просвещение, 2013.

Адельшин А.В.,Кукина Е.Г.,Латыпов И.А. и др. Математическая олимпиада им. Г. П. Кукина. Омск, 2007-2009. – М.: МЦНМО, 2011.

Андреева А.Н. ,Барабанов А.И., Чернявский И.Я. Саратовские математические олимпиады.1950/51–1994/95. (2-е. исправленное и дополненное). – М.: МЦНМО, 2013.

Бабинская И.Л. Задачи математических олимпиад. М.: Наука, 1975.

Блинков А.Д., Горская Е.С., Гуровиц В.М. (сост.). Московские математические регаты. Часть 1. 1998–2006 – М.: МЦНМО, 2014.

Блинков А.Д. (сост.). Московские математические регаты. Часть 2. 2006– 2013 – М.: МЦНМО, 2014.

Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. – Киров: Аса, 1994.

Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике (3-е изд., стереотип.). – М.: МЦНМО, 2013.

Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник (6-е издание, стереотипное). — М., МЦНМО, 2011.

Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник (6-е издание, стереотипное). — М., МЦНМО, 2011

Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия. 7–9 классы (5-е издание, стереотипное). — М., МЦНМО, 2012.

Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи (8-е, стереотипное). — М., МЦНМО, 2014.

Кноп К.А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам (3-е, стереотипное). — М., МЦНМО, 2014

Козлова Е. Г.. Сказки и подсказки (задачи для математического кружка) (7-е издание, стереотипное).— М., МЦНМО, 2013.

Кордемский Б.А. Математическая смекалка. – М., ГИФМЛ, 1958 — 576 с.

Раскина И. В, Шноль Д. Э. Логические задачи. – М.: МЦНМО, 2014.

Интернет-ресурс: http://www.problems.ru/

Домашние олимпиады

5 класс

Вариант 1

1. Как, используя цифру 5 пять раз, знаки арифметических действий и скобки, выразить все натуральные числа от 0 до 10 включительно?

2. У щенят и цыплят вместе 44 ноги и 17 голов. Сколько щенят и сколько утят?

3. Если школьник купит 11 тетрадей, то у него останется 5 рублей. А на 15 тетрадей у него не хватает 7 рублей. Сколько денег у школьника?

4. Как, имея два сосуда вместимостью 5 л и 7 л, налить из водопроводного крана 6 л?

5. Как разрезать прямоугольник, длина которого 16 см, а ширина 9 см, на две равные части, из которых можно составить квадрат?

6 класс

Вариант 1

1. Поставьте вместо звездочек цифры:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 59{,}27 \\ **{,}45 \\ 78{,}{*}3 \end{array} \\ \hline 182{,}1{*} \end{array}$$

2. В ведре вместимостью 6 л находится 4 л молока, а в 7-литровом — 6 л. Пользуясь этими ведрами и пустой 3-литровой банкой, разделите молоко пополам.

3. Можно ли шахматную доску разрезать на прямоугольники размером 3×1?

4. Разместите восемь козлят и девять гусей в пяти хлевах так, чтобы в каждом хлеве были и козлята и гуси, а число их ног равнялось 10.

5. На столе стоят 3 одинаковых ящика, в одном находятся 2 черных шарика, в другом — 1 черный и 1 белый шарик, в третьем — 2 белых шарика. На ящиках написано: «2 белых», «2 черных», «черный и белый». При этом известно, что ни одна из надписей не соответствует действительности. Как, вынув только 1 шарик, определить правильное расположение надписей?

Олимпиадные задания прошлых лет

Примеры заданий

5 класс

Вариант 1

1. Расшифруйте два ребуса, в которых одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам — разные цифры в обоих примерах. (3 б.)

$$
\begin{array}{r}
+\,\text{АБВ} \\
\text{ВВ} \\
\hline
\text{ААБ}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\,\text{АБВ} \\
\text{ВВ} \\
\hline
\text{АБВ} \\
+\,\text{АБВ}\phantom{\text{В}} \\
\hline
\text{АГАВ}
\end{array}
$$

2. Летели утки: одна впереди и две позади, одна позади и две впереди, одна между двумя и три в ряд. Сколько всего летело уток? (3 б.)

3. Докажите, что из трех целых чисел всегда можно найти два, сумма которых делится на два. (4 б.)

4. Найдите наибольшее целое число, дающее при делении на 13 с остатком частное 17. (5 б.)

5. Определить расстояние AB и расстояние между точками O и M, если M — середина отрезка AB, $OA = a$, $OB = b$. (6 б.)

6. Из числа

$$12345678910111213...5657585960$$

вычеркните 100 цифр так, чтобы оставшееся число стало наибольшим. (8 б.)

Вариант 1

1. $$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 321 \\ 11 \\ \hline 332 \end{array} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 321 \\ 11 \\ \hline \end{array} \\ +\begin{array}{r} 321 \\ 321 \\ \hline 3531 \end{array} \end{array} \qquad \begin{array}{l} А = 3 \\ Б = 2 \\ В = 1 \\ Г = 5 \end{array}$$

2. 3.

3. Из трех чисел как минимум два являются одинаковой четности, значит, их сумма делится на 2.

4. $a = 13 \cdot 17 + 12 = 233$.

5. Точки A и B могут лежать по одну или по разные стороны от точки O. Рассмотрим первый случай: A и B лежат по одну сторону от точки O (см. рис. 42).

1) $a < b$. Тогда $AB = OB - OA = b - a$, $OM = OB - MB =$

$$= b - \frac{1}{2}(b-a) = \frac{1}{2}(a+b).$$

2) $a > b$, тогда A и B меняются местами и $AB = OA - OB =$

$$= a - b,\ OM = OA - MA = a - \frac{1}{2}(a-b) - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}(a+b).$$

3) $a = b$, тогда точки A и B совпадут и $OM = OA = a = b$.

Рассмотрим второй случай: точки A и B лежат по разные стороны от точки O (см. рис. 43).

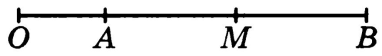


Рис. 42

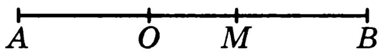


Рис. 43

Рассуждая аналогично, получаем:

$$OM = \frac{1}{2}(b-a),\ \text{если } b > a,$$

$$OM = \frac{1}{2}(a-b),\ \text{если } b < a,$$

$$OM = 0,\ \text{если } b = a.$$

6. Надо вычеркнуть 100 цифр, причем оставить как можно больше цифр «9» впереди. Тогда до первой цифры «9» вычеркнем 8 цифр, до второй — 19, до третьей — 19, до четвертой — 19, до пятой — 19. Таким образом, мы вычеркнем $19 \cdot 4 + 8 = 84$ цифры. Останется вычеркнуть 16 цифр из оставшегося числа 999995051525354555657585960. Вычеркнем теперь 15 цифр, стоящих перед семеркой. Остается число 999997585960. Осталось вычеркнуть одну пятерку. Таким образом, останется число

$$99999785960.$$

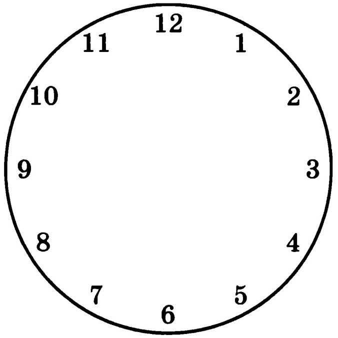


Рис. 13

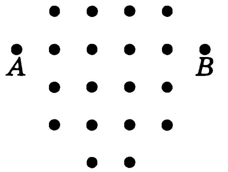


Рис. 14

Вариант 2

1. Вычеркните в числе 4000538 пять цифр так, чтобы оставшееся число стало наибольшим.

2. Для того чтобы разрезать металлическую балку на две части, нужно уплатить за работу 5 рублей. Сколько будет стоить работа, если балку нужно разрезать на 10 частей?

3. Парусник отправляется в плавание в понедельник в полдень. Плавание будет продолжаться 100 часов. Назовите день и час его возвращения в порт.

4. Разбейте циферблат часов ( ) с помощью отрезков на три части таким образом, чтобы сумма чисел в каждой из этих частей была одной и той же.

5. На улице, став в кружок, беседуют четыре девочки: Аня, Валя, Галя, Надя. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Надей. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Валей. Какое платье носит каждая из девочек?

6. Соедините точки A и B (см. рис. 14) линией длиной 19 см так, чтобы она прошла через все точки, изображенные на рисунке (расстояние между двумя соседними точками, расположенными горизонтально или вертикально, равно 1 см).

Вариант 2

1. 58.

2. 45 рублей, так как распилов надо сделать 9.

3. В сутках 24 часа, поэтому $100 \text{ ч} = 4 \cdot 24 \text{ ч} + 4 \text{ ч} = 4 \text{ сут} + 4 \text{ ч}$. Поэтому парусник вернется в пятницу в 16 ч.

4. См. рис. 44.

5. Из второго предложения ясно, что Аня и Валя не в зеленом платье, Надя — не в зеленом и не в голубом. Из третьего предложения следует, что Валя не в розовом и не в белом платье. Тогда Валя будет в голубом платье, а Галя в зеленом. Используя первое предложение, изобразив девочек по кругу, получим, что Галя будет стоять между Валей и Надей. Тогда Аня в белом, а Надя в розовом платье.

О т в е т: Валя, Аня и Надя соответственно в голубом, белом и розовом платьях.

6. См. рис. 45.

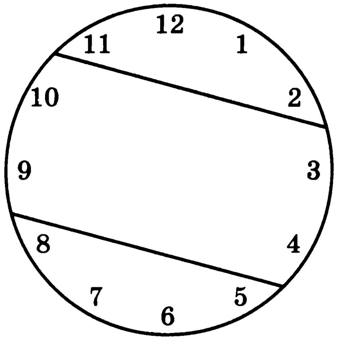


Рис. 44

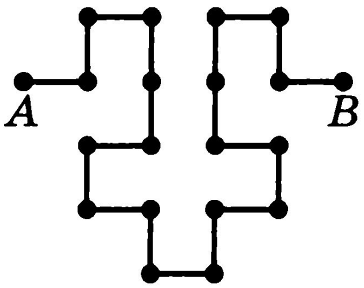


Рис. 45

6 класс

1. Решите уравнение: $0{,}5 \cdot (x+3) = \frac{4}{6} \cdot (11 - x)$.

2. Найдите все дроби со знаменателем 15, которые больше $\frac{8}{9}$ и меньше 1.

3. Переложите одну из семи спичек, изображающих число $\frac{7}{10}$, записанное римскими цифрами (т. е. $\frac{\mathrm{VII}}{\mathrm{X}}$) так, чтобы получившаяся дробь равнялась $\frac{2}{3}$.

4. Возраст старика Хоттабыча записывается числом с различными цифрами. Об этом числе известно следующее:

- если первую и последнюю цифру зачеркнуть, то получится двузначное число, которое при сумме цифр, равной 13, является наибольшим;
- первая цифра больше последней в 4 раза.

Сколько лет старику Хоттабычу?

5. *Древнегреческая задача.*

— Скажи мне, знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?

— Вот сколько, — ответил Пифагор, — половина изучает математику, четверть — природу, седьмая часть проводит время в размышлении и, кроме того, есть еще три женщины.

Сколько всего учеников посещают школу Пифагора?

1. $x = 5$.

2. Числа $\frac{8}{9}$ и 1 представим в виде дробей со знаменателем, кратным 15. Тогда $\frac{8}{9} = \frac{40}{45}$, $1 = \frac{45}{45}$. Между числами $\frac{8}{9}$ и 1 лежат дроби $\frac{41}{45}$, $\frac{42}{45}$, $\frac{43}{45}$, $\frac{44}{45}$. Условию удовлетворяет лишь $\frac{42}{45} = \frac{14}{15}$.

Ответ: $\frac{14}{15}$.

3. $\frac{\mathrm{VI}}{\mathrm{IX}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

4. Так как после зачеркивания получается наибольшее число с суммой цифр 13, то вторая и третья цифры равны 9 и 4. Так как первая цифра больше последней в 4 раза и все цифры различны, то первая цифра будет 8, а последняя 2. В результате получаем число 8942.

Ответ: старику Хоттабычу 8942 года.

5. Решается с помощью уравнения: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3 = x$.

Ответ: 28 учеников.

1. Решите уравнение: $\frac{12,3}{2,324} = \frac{x-4}{46,48}$.

2. Произведение двух взаимно простых чисел равно 3232. Чему равно наименьшее общее кратное этих чисел? Найдите эти числа.

3. Сравните числа x и y, если 13,5% числа x равны 12,5% числа y.

4. Прямоугольник разделен двумя отрезками на четыре прямоугольника, площади трех из которых 2 см^2, 4 см^2, 6 см^2 (рис. 24). Найдите площадь прямоугольника.

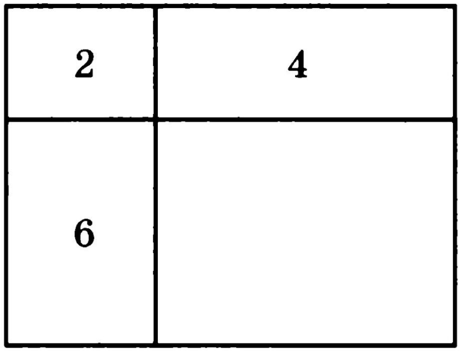


Рис. 24

1. Так как знаменатель второй дроби в 20 раз больше знаменателя первой дроби, то корень уравнения можно найти устно: $x = 12{,}3 \cdot 20 + 4 = 250$.

2. Разложив 3232 на множители, получим:

$$3232 = 32 \cdot 101 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 101.$$

Так как все двойки должны быть в одном числе, то эти числа будут 32 и 101. Так как наименьшее кратное двух взаимно простых чисел будет равно их произведению, то оно будет равно 3232.

3. Из уравнения $13{,}5x = 12{,}5y$ следует, что $x < y$, если x и y — положительные числа; $x = y$, если $x = 0$ и $y = 0$; $x > y$, если x и y — отрицательные числа.

4. Так как верхние прямоугольники имеют общую сторону и площадь правого в 2 раза больше, то и его вторая сторона будет в 2 раза больше. Аналогично и вторая сторона правого нижнего прямоугольника будет больше стороны верхнего левого прямоугольника в 3 раза. А это означает, что площадь нижнего правого четырехугольника будет в 6 раз больше площади левого верхнего прямоугольника, то есть будет равна 12 см^2. Поэтому площадь всего прямоугольника будет равна 24 см^2.