

Обобщающий урок по
теме

**Формулы
сокращенно**

20

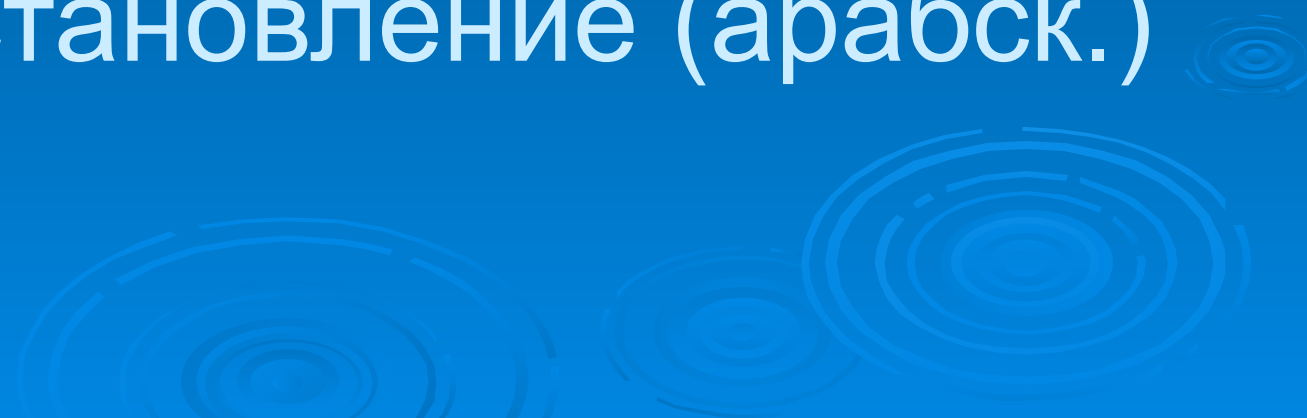
УМНОЖЕНИЯ

Историческая страница

Число – арифмос (греч.)

Геометрия –
гео – земля (греч.), метрео –
меряю (греч.)

Аль джебр –
восстановление (арабск.)

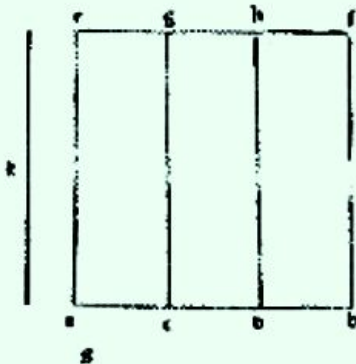


Евклид. «Начала». Издание 1482 г.



Propositio .2.

Si fuerit linea i ptes diuisa illud qd ex ductu totius linee in seipsa fiet equu erit bis q ex ductu cuiuslibet i oes suas ptes. **¶** Sit linea .a. b. diuisa in .a. c. c. e. d. b. dico qd illud qd fit ex ductu totius .a. b. in se qd fit .a. c. b. f. equu est bis que sunt ex ipso tota in utriusq; partem qd palam patet. ductis .c. g. e. d. h. equidistans .a. c. e. b. f. **¶** Altere hancor. k. equu .a. b. c. utq; p partem qd fit ex ductu .k. in totam .a. b. equu est qd fit ex ductu .k. in omnes ptes .a. b. qd ex .k. i .a. b. ta. ut sit quantu ex .a. b. in se. e. ex .k. in omnes ptes .a. b. quantu ex .a. b. in omnes ptes eiusde. patet id qd .a. b. sit equalis ptes e. ex ille proposum.



Propositio .3.

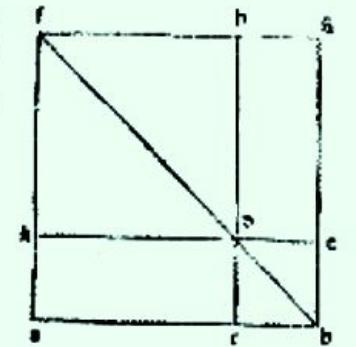
Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd fiet ex ductu totius in alterutra parte equu erit bis q ex ductu eiusde parte in seipsam & alterutra in alteram.



Propositio .4.

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd ex ductu totius i seipsa fit equu e bis q ex ductu utriusq; pte i seipsa & altera i altera bis. Ex hoc manifestu e qd i oi qdrato due suplicies quas diameter secat pmediu sunt ambe quadrate.

¶ Sit linea .a. b. diuisa in .a. c. c. e. b. dico qd quadratum totius .a. b. equu est duobus quadratis quatum lineament. .a. c. e. b. e. utroq; qua qd fit ex ductu unius e. in alteram. describam quadratum alterius partium .a. c. e. b. e. quadrati linee .c. b. an adinquantur p. omne secunda ductu directu linee alterius .a. c. qd factam hoc no. in quadrato uterpro protraham diametru .b. d. e. a puncto .a. educam perpe dicularem sup lineam .a. b. que sit .a. k. qua .a. k. e diameter. .b. d. producam vsq; quo conuertat in puncto .f. e. a puncto .f. producam .f. b. quidistantie linee .a. b. qua .f. b. e. b. e. producam vsq; conuertat i puncto .g. e. produca .c. d. vsq; ad .b. e. c. d. vsq; ad .h. Et quia duo latera .d. e. e. c. b. trian guli .d. e. c. b. sunt equalia; erit p. .s. p. in duo anguli .c. d. b. e. c. b. d. equalia; e qd angulus .c. est rectus erit p. .s. p. in utroq; eoz medietas recti. Eade rone uterq; qd duoru anguloz .c. d. b. e. c. b. d. erit medietas recti. quare p. secunda p. om. .a. p. m. erit unusquisq; quatuor anguloz qui sunt .b. f. d. e. b. d. f. e. k. f. d. e. k. d. f. me dietas recti ergo p. .s. p. in .f. g. e. b. sunt equalia. similiter queq; .f. a. e. a. b. part. rde. .f. b. e. b. d. idq; .f. k. e. k. d. quare utraq; duaru supliciu .a. b. g. f. e. k. d. b. f. est quadrato e q; totale quadratum .a. b. f. g. qd est quadrati linee .a. b. con stat ex duobus quadratis que consistunt circa diametru que sunt quadrata quatum lineament. .a. c. e. b. e. e. ex duobus supplementis quoz unusq; p. d. cu ex .a. c. in .b. e. patet proposum nostru. **¶** Altere sit linea .a. b. ut p. in diuisa in .a. c. e. c. b.



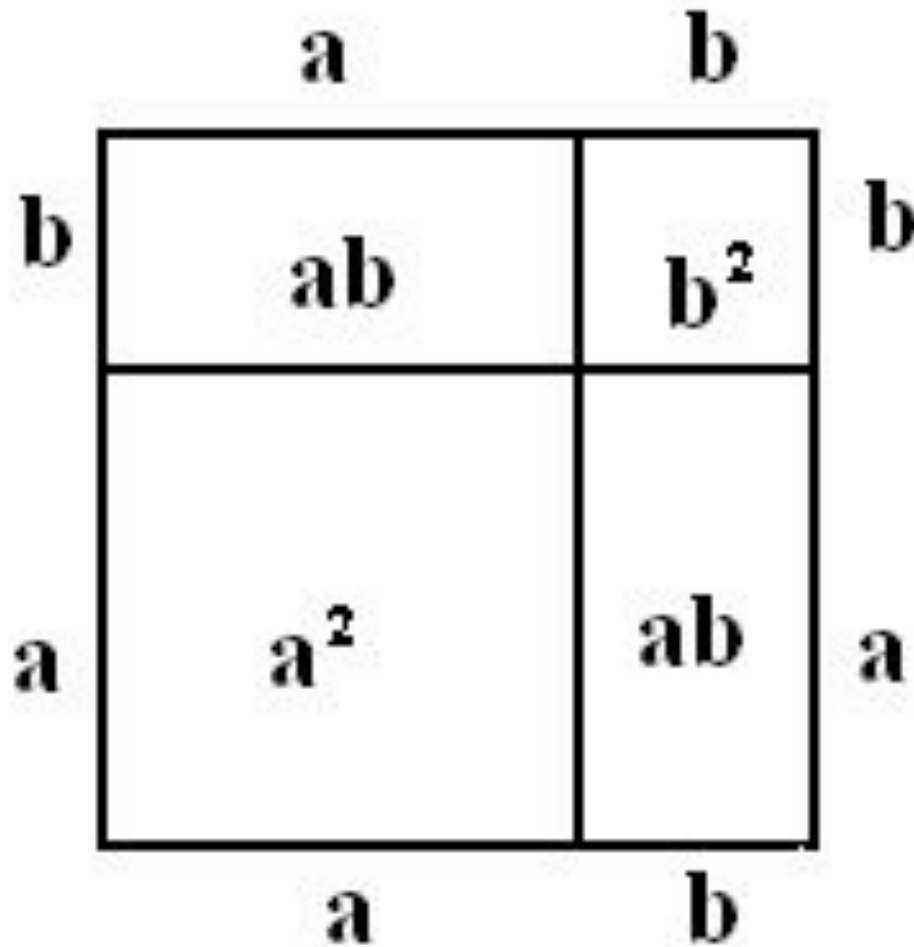
Евклид. «Начала».

«Если отрезок как-либо разбит на два отрезка, то площадь квадрата, построенного на всем отрезке, равна сумме площадей квадратов, построенных на каждом из двух отрезков, и удвоенный площади прямоугольника, сторонами которого служат эти два отрезка.»

Суть этой фразы в формуле

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Изобразить эту формулу
геометрически можно так:



Три способа формулировки математических утверждений:

- 1) **Словесный** – понятный, но длинный, неудобный;
- 2) **Геометрический** – наглядный, но не всегда удобный для вычисления;
- 3) **Символьный** – краткий, легко запоминающийся.

Аль джебр — восстановление
(арабск.)

algebra



Тренировочн ые упражнения

Составьте по описанию алгебраические выражения:

1. Сумма квадратов чисел a и b .
2. Разность между числом m и удвоенной суммой чисел a и b .
3. Квадрат разности чисел b и a .
4. Разность квадратов чисел a и b , умноженная на сумму этих чисел.

**Запишите в виде степени
выражения:**

$$a^2 b^2 c^2; \quad 25a^2 b^2;$$

$$\frac{1}{125} x^3 y^3; \quad \frac{a^2 b^2}{c^2}.$$

Найдите неизвестное x :

1. $(2^4)^x = 2^{12};$

2. $10^x = 10000;$

3. $5^3 \cdot 5^4 = 5^{2+x};$

4. $0,1^x = 0,01.$

Заполните пропуски в формулах:

$$(a + \dots)^2 = \dots + 2ab + \dots ;$$

$$(a \dots b) \dots = a^2 - 2ab + \dots ;$$

$$a^3 - \dots = (a - b)(\dots + ab + \dots);$$

$$a^3 + b^3 = (\dots \dots)(a^2 \dots + b^2);$$

$$a^2 - b^2 = (\dots b)(a - \dots).$$

Расширение знаний по формулам сокращенного умножения

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Геометрическое доказательство

	a	b	c
a	a²	ab	ac
b	ab	b²	bc
c	ac	bc	c²

Найдите квадрат выражения:

а) $(a - x + y)^2$

б) $(a - b - c)^2$

Треугольник Паскаля

Блез Паскаль (1623 – 1662)



Рассмотрим двучлены:

$$(a + b)^0 = 1$$

$$(a + b)^1 = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Составим таблицу из их коэффициентов:

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1



Закон образования коэффициентов

$$1 - 2^0$$

$$1 \ 1 - 2^1$$

$$1 \ 2 \ 1 - 2^2$$

$$1 \ 3 \ 3 \ 1 - 2^3$$

Вариации числа **100**

Рассмотрим комбинации числа 100:

$$100 = 50 + 50;$$

$$100 = 38 + 62;$$

$$100 = 99 + \frac{99}{99};$$

$$100 = 101 - \frac{101}{101};$$

$$100 = (1 + 2 + 3 + 4)^2;$$

$$100 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3.$$

Изменив положение
одной цифры, добейтесь,
чтобы равенство **102 =**
100 было верным.

Примеры вариантов некоторых формул:

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$a^2 = (a - b)(a + b) + b^2$$



Вычисление квадрата числа

$$a^2 = a^2 - b^2 + b^2 = (a - b)(a + b) + b^2,$$

где b – дополнение числа a до круглого числа.

Пример.

Вычислите 986^2

1. Круглое число 1000.

$$a = 986, b = 14, a + b = 1000, a - b = 972.$$

$$2. 986^2 = 972 \cdot 1000 + 14^2 = 972000 + 196 = 972196.$$

Вычислите:

1) 195^2

2) 488^2

Математический софизм



Докажем, что $4 = 5$.

1. Рассмотрим две разности: $16 - 36$ и $25 - 45$.

2. Добавим число $\frac{81}{4}$. Имеем: $16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4}$.

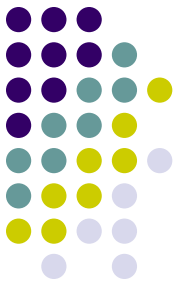
3. Представим эти выражения так:

$$4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2.$$

4. Используем формулу: $\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$.

5. Получаем: $4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}$, $4 = 5$.

Домашнее задание



1. Обратите внимание на пирамиды чисел:

а) $1 \cdot 8 + 1 = 9$, $12 \cdot 8 + 2 = 98$, $123 \cdot 8 + 3 = 987$.

А как дальше?

б) $1^2 = 1$, $11^2 = 121$, $111^2 = ?$

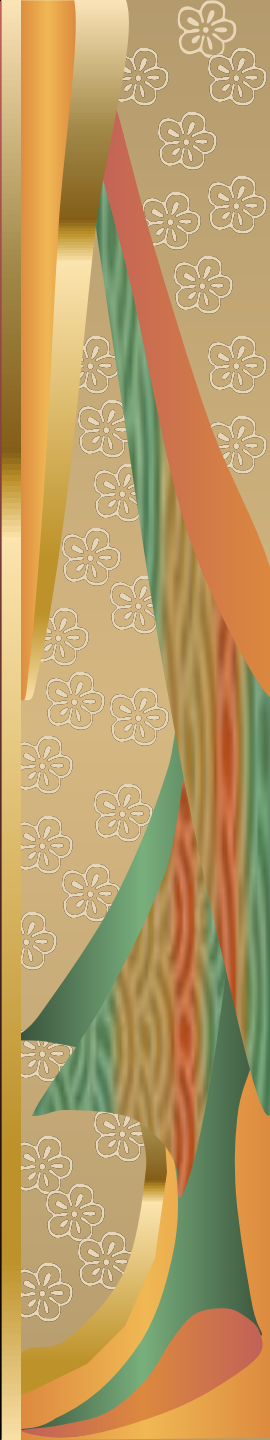
2. Возведите в степень:

а) $(2a - b + c)^2$; б) $(a + b)^4$.

3. Вычислите: а) 976^2 ; б) 295^2 .

...Мне мудрость не чужда была
земная, Разгадки тайн ища, не
ведал сна я. За семьдесят
перевалило мне, Что ж я
узнал! - Что
ничего не знаю.

Омар Хайям



Обобщающий урок по

теме

Формулы

сокращенн

ого

умножения