

Решение задач с помощью дробных рациональных уравнений

Урок №1

A-8

Устная работа

1. Вычислите:

$$1) (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3)$$

$$2) (\sqrt{2} - \sqrt{18})^2$$

$$3) (\sqrt{27} - \sqrt{12}) \cdot \sqrt{3}$$

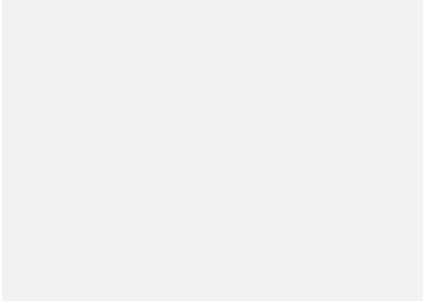
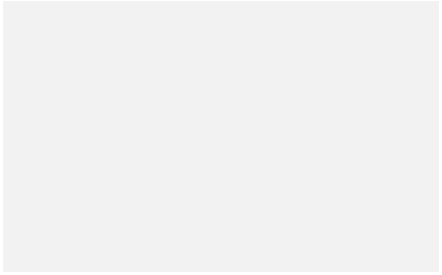
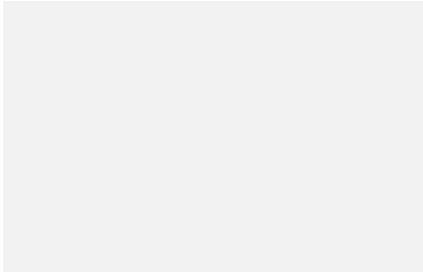
$$4) \frac{\sqrt{(-7)^2}}{14}$$

Устная работа

1. Выразите в часах:

$$\begin{array}{l} 15 \text{ минут} = \frac{1}{4} \text{ ч} \\ 12 \text{ минут} = \frac{1}{5} \text{ ч} \\ 45 \text{ минут} = \frac{3}{4} \text{ ч} \\ 9 \text{ минут} = \frac{3}{20} \text{ ч} \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \text{ ч } 6 \text{ мин} = 1 \frac{1}{10} \text{ ч} \\ 2 \text{ ч } 30 \text{ мин} = 2 \frac{1}{2} \text{ ч} \\ 3 \text{ ч } 40 \text{ мин} = 3 \frac{2}{3} \text{ ч} \end{array}$$

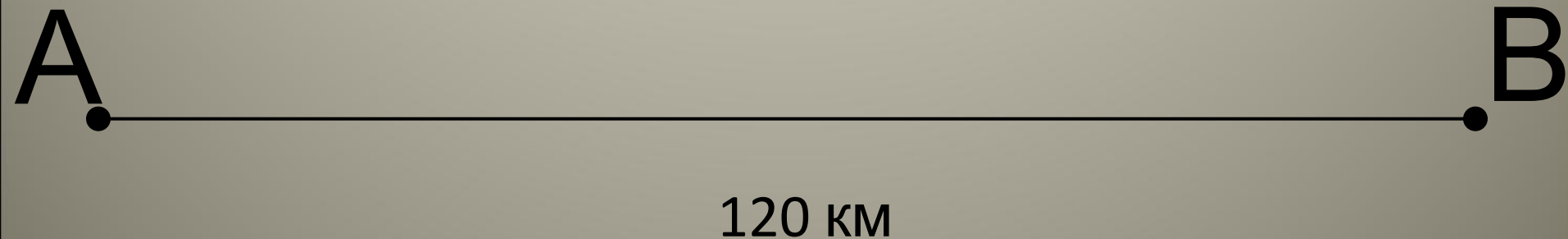
Задачи на движение

<u>Расстояние</u>	<u>Скорость</u>	<u>время</u>
		



Условие

Из города А в город В, расстояние между которыми 120 км, выехали одновременно два велосипедиста. Скорость первого на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому он прибыл в город В на 2 ч раньше. Определите скорость велосипедистов



Решение

Пусть x км/ч – скорость второго велосипедиста

	v , км/ч	t , ч	s , км
1 велосипедист	$x + 3$	$\frac{120}{x + 3}$	120
2 велосипедист	x	$\frac{120}{x}$	120

Зная, что второй велосипедист прибыл в город В раньше на 2 ч, чем первый, составим уравнение:



Решение

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = 2$$

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$$

$$\frac{60(x+3) - 60x - x(x+3)}{x(x+3)} = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 180 = 0, (1) & (1)x^2 + 3x - 180 = 0 \\ x(x+3) \neq 0 & x_1 = \frac{-3-27}{2} = -15; \quad x_2 = \frac{-3+27}{2} = 12 \end{cases}$$

Число -15 противоречит смыслу задачи

Если $x=12$, то $x(x+3) \neq 0$, верно

12 км/ч – скорость второго велосипедиста

15 км/ч – скорость первого велосипедиста

Ответ: 12 км/ч; 15 км/ч.

Расстояние в 400 км скорый поезд прошел на час быстрее товарного. Какова скорость каждого поезда, если скорость товарного поезда на 20 км/ч меньше скорого?

Движение	скорость	время	расстояние
Товарный поезд	x км/ч	$\frac{400}{x}$ ч	400 км
Скорый поезд	$(x+20)$ км/ч	$\frac{400}{x+20}$ ч	400 км

Зная, что скорый поезд прошел на час быстрее товарного, составим уравнение:

$$\frac{400}{x} - \frac{400}{x + 20} = 1$$

Мотоциклист проезжает расстояние 40 км на 1 час 20 мин быстрее велосипедиста. **Найти скорость, мотоциклиста**, если она на 40км/ч больше скорости велосипедиста.

Движение	v , км/ч	t , ч	s , км
велосипедист	x	$\frac{40}{x}$	40
МОТОЦИКЛИСТ	$x + 40$	$\frac{40}{x + 40}$	40

Зная, что мотоциклист проезжает расстояние 40 км на 1 час 20 мин быстрее велосипедиста, составим уравнение:

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x + 40} = 1 \frac{1}{3}$$

Задача №622

	Урожайность, ц/га	Площадь полей, га	Масса урожая, ц
1 год	x	$\frac{192}{x}$	192
2 год	$x + 2$	$\frac{192}{x + 2}$	192

Зная, что в текущем году урожаем собрали с площади на 0,4 га меньшей, чем в прошлом, составим уравнение:

$$\frac{192}{x} - \frac{192}{x + 2} = \frac{2}{5}$$

Решение задач с помощью дробных рациональных уравнений

Урок №2

А-8

Устная работа

1. Выразите в часах:

$$25 \text{ мин.} = \frac{5}{12} \text{ ч} \quad 3 \text{ ч } 10 \text{ мин} = 3 \frac{1}{6} \text{ ч}$$

$$40 \text{ мин.} = \frac{2}{3} \text{ ч} \quad 1 \text{ ч } 45 \text{ мин} = 1 \frac{3}{4} \text{ ч}$$

$$36 \text{ мин.} = \frac{3}{5} \text{ ч} \quad 2 \text{ ч } 15 \text{ мин} = 2 \frac{1}{4} \text{ ч}$$

$$5 \text{ мин.} = \frac{1}{12} \text{ ч}$$

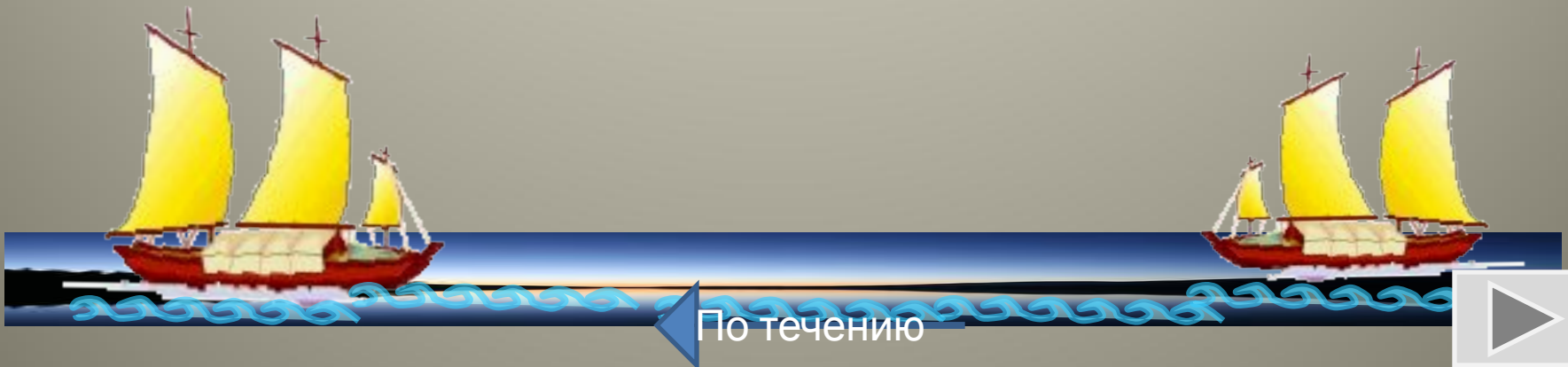
Задачи на движение по течению и против течения реки

Собственная скорость катера V_c

Скорость течения реки V_T

по течению

против течения



Катер отправился в путь в 15 часов, прошел 7 км против течения реки и сделал остановку на 2 часа. После этого он прошел еще 27 км по течению реки и прибыл в пункт назначения в 19 часов. Найти собственную скорость катера, если скорость течения реки 2 км/ч.

Движение	$v, \text{ км / ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
По течению	$x + 2$	$\frac{27}{x + 2}$	27
Против течения	$x - 2$	$\frac{7}{x - 2}$	7
$v_{\text{собст}}$	x		
$v_{\text{течения}}$	2		

Катер отправился в путь в 15 часов, прошел 7 км против течения реки и сделал остановку на 2 часа. После этого он прошел еще 27 км по течению реки и прибыл в пункт назначения в 19 часов. **Найти собственную скорость катера**, если скорость течения реки 2 км/час.

Вычислим время движения катера

Составим уравнение

$$\frac{7}{x-2} + \frac{27}{x+2} = 2$$

Задача

Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Движение	$v, \text{ км / ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
По течению	$x + 1$	$\frac{255}{x + 1}$	255
Против течения	$x - 1$	$\frac{255}{x - 1}$	255
$v_{\text{собст}}$	x		
$v_{\text{течения}}$	1		

Зная, что лодка затратила на обратный путь на 2 часа меньше, составим уравнение:

$$\frac{255}{x-1} - \frac{255}{x+1} = 2$$

Задача

Катер прошел 8 км по течению реки и 16 км против течения, затратив на весь путь 45 минут. Какова скорость движения катера по течению, если собственная скорость катера равна 20 км/ч ?

Движение	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
По течению	$x + 20$	$\frac{8}{x + 20}$	8
Против течения	$x - 20$	$\frac{16}{x - 20}$	16
$v_{\text{собст}}$	20		
$v_{\text{течения}}$	x		

Зная, что катер затратил на весь путь 45 минут=

$= \frac{3}{4} ч$, составим уравнение:

$$\frac{8}{x + 20} + \frac{16}{x - 20} = \frac{3}{4}$$

Решение задач с помощью дробных рациональных уравнений

Урок №3

A-8

Задачи на совместную работу

$$\text{производительность} = \frac{\text{работа}}{\text{время}}$$

Задача

Заказ на 180 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Работа	Производительность	Время	Объём работы
Первый рабочий	$x + 3$	$\frac{180}{x + 3}$	180
Второй рабочий	x	$\frac{180}{x}$	180

Зная, что первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй, составим уравнение:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+3} = 3$$

Ответ : 12 деталей.

Задача №632

При совместной работе двух кранов разгрузку баржи закончили за 6 ч. Сколько времени потребовалось бы каждому крану отдельно, если известно, что первому для этого требуется на 5 ч больше, чем второму?

Работа	Производительность	Время	Объём работы
Первый кран	$\frac{1}{x+5}$	$x+5$	1
Второй кран	$\frac{1}{x}$	x	1
Вместе	$\frac{1}{6}$	6ч	1

Зная, что при совместной работе двух кранов разгрузку баржи закончили за 6 ч, составим уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$$

Ответ : 15ч; 10ч.

Задача

Два секретаря подготовили пакет документов за 12 часов. Сколько времени потребовалось бы первому из них на подготовку этого пакета, если он может выполнить эту работу на 10 часов быстрее второго?

Работа	Производительность	Время	Объём работы
Первый секретарь	$\frac{1}{x}$	x	1
Второй секретарь	$\frac{1}{x + 10}$	$x + 10$	1
секретарь	$\frac{1}{12}$	12	1

Зная, что два секретаря подготовили пакет документов за 12 часов, составим уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12}$$

Ответ : 20ч.

Вариант 1

Через две трубы бассейн наполняется водой за 5 часов.

Сколько потребовалось бы для наполнения бассейна только через первую трубу, если через неё бассейн наполняется на 24 часа быстрее, чем через вторую?

Вариант 2

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая.

Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Решение задач с помощью дробных рациональных уравнений

Урок №4

А-8

Устная работа

Выразите в виде дроби:

$$1\% = 0,01$$

$$35\% = 0,35$$

$$40\% = \frac{2}{5}$$

$$100\% = 1$$

$$300\% = 3$$

$$20\% = 0,2 = \frac{1}{5}$$

$$7,6\% = 0,076$$

$$0,8\% = 0,008$$

Устная работа

Составьте уравнение для решения задачи, приняв за x скорость автобуса (в км/ч).

Из поселка в город выехал автобус. Через 1 час навстречу ему из города в поселок выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. Они встретились на середине дороги, соединяющей поселок и город. Найдите скорость легкового автомобиля, если расстояние от поселка до города 480 км.

$$1) \frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = 1$$

$$3) \frac{480}{x} - \frac{480}{x-20} = 1$$

$$2) 240(x+20) - 240x = x$$

$$4) \frac{240}{x+20} - \frac{240}{x} = 1$$

Задачи на смеси, растворы, сплавы

$$\text{концентрация} = \frac{m_{\text{вещества}}}{m_{\text{раствора}}} \cdot 100\%$$

$$\text{концентрация} = \frac{V_{\text{вещества}}}{V_{\text{раствора}}} \cdot 100\%$$

Задача

В сплаве меди и цинка содержится 20 кг меди.

Когда к сплаву добавили 25 кг меди, её процентное содержание увеличилось на 20%. Найдите первоначальную массу сплава.

	Масса металла, кг		Масса сплава, кг		Концентрация %	
	было	стало	было	стало	было	стало
Медь	20	45	x	$x + 25$	$\frac{20}{x} \cdot 100\%$	$\frac{45}{x + 25} \cdot 100\%$

Зная, что процентное содержание меди в сплаве увеличилось на 20%, составим уравнение:

$$\frac{45}{x + 25} \cdot 100\% - \frac{20}{x} \cdot 100\% = 20\%$$

$$\frac{45}{x + 25} - \frac{20}{x} = \frac{1}{5}$$

Задача №717

Масса двух сплавов меди и олова равна 60 кг. Первый сплав содержит 6 кг меди, а второй - 3,6 кг меди.

Найдите массу каждого сплава, если известно, что содержание меди в первом сплаве на 15% больше, чем во втором.

	Масса меди, кг	Масса сплава, кг	Концентрация %
Первый сплав	6	x	$\frac{6}{x} \cdot 100\%$
Второй сплав	3,6	$60 - x$	$\frac{3,6}{60 - x} \cdot 100\%$
Два сплава вместе		60	

Зная, что содержание меди в первом сплаве на 15% больше, чем во втором, составим уравнение:

$$\frac{6}{x} \cdot 100\% - \frac{3,6}{60 - x} \cdot 100\% = 15\%$$

$$\frac{6}{x} - \frac{3,6}{60 - x} = \frac{3}{20}$$

Ответ : 24кг;36кг.

Задача

В сплаве меди и олова содержится 5 кг олова.

Когда к сплаву добавили 10 кг олова, его процентное содержание увеличилось на 25%. Найдите первоначальную массу сплава, если она больше 15 кг.

	Масса металла, кг		Масса сплава, кг		Концентрация %	
	было	стало	было	стало	было	стало
ОЛОВО	5	15	x	$x + 10$	$\frac{5}{x} \cdot 100\%$	$\frac{15}{x + 10} \cdot 100\%$

Зная, что процентное содержание меди в сплаве увеличилось на 20%, составим уравнение:

$$\frac{15}{x+10} \cdot 100\% - \frac{5}{x} \cdot 100\% = 25\%$$

$$\frac{15}{x+10} - \frac{5}{x} = \frac{1}{4}$$