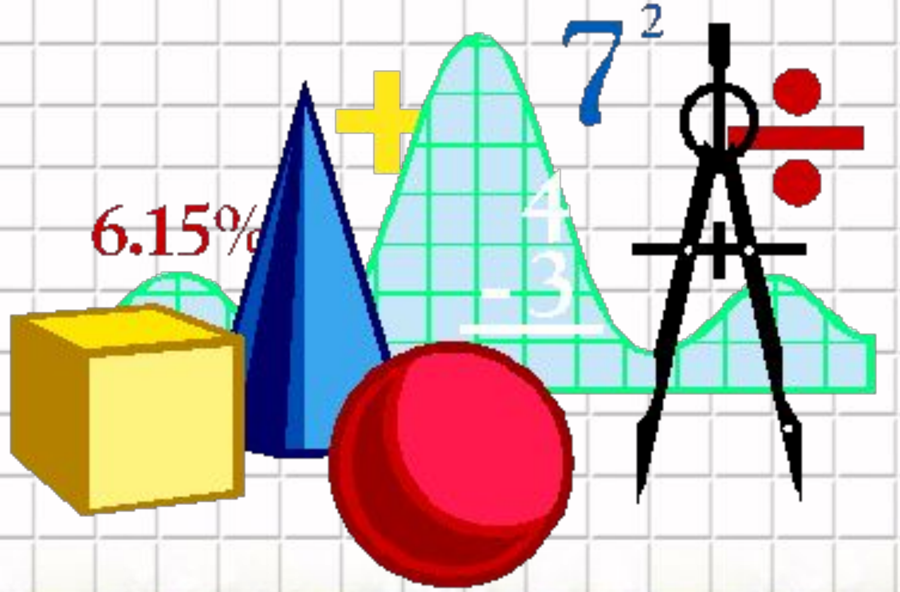
Десять способов решения квадратных уравнений



Составьте квадратные уравнения с заданными коэффициентами

№	*a*	*b*	*c*	Уравнения
1	-2	5	0	$-2x^2 + 5x=0$
2	1	0	16	$x^2 + 16=0$
3	*1*	-6	*9*	$x^2 - 6x + 9 = 0$
4	3	-5	6	$3x^2 - 5x + 6 = 0$
5	1	-4	0	$x^2 - 4 = 0$

<u>1 способ.</u> Разложение левой части уравнения на множители.

Решим уравнение: $x^2+10x-24=0$

2 способ. Метод выделения полного квадрата.

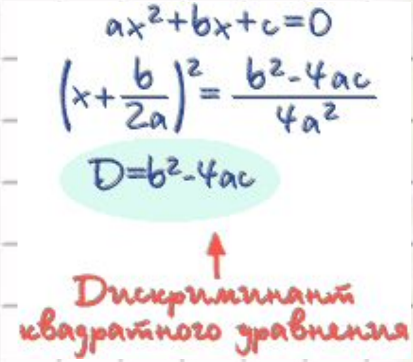
Решим уравнение: $x^2 + 6x - 7 = 0$

3 способ. Решение квадратных уравнений по формуле.

$$ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$$

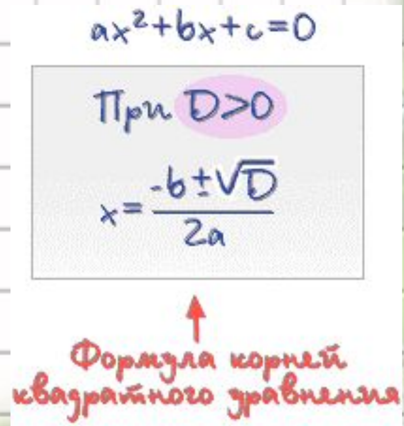
Выражение $D = b^2 - 4ac$ называют ***дискриминантом*** квадратного уравнения.

Корни квадратного уравнения:



Если D>o, $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Если D<o, $x = \dfrac{-b}{2a}$



Если D<o, ***Нет корней***

<u>4 способ.</u> Решение квадратных уравнений с использованием теоремы Виета (прямой и обратной).

если x_1 и x_2 – *корни уравнения* $x^2+px+q=0$

то $x_1+x_2=-p$ $(D \geq 0)$

$x_1 \cdot x_2 = q$

Например: $x^2 + 3x - 10 = 0$

$x_1 \cdot x_2 = -10$, ***значит корни имеют разные знаки***

$x_1 + x_2 = -3$, ***значит больший по модулю корень - отрицательный***

Подбором находим корни: $x_1 = -5$, $x_2 = 2$

Игра "Домино"

Реши устно уравнения:

	$x^2 – 7x + 12 = 0$
$x = 3, x = 4$	$x^2 + 18x + 32 = 0$
$x = - 16, x = -2$	$x^2 – 5x – 14 = 0$
$x = -2, x = 7$	$x^2 + 5x + 6 = 0$
$x = -3, x = -2$	$x^2 – 8x + 12 = 0$
$x = 2, x = 6$	$x^2 + 5x + 4 = 0$
$x = -4, x = -1$	$x^2 – 5x – 6 = 0$
$x = -1, x = 6$	

<u>5 способ.</u> Решение уравнения способом «переброски»

Решим уравнение: $2x^2 - 11x + 15 = 0.$

«Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену

$$y^2 - 11y + 30 = 0.$$

$D>0$, по теореме, обратной теореме Виета,

получаем корни: 5;6,
далее возвращаемся к корням исходного уравнения: 2,5; 3.

Ответ: 2,5; 3.

$$ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$$

$$ax^2+bx+c=0 \quad |\cdot a$$

$$a^2x^2+bax+ac=0$$

Пусть $ax=y$, **откуда** $x = y/a$

$$y^2+by+ac=0$$

Его корни y1 ,y2 находят с помощью теоремы Виета.
Окончательно получаем

$$x_1 = y_1/a$$

$$x_2 = y_2/a$$

При этом коэффициент а умножается на свободный член,
как бы «перебрасывается» к нему,
поэтому его и называют способом «переброски».
Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.

<u>6 способ.</u> Свойства коэффициентов квадратного уравнения

Если в квадратном уравнении $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1$, $x_2 = c / a$

Если в квадратном уравнении $a + c = b$, то $x_1 = - 1$ $x_2 = - c / a$

Например: $137x^2 + 20x - 157 = 0.$

$a = 137,\ b = 20,\ c = -157.$

$a + b + c = 137 + 20 - 157 = 0.$

$x_1 = 1,$ $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-157}{137}$

Ответ $\frac{-157}{137}$

Если в квадратном уравнении $a = c$ и $b = a^2+1$,

то $x_1 = -a = -c$, $x_2 = -1/a = -1/c$

Если в квадратном уравнении $a = c$ и $b = -(a^2+1)$,

то $x_1 = a = c$, $x_2 = 1/a = 1/c$

$3x^2 - 7x + 4 =$

0; $x^2 - 22x - 23 = 0$;

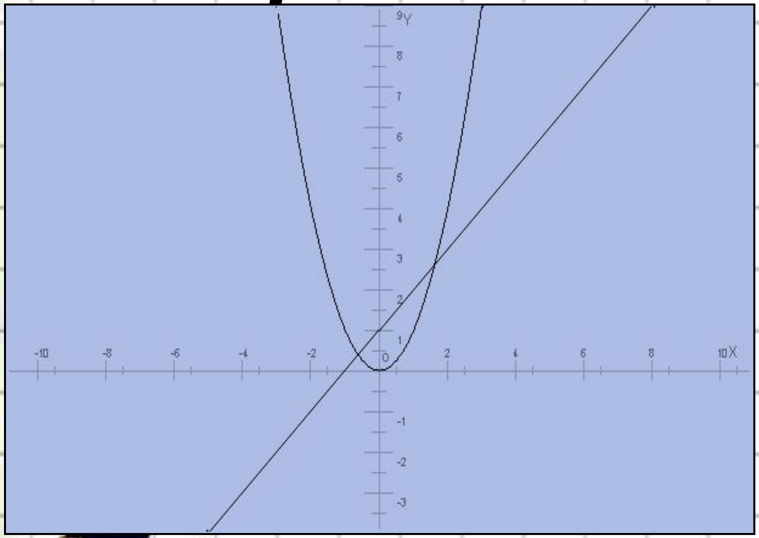
$4x^2 + 17x + 4 = 0$

$4x^2 + 17x + 4 = 0$

<u>7 способ.</u> Графическое решение квадратного уравнения

$x^2 - x - 1 = 0$

$x^2 = x + 1$



Абсциссы точек пересечения графиков и будет корнями уравнения.

Если графики пересекаются в двух точках, то уравнение имеет два корня.

Если графики пересекаются в одной точке, то уравнение имеет один корень.

Если графики не пересекаются, то уравнение корней не имеет.

8 способ. Решение квад
с помощью ном

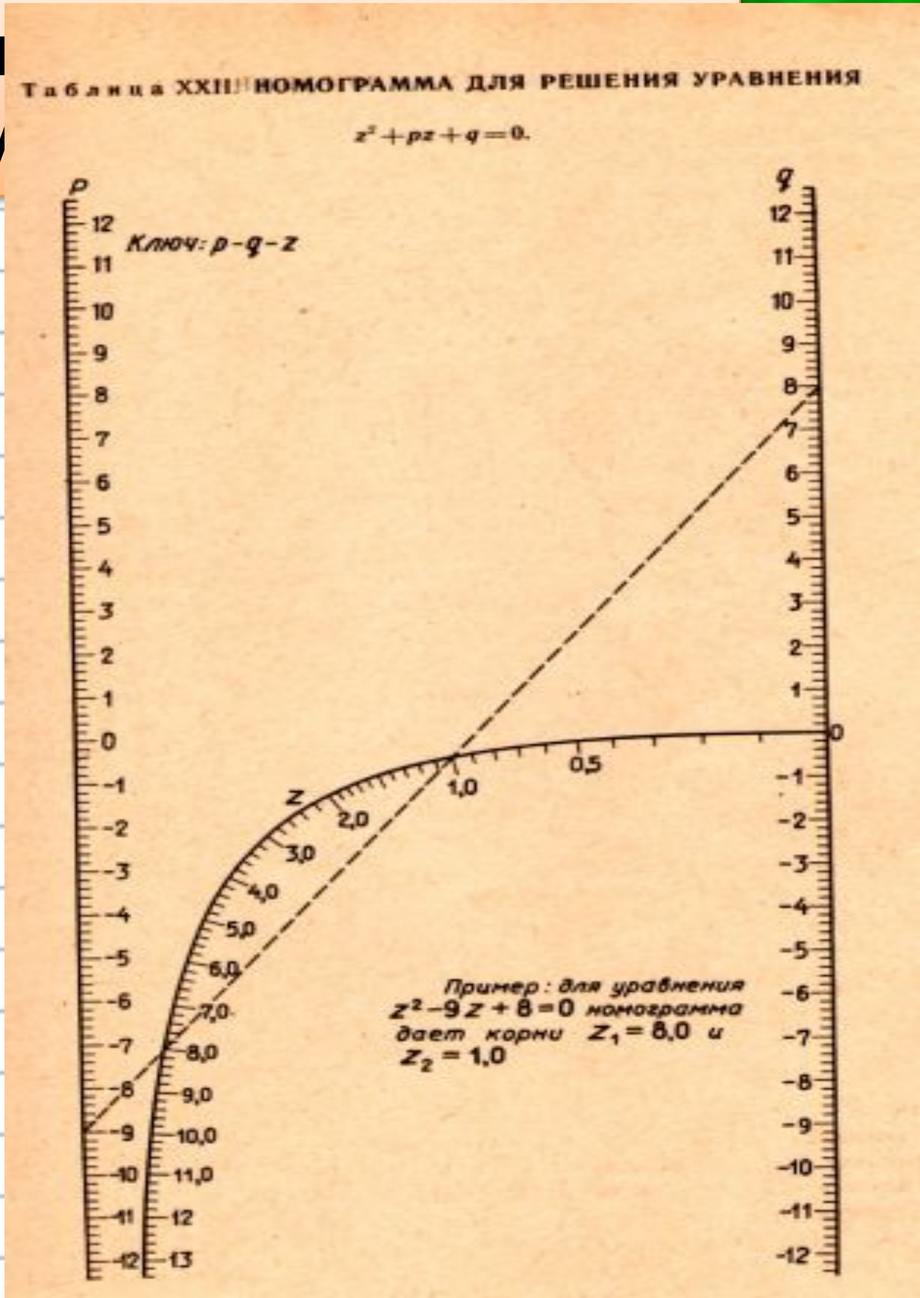


Таблица XXII. Номограмма для решения уравнения $z^2+pz+q=0$

Эта номограмма позволяет, не решая квадратного уравнения, по его коэффициентам определить корни уравнения.

Для уравнения $z^2-9z+8=0$ **номограмма дает корни**

<u>9 способ.</u> Геометрический способ решения квадратных уравнений

В древности, когда геометрия была более развита, чем алгебра, квадратные уравнения решали не алгебраически, а геометрически.
А вот, например, как древние греки решали уравнени $y^2 + 6y - 16 = 0$

$y^2 + 6y = 16$ или $y^2 + 6y + 9 = 16 + 9$

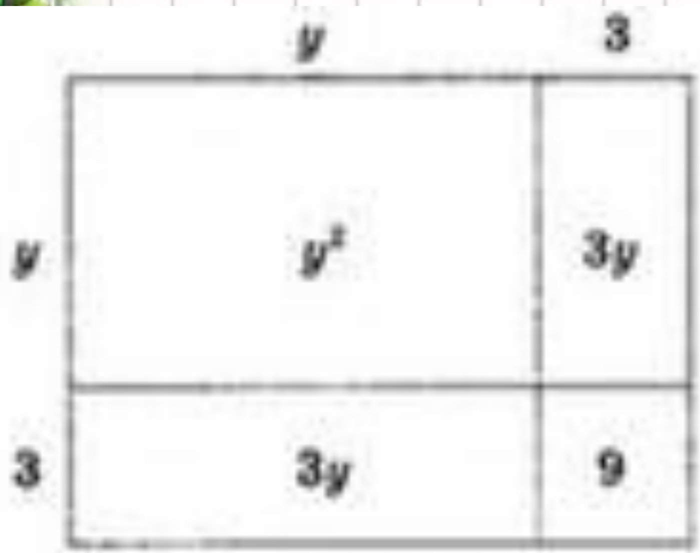


Рис. 16

Выражения $y^2 + 6y + 9$ и $16 + 9$ геометрически предоставляют собой один и тот же квадрат, а исходное

$$y^2 + 6y - 16 + 9 - 9 = 0$$

одно и тоже урав $y + 3 = \pm 5$
Откуда и получаем, что

$$y_1 = 2, y_2 = -8$$

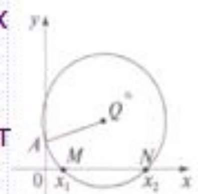
или

10 способ. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) можно рассматривать как абсциссы точек пересечения окружности с центром Q($-\frac{b}{2a}$; $\frac{a+c}{2a}$), проходящей через точку A(0; 1), и оси *Ox*.

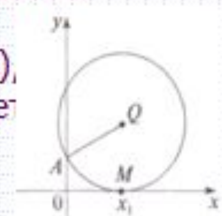
1) если $QA > \frac{a+c}{2a}$, то

окружность пересекает ось Ox в двух точках $M(x_1; 0)$ и $N(x_2; 0)$ уравнение имеет корни x_1; x_2;



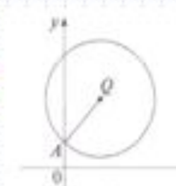
2) если $QA = \frac{a+c}{2a}$, то

окружность касается оси *Ox* в точке $M(x_1; 0)$, уравнение имеет корень x_1.



если $QA < \frac{a+c}{2a}$,

то окружность не имеет общих точек с осью *Ox*, у уравнения нет корней.



Рефлексия.

- ***Что нового вы узнали сегодня на уроке?***
- ***Чему научились?***
- ***Опыт использования каких «старых» знаний вам сегодня пригодился?***
- ***Что вызвало у вас удивление на уроке?***
- ***Какой вид деятельности понравился вам больше всего и почему?***
- **Как вы считаете, какой способ решения квадратных уравнений универсальный?**

Благодарю всех за урок.