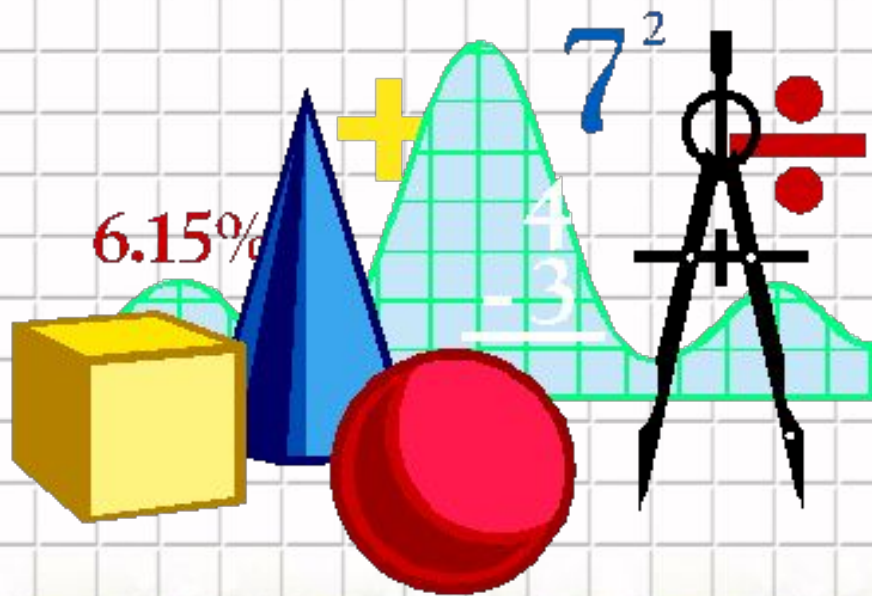


Десять способов решения квадратных уравнений



Составьте квадратные уравнения с заданными коэффициентами

№	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	Уравнения
1	-2	5	0	$-2x^2 + 5x = 0$
2	1	0	16	$x^2 + 16 = 0$
3	1	-6	9	$x^2 - 6x + 9 = 0$
4	3	-5	6	$3x^2 - 5x + 6 = 0$
5	1	-4	0	$x^2 - 4 = 0$



1 способ. Разложение левой части уравнения на множители.

Решим уравнение: $x^2 + 10x - 24 = 0$



2 способ. Метод выделения полного квадрата.

Решим уравнение: $x^2 + 6x - 7 = 0$



3 способ. Решение квадратных уравнений по формуле.

$$ax^2+bx+c=0, a \neq 0$$

Выражение $D = b^2 - 4ac$ называют **дискриминантом** квадратного уравнения.

Корни квадратного уравнения:

Если $D > 0$, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Если $D < 0$, $x = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, **Нет корней**



$$ax^2+bx+c=0$$
$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$$
$$D = b^2 - 4ac$$

↑
Дискриминант
квадратного уравнения

$$ax^2+bx+c=0$$

При $D > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

↑
Формула корней
квадратного уравнения

4 способ. Решение квадратных уравнений с использованием теоремы Виета (прямой и обратной).

ЕСЛИ x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + px + q = 0$
то $x_1 + x_2 = -p$ ($D \geq 0$)

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Например: $x^2 + 3x - 10 = 0$

$x_1 \cdot x_2 = -10$, значит корни имеют
разные знаки

$x_1 + x_2 = -3$, значит больший по модулю
корень - отрицательный

Подбором находим корни: $x_1 = -5, x_2 = 2$



Игра "Домино"

Реши устно уравнения:

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x = 3, x = 4$$

$$x^2 + 18x + 32 = 0$$

$$x = -16, x = -2$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$x = -2, x = 7$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x = -3, x = -2$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x = 2, x = 6$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$x = -4, x = -1$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = -1, x = 6$$



**5 способ. Решение уравнения
способом «переброски»**

Решим уравнение: $2x^2 - 11x + 15 = 0$.

«Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену

$$y^2 - 11y + 30 = 0.$$

$D > 0$, по теореме, обратной теореме Виета,

получаем корни: 5; 6,
далее возвращаемся к корням исходного
уравнения: 2,5; 3.



Ответ: 2,5; 3.

$$ax^2+bx+c=0, a \neq 0$$

$$ax^2+bx+c=0 \quad | \cdot a$$

$$a^2x^2+ba^2x+ac=0$$

Пусть $ax=y$, откуда $x = y/a$

$$y^2+by+ac=0$$

*Его корни y_1, y_2 находят с помощью теоремы Виета.
Окончательно получаем*

$$x_1 = y_1 / a$$

$$x_2 = y_2 / a$$

При этом коэффициент a умножается на свободный член, как бы «переносится» к нему, поэтому его и называют способом «переноски».

Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.



6 способ. Свойства коэффициентов квадратного уравнения

Если в квадратном уравнении $a + b + c = 0$,
то $x_1 = 1$, $x_2 = c/a$

Если в квадратном уравнении $a + c = b$, то
 $x_1 = -1$, $x_2 = -c/a$

Например: $137x^2 + 20x - 157 = 0$.
 $a = 137, b = 20, c = -157$.
 $a + b + c = 137 + 20 - 157 = 0$.

Ответ $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-157}{137}$



Если в квадратном уравнении $a = c$ и $b = a^2 + 1$,
то $x_1 = -a = -c$, $x_2 = -1/a = -1/c$

Если в квадратном уравнении $a = c$ и $b = -(a^2 + 1)$,
то $x_1 = a = c$, $x_2 = 1/a = 1/c$

$$3x^2 - 7x + 4 =$$

$$0; x^2 - 22x - 23 = 0;$$

$$4x^2 + 17x + 4 = 0$$

$$4x^2 + 17x + 4 = 0$$



7 способ. Графическое решение квадратного уравнения

$$x^2 - x - 1 =$$

$$0$$

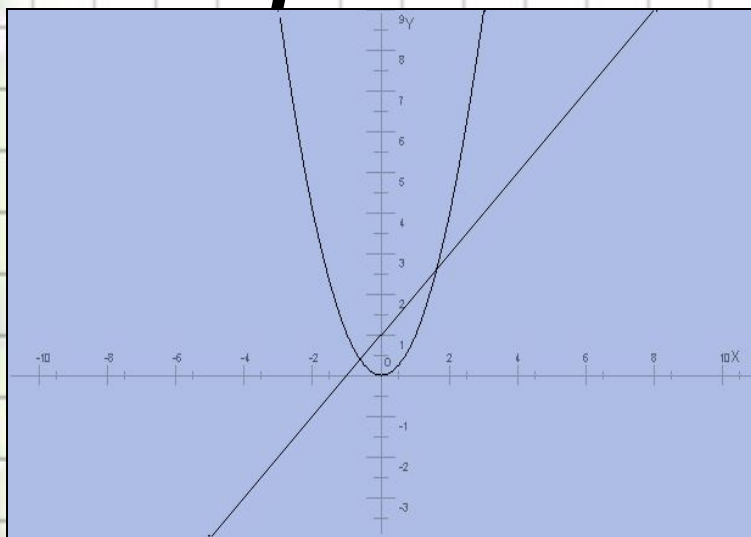
1

Абсциссы точек пересечения графиков и будут корнями уравнения.

Если графики пересекаются в двух точках, то уравнение имеет два корня.

Если графики пересекаются в одной точке, то уравнение имеет один корень.

Если графики не пересекаются, то уравнение корней не имеет.



8 способ. Решение квадратного уравнения с помощью номограммы

Таблица XXII. Номограмма для решения уравнения $z^2 + pz + q = 0$

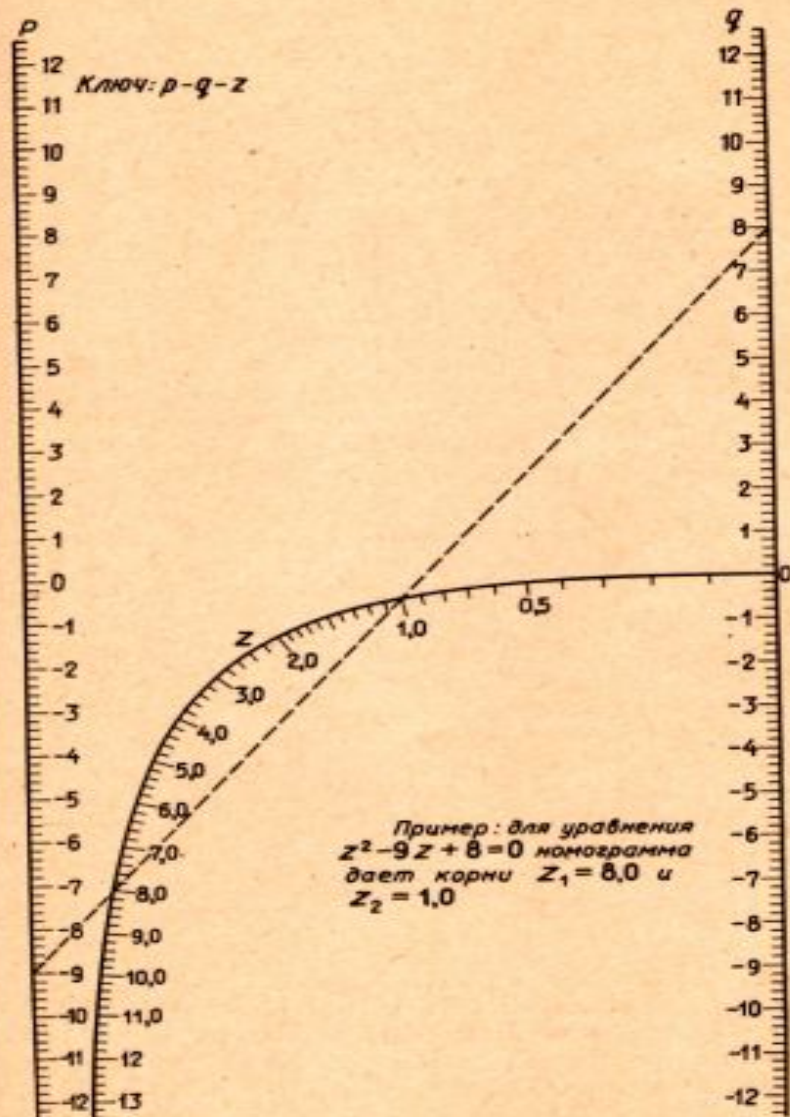
Эта номограмма позволяет, не решая квадратного уравнения, по его коэффициентам определить корни уравнения.

Для уравнения $z^2 - 9z + 8 = 0$ номограмма дает корни



Таблица XXII. НОМОГРАММА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ

$$z^2 + pz + q = 0.$$



9 способ. Геометрический способ решения квадратных уравнений

В древности, когда геометрия была более развита, чем алгебра, квадратные уравнения решали не алгебраически, а геометрически.

А вот, например, как древние греки решали уравнение $y^2 + 6y - 16 = 0$

$$y^2 + 6y = 16 \text{ или } y^2 + 6y + 9 = 16 + 9$$

Выражения $y^2 + 6y + 9$ и $16 + 9$ геометрически представляют собой один и тот же квадрат, а исходное

$$y^2 + 6y - 16 + 9 - 9 = 0$$

$$\text{одно и тоже уравнение } y + 3 = \pm 5$$

Откуда и получаем, что

$$y_1 = 2, y_2 = -8$$

или

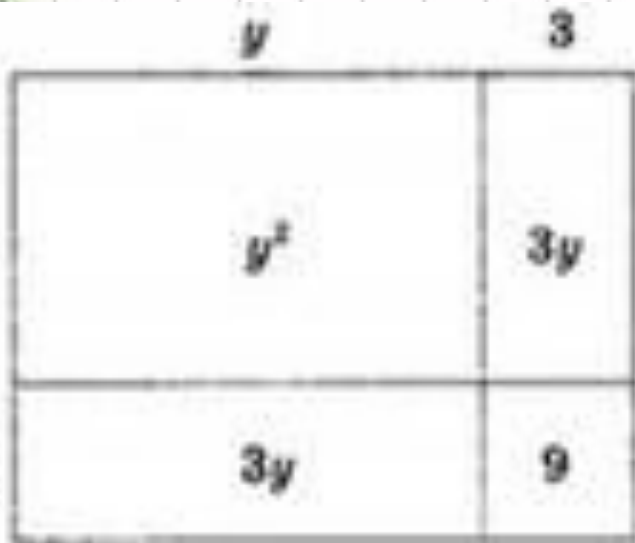


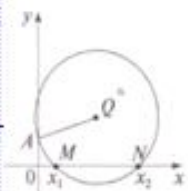
Рис. 16

10 способ. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) можно рассматривать как абсциссы точек пересечения окружности с центром $Q\left(\frac{b}{2a}; \frac{a+c}{2a}\right)$, проходящей через точку $A(0; 1)$, и оси Ox .

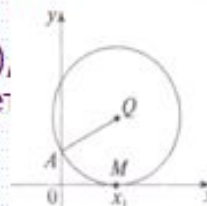
1) если $QA > \frac{a+c}{2a}$, то

окружность пересекает ось Ox в двух точках $M(x_1; 0)$ и $N(x_2; 0)$ уравнение имеет корни $x_1; x_2$;



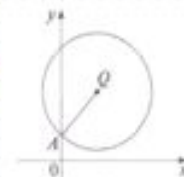
2) если $QA = \frac{a+c}{2a}$, то

окружность касается оси Ox в точке $M(x_1; 0)$, уравнение имеет корень x_1 .



если $QA < \frac{a+c}{2a}$,

то окружность не имеет общих точек с осью Ox , уравнения нет корней.



Рефлексия.

- **Что нового вы узнали сегодня на уроке?**
- **Чему научились?**
- **Опыт использования каких «старых» знаний вам сегодня пригодился?**
- **Что вызвало у вас удивление на уроке?**
- **Какой вид деятельности понравился вам больше всего и почему?**
- **Как вы считаете, какой способ решения квадратных уравнений универсальный?**





Благодарю
всех за урок.

Спасибо