

# «Задачи на нахождение угла между прямыми, угла между прямой и плоскостью»

*ГЕОМЕТРИЯ - ЭТО ИСКУССТВО ПРАВИЛЬНО  
РАССУЖДАТЬ НА НЕПРАВИЛЬНЫХ ЧЕРТЕЖАХ*

**Дьёрдь Пои**

Презентацию подготовила  
Агаджанова И.Н. учитель МБОУ СОШ № 15  
Тбилисского района Краснодарского края

# Устно

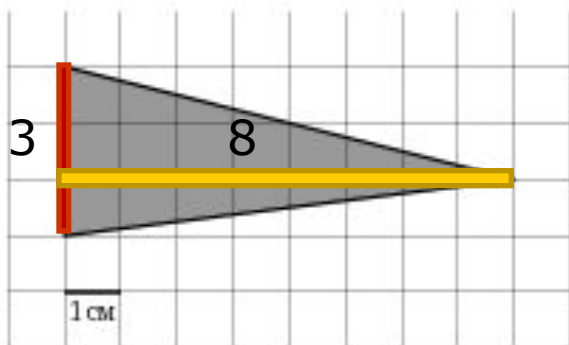
## Прототип задания В3 (№ 27545)



Аналогичные задания, все задания В3, все прототипы В3

Использование: ЕГЭ-2010 ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

# Устно

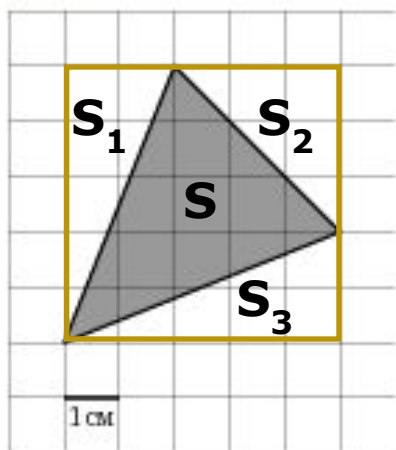
## Прототип задания В3 (№ 27548)



Аналогичные задания, все задания В3, все прототипы В3

Использование: ЕГЭ-2010 ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

# Устно

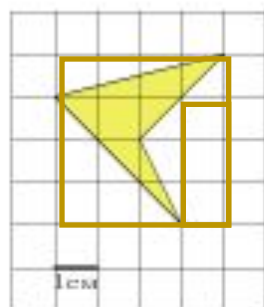
## Прототип задания В3 (№ 245007)



Аналогичные задания, все задания В3, все прототипы В3

Использование: ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



$$S = \frac{1}{2} a h a$$

# Устно

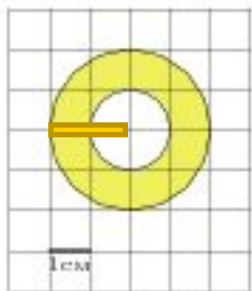
## Прототип задания В3 (№ 245008)



Аналогичные задания, все задания В3, все прототипы В3

Использование: ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите (в  $\text{см}^2$ ) площадь  $S$  фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

## Прототип задания В9 (№ 245370)



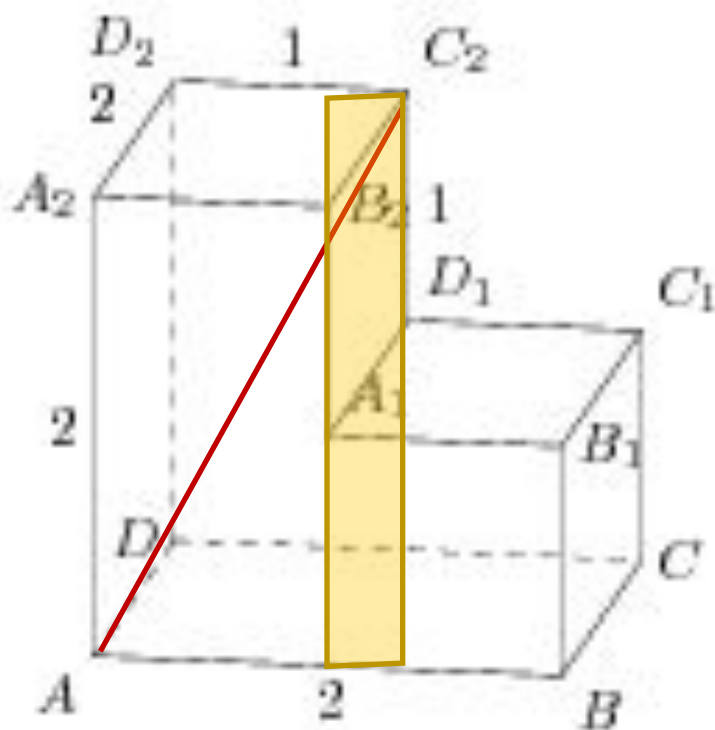
Элементы содержания: 5.5.3

Умения: 4.2

Аналогичные задания, все задания В9, все прототипы В9

Использование: ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $C_2$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



$$\begin{aligned}d^2 &= 2^2 + 2^2 + 1^2 \\ &= 4 + 4 + 1 = 9 \\ d &= 3\end{aligned}$$

# Прототип задания В9 (№ 245372)



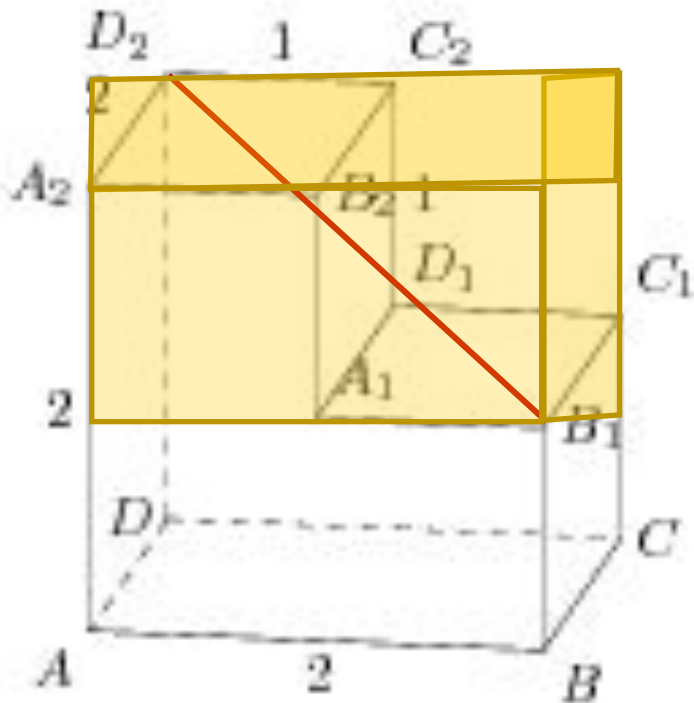
Элементы содержания: 5.5.3

Умения: 4.2

Аналогичные задания, все задания В9, все прототипы В9

Использование: ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите расстояние между вершинами  $B_1$  и  $D_2$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



$$\begin{aligned}d^2 &= 2^2 + 2^2 + 1^2 \\ &= 4 + 4 + 1 = 9 \\ d &= 3\end{aligned}$$

# Устно

---

- Что называют скалярным произведением двух векторов? Дайте два определения.
- Напишите формулу по которой находят угол между двумя векторами.
- Как находят угол между двумя прямыми?
- Как находят угол между прямой и плоскостью?

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

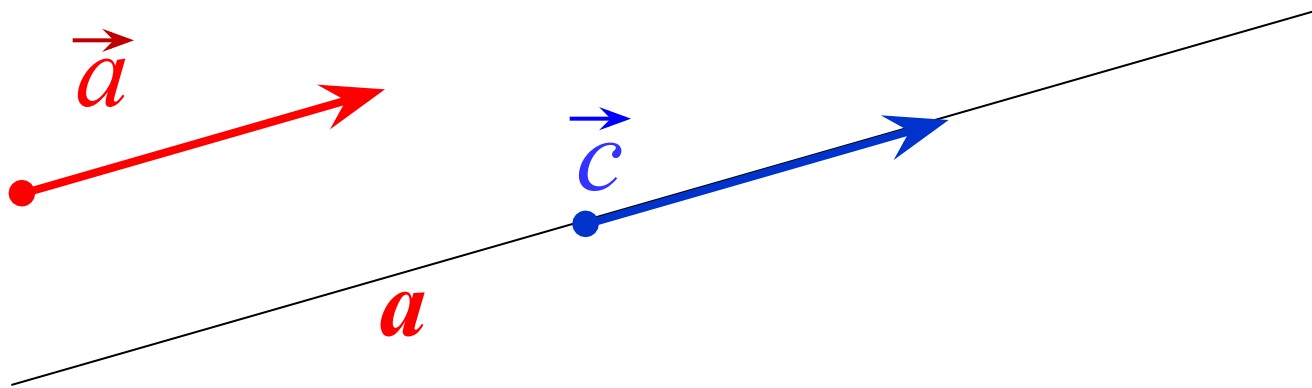
$$\sin \phi = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$



Применение скалярного произведения для вычисления угла между прямыми, угла между прямой и плоскостью.

---

Ненулевой вектор называется **направляющим вектором прямой  $a$** , если он лежит либо на прямой  $a$ , либо на прямой, параллельной  $a$ .

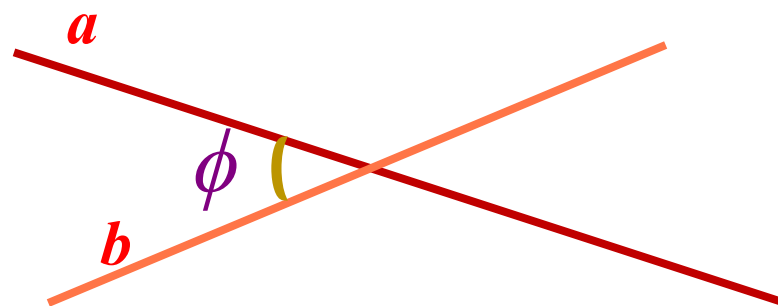


## Применение скалярного произведения для вычисления угла между прямыми.

---

Алгоритм нахождения угла между прямыми

1. Координаты направляющего вектора для прямой  $a$ .
2. Координаты направляющего вектора для прямой  $b$ .
3. Вычислить  $\cos \phi$
4.  $\phi$

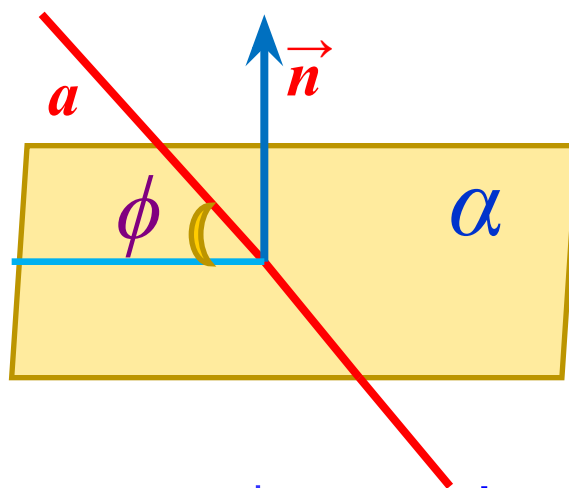


$$\cos \phi = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

## Применение скалярного произведения для вычисления угла между прямой и плоскостью.

---

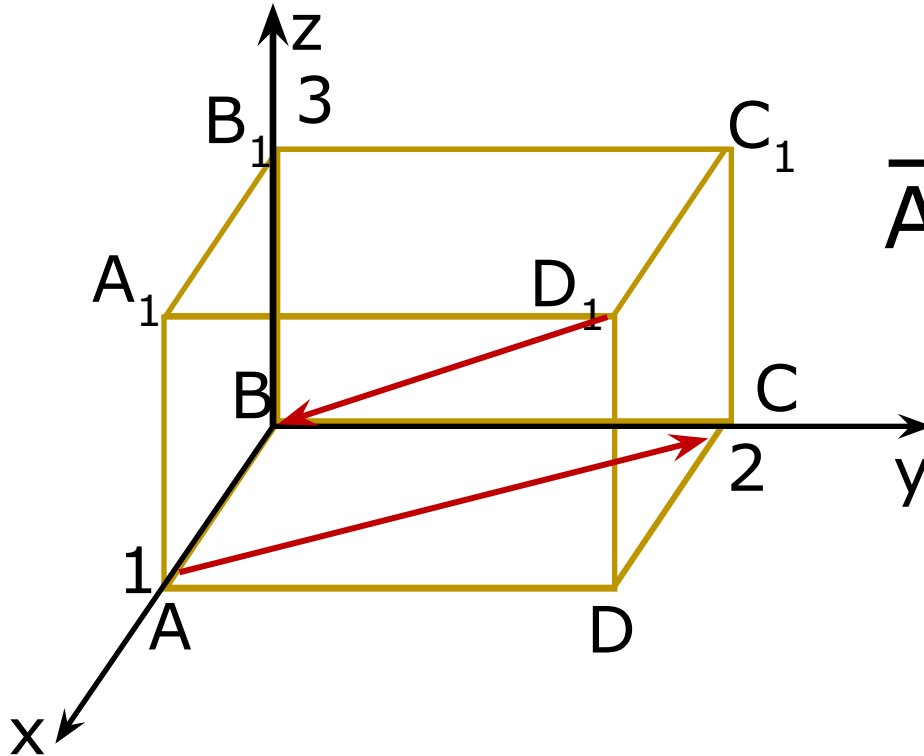
1. Направляющий вектор для прямой  $a$ .
2. Вектор  $\vec{n}$ , перпендикулярный к плоскости  $\alpha$ .
3. Вычислить  $\sin \phi$
4.  $\phi$



$$\sin \phi = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

## Решим задания по учебнику № 468 а (стр. 120)

- 468 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AB = 1$ ,  $BC = 2$ ,  $BB_1 = 3$ . Вычислите косинус угла между прямыми: а)  $AC$  и  $D_1 B$ ; б)  $AB_1$  и  $BC_1$ ; в)  $A_1 D$  и  $AC_1$ .



$$A(1;0;0), C(0;2;0), \\ D_1(1;2;3), B(0;0;0),$$

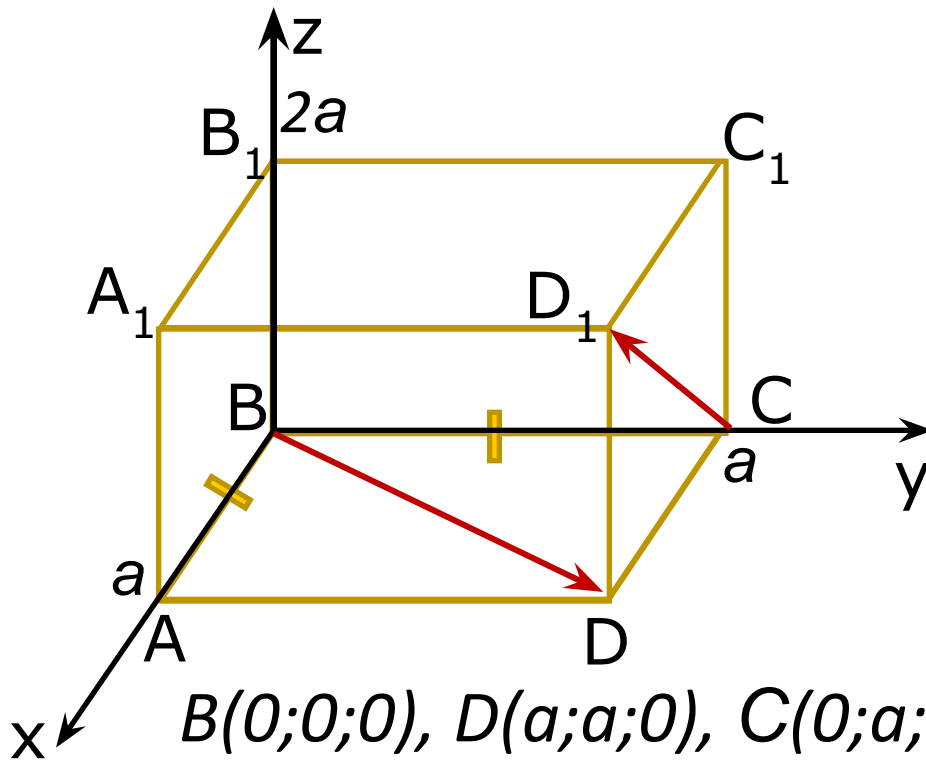
$$\vec{AC}\{-1;2;0\} \quad \vec{D_1B}\{-1;-2;-3\}$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

# Решим задания по учебнику № 467 а (стр. 120)

- 467 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ,  $AB = BC = \frac{1}{2} AA_1$ .  
 Найдите угол между прямыми: а)  $BD$  и  $CD_1$ ; б)  $AC$  и  $AC_1$ .



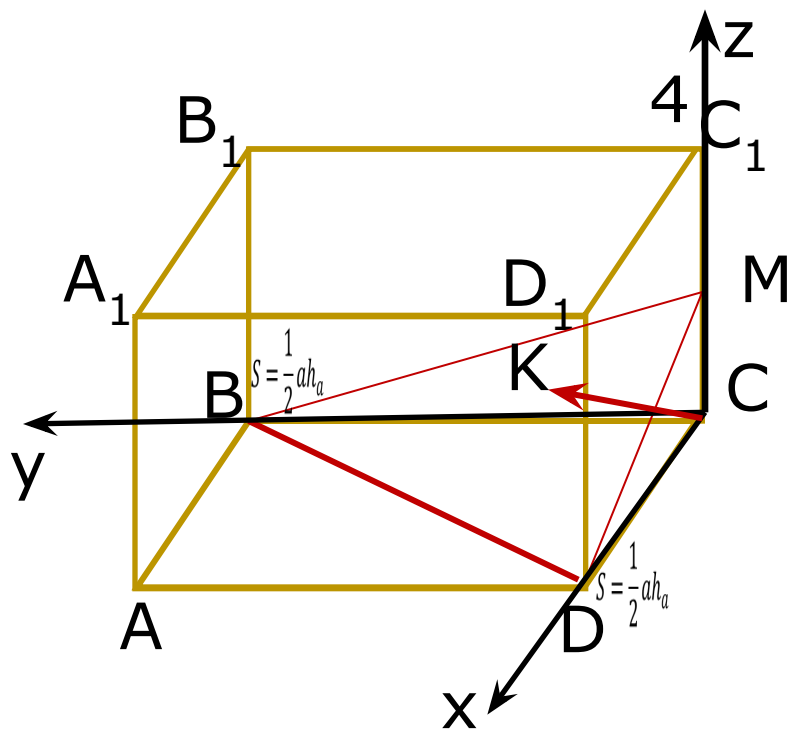
$$B(0;0;0), D(a;a;0), C(0;a;0), D_1(a;a;2a)$$

$$\overrightarrow{BD}\{a;a;0\} \quad \overrightarrow{CD_1}\{a;0;2a\}$$

$\overrightarrow{BD}$  направляющий вектор прямой  $BD$   
 $\overrightarrow{CD_1}$  направляющий вектор прямой  $CD_1$

$$s = \frac{1}{2} a h_a$$

C1. В основании прямоугольного параллелепипеда лежит квадрат  $ABCD$  площади 8. Через диагональ  $BD$  основания и середину  $M$  ребра  $CC_1$ , длина которого равна 4, проведена плоскость. Найдите угол (в градусах) между этой плоскостью и ребром  $BC$ .



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

# Домашнее задание:

**№ 468 б, 467 б. На «4-5» № 469а**

✓ **Оцените степень вашего усвоения материала:**

2. усвоил полностью, могу применять;
3. усвоил полностью, но затрудняюсь применять;
4. усвоил частично;
5. не усвоил, нужна консультация.

**1) ВЗ** - количество верных ответов

**2) В9** - количество верных ответов

**3) № 468 а**

**4) № 467 а**

**5) С2 из краевой**

✓ **Оцените степень сложности урока:**

вам было на уроке:

2. легко;
3. обычно;
4. трудно.

# Использованные источники

---

Прототип задания В3

<http://mathege.ru/or/ege/ShowProblems.html?posMask=4&showProto=true>

Прототип задания В9

<http://mathege.ru/or/ege/ShowProblems?offset=11&posMask=256&showProto=true>

Учебник «Геометрия 10-11». Авторы Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Л.С. Киселева, Э.Г. Позняк. Москва «Просвещение» 2009.

С1 Вариант № 4, Декабрь 2011 МАТЕМАТИКА, 11 класс (Краевые контрольные работы).