ЕГЭ. Методы вычисления площадей фигур

Терентьева М.А.

«Геометрия является самым могущественным средством для изощрения умственных способностей и дает нам возможность правильно мыслить и рассуждать».

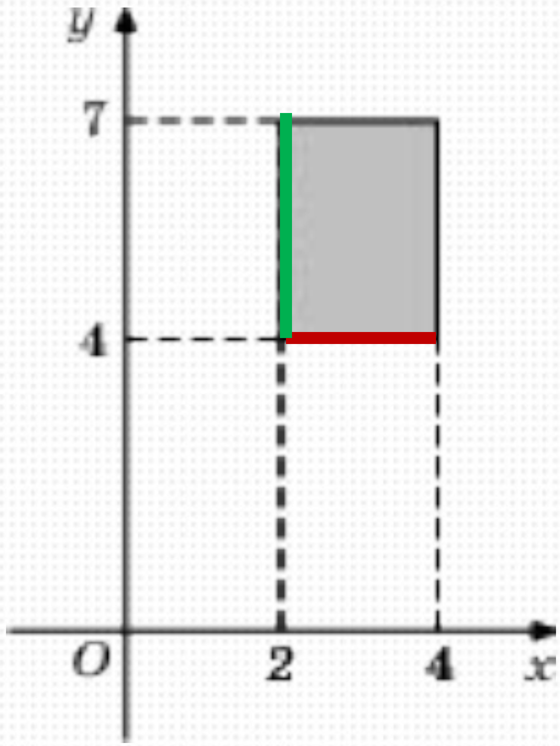
Галилео Галилей.

- «Глядя на мир, нельзя не удивляться»
- Козьма Прутков

Площадь прямоугольника

- **S=a·b**

$$S = 2 \cdot 3 = 6$$



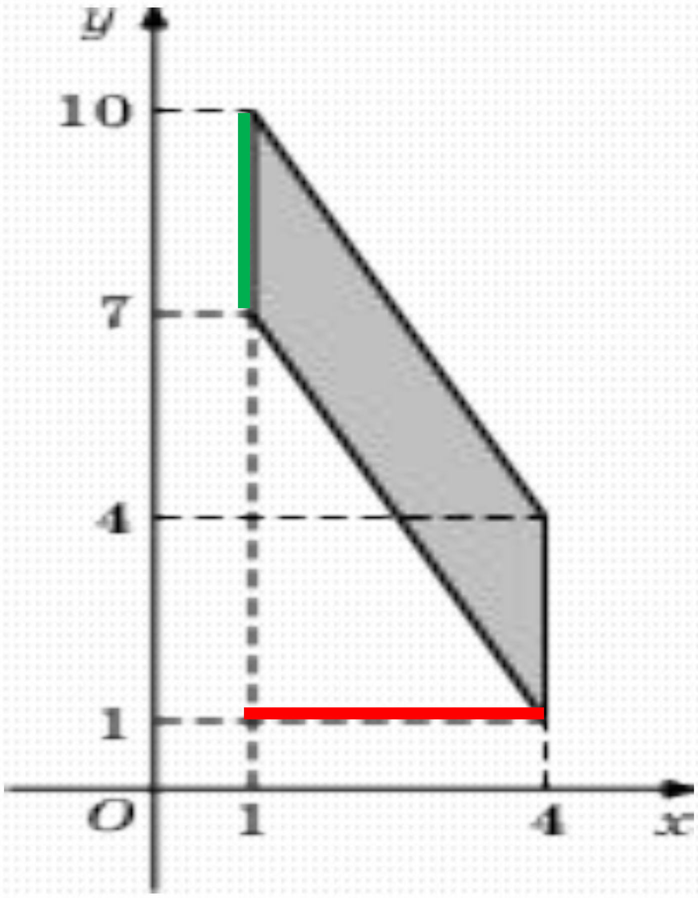
Ответ: **6**

Площадь параллелограмма

- **S=a·h**

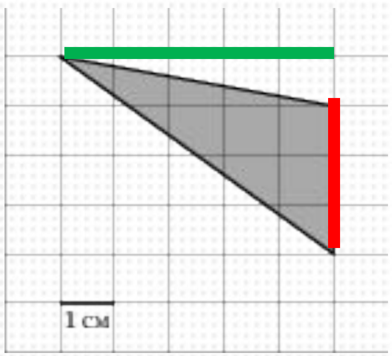
$$S = 3 \cdot 3 = 9$$

Ответ: **9**



Площадь треугольника

S=a·h/2

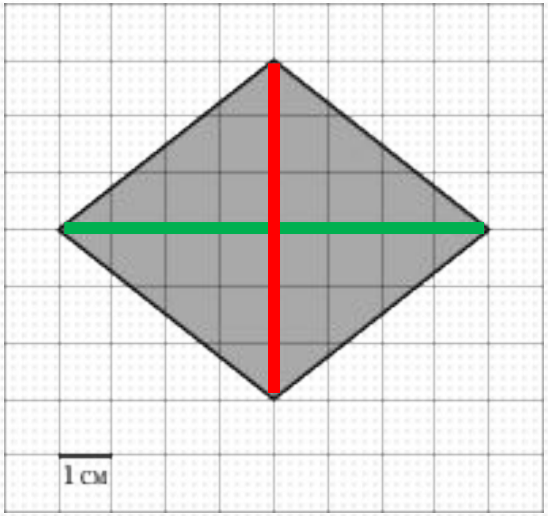


$$S = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$

$$S = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7{,}5$$

Площадь ромба

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

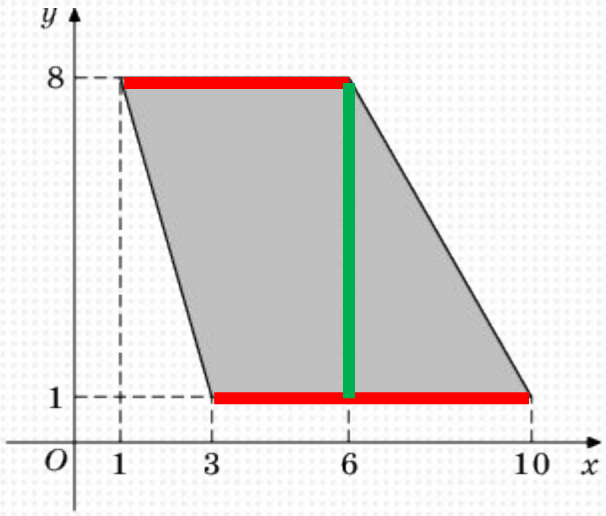


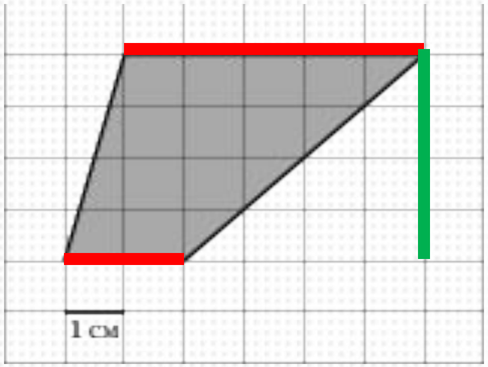
$$S = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

Ответ: **24**

Площадь трапеции

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



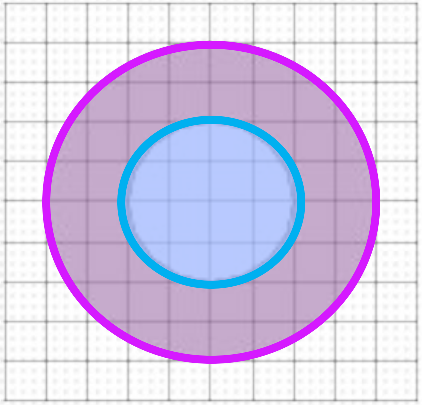


$$S = \frac{5+7}{2} \cdot 7 = 18$$

$$S = \frac{2+5}{2} \cdot 4 = 14$$

Площадь кольца

Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{15}{\sqrt{\pi}}, \frac{11}{\sqrt{\pi}}$.



$$S = \pi R^2$$

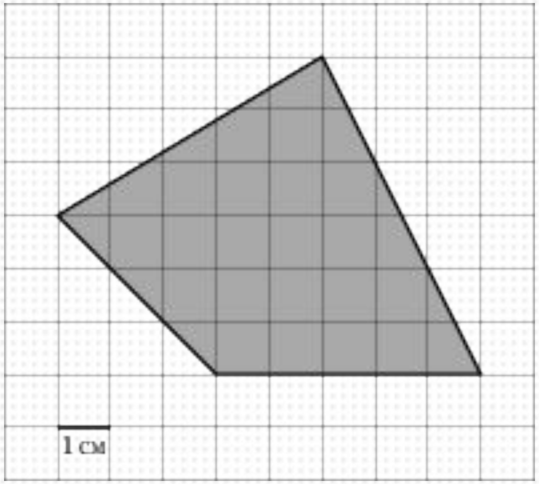
$$S_к = S_б - S_м$$

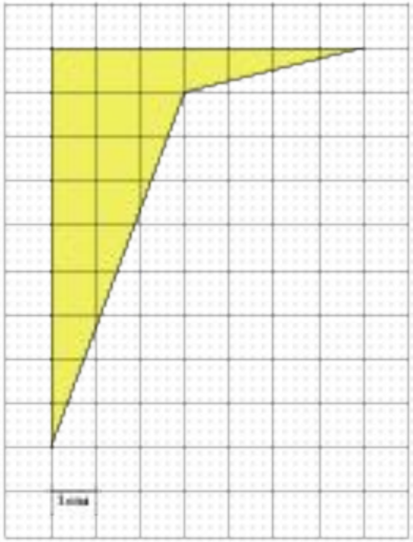
$$R_б = \frac{15}{\sqrt{\pi}}, \quad R_м = \frac{11}{\sqrt{\pi}}$$

$$S_к = \pi\left(\frac{15}{\sqrt{\pi}}\right)^2 - \pi\left(\frac{11}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = 225 - 121 = 104.$$

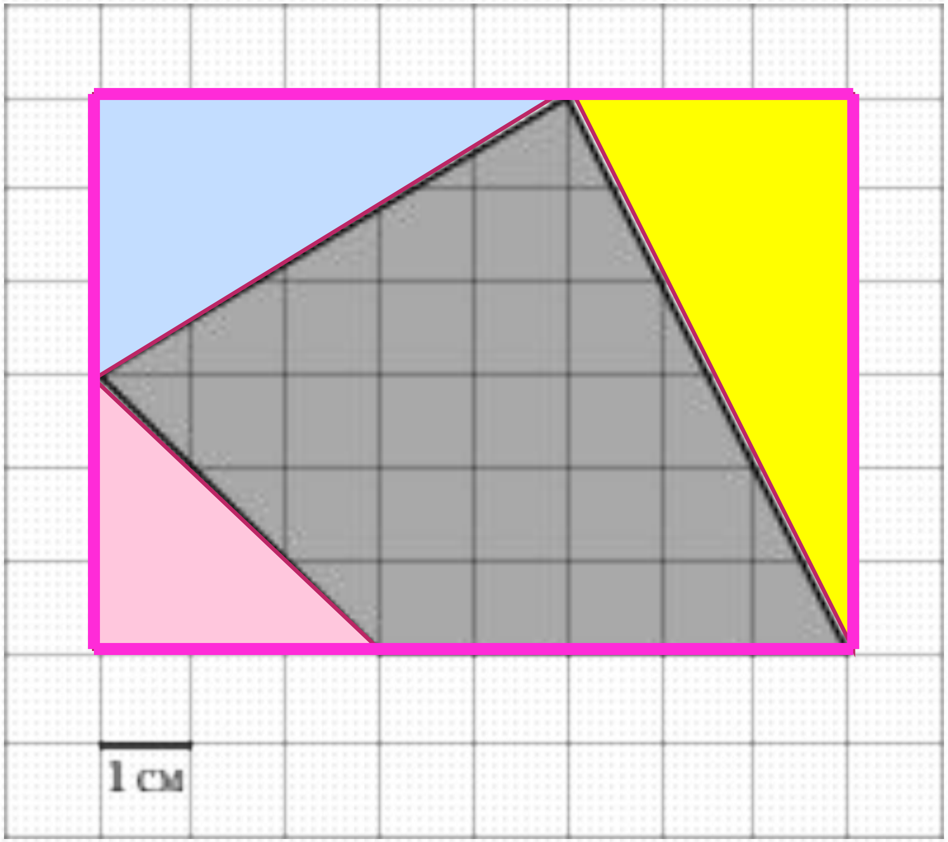
Ответ: **104**

????????????????????????????????


1 см



Дополнительное построение



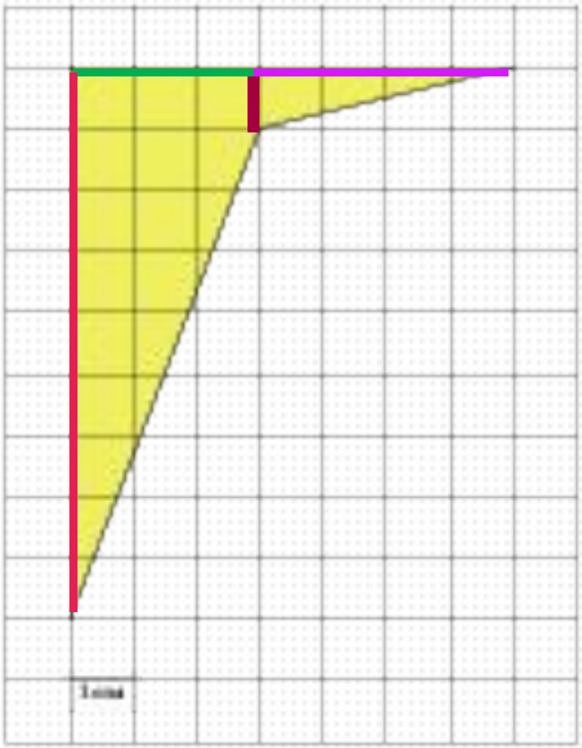
$$S = 6\cdot 8 - \left(\frac{3\cdot 5}{2} + \frac{3\cdot 6}{2} + \frac{3\cdot 3}{2}\right)$$

$$S = 48 - (7{,}5 + 9 + 4{,}5) = 27$$

Ответ: **27**

Разрезание

Получили две фигуры: трапецию и прямоугольный треугольник.



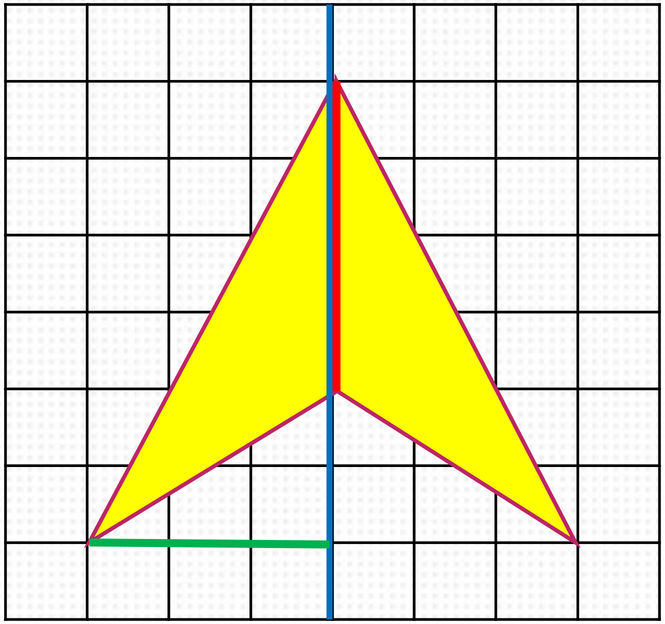
$$S_{тр} = \frac{1+9}{2} \cdot 3 = 15$$

$$S_{треуг} = \frac{1 \cdot 4}{2} = 2$$

$$S = 15 + 2 = 17$$

Ответ: **17**

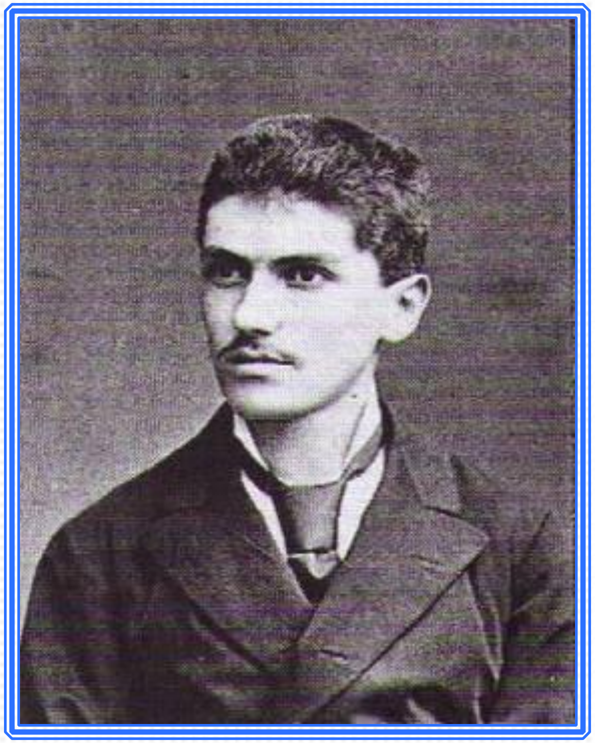
Симметрия



$$S = 2 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 2 \cdot 6 = 12$$

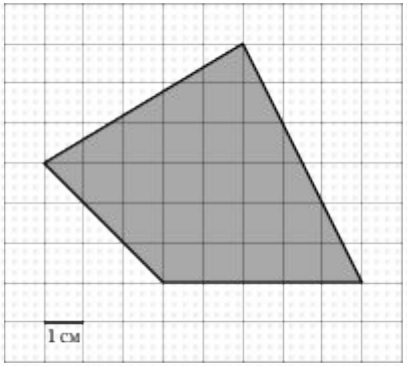
Ответ: **12**

Формула Пика



Георг Алекса́ндр Пик
(10.08.1859-13.07.1942) ,
, австрийский математик.

- ***Теорема Пика*** ***для вычисление площади многоугольника с целочисленными вершинами .***



- Пусть **L** — число целочисленных точек внутри многоугольника,
- **B**— количество целочисленных точек на его границе,
- **S**— его площадь.
- Тогда справедлива ***формула Пика***:

S=L+B/2-1

- Мы будем пользоваться этой в более удобном для нас виде. Введём другие обозначения:

В - число целочисленных точек внутри многоугольника,

Г - количество целочисленных точек на его границе, тогда формула Пика будет иметь вид:

$$S=В+Г/2-1$$

Пример 1. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см   1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

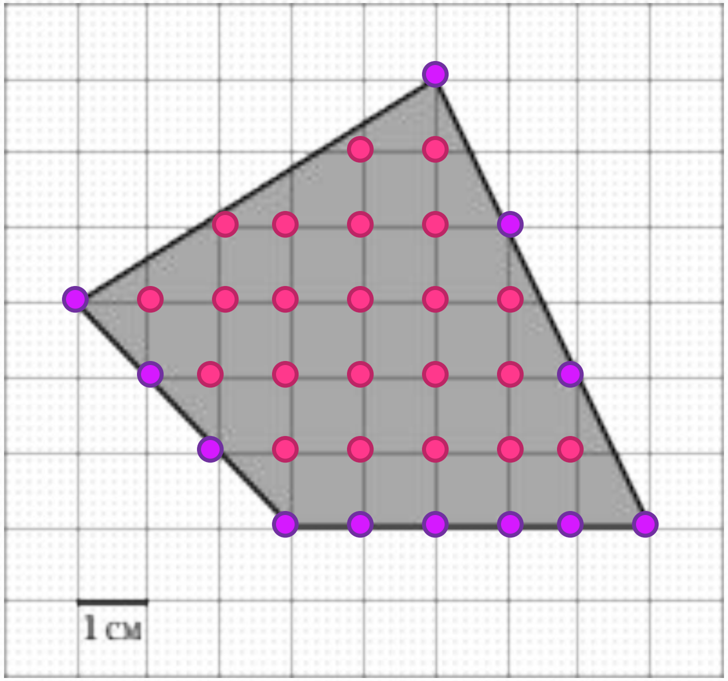
$$B = 22$$

$$Г = 12$$

$$S = B + \frac{Г}{2} - 1$$

$$S = 22 + \frac{12}{2} - 1 = 22 + 6 - 1 = 27$$

Ответ: **27**



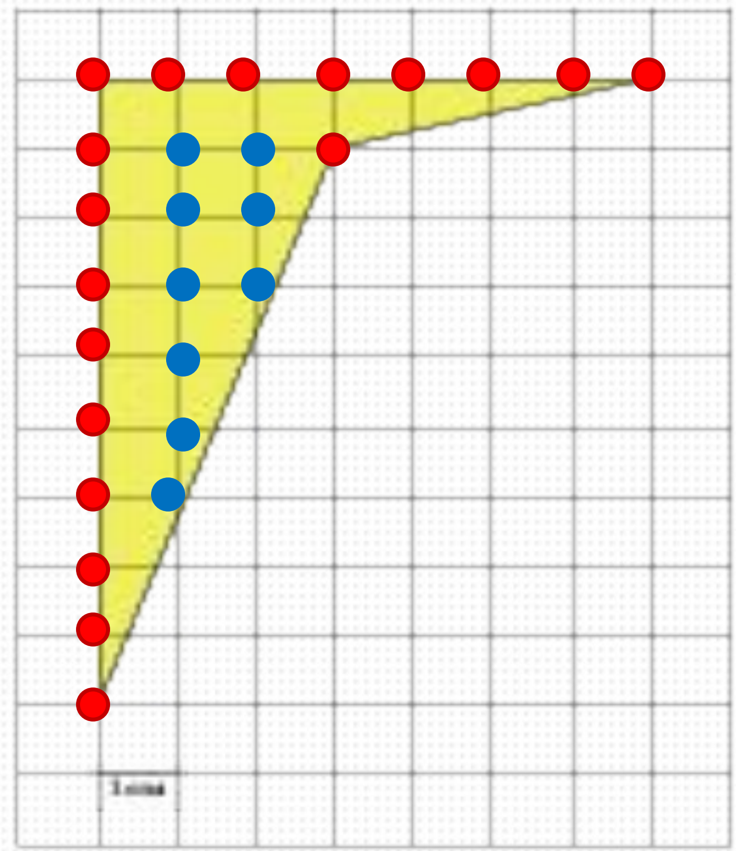
Пример 2. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см   1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

$$B = 9$$

$$\Gamma = 18$$

$$S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$$

$$S = 9 + \frac{18}{2} - 1 = 9 + 9 - 1 = 17$$

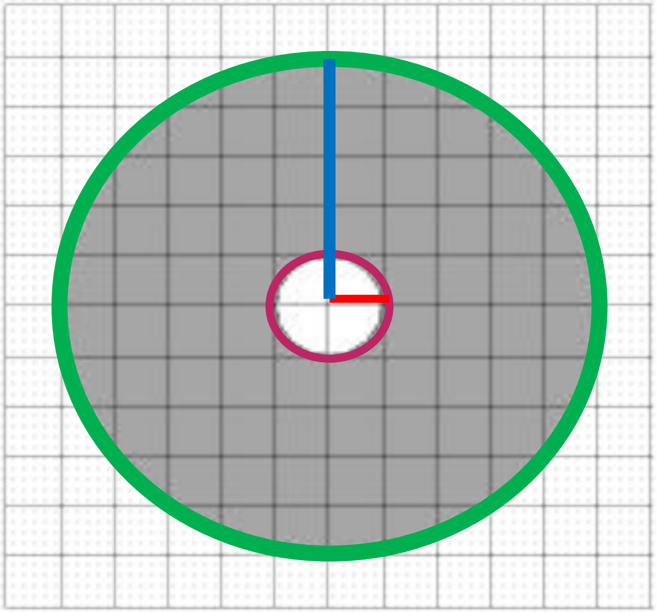


Ответ: **17**

Применение подобия

$$\frac{P_1}{P_2} = k \qquad \frac{S_1}{S_2} = k^2$$

На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 45. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



$$S_1 \to R_1 = 1 \qquad S_2 \to R_2 = 5$$

$$\frac{C_1}{C_2} = k = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{5} \qquad S_1 = 45$$

$$\frac{45}{S_2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{45}{S_2} = \frac{1}{25} \Rightarrow S_2 = \frac{45 \cdot 25}{1} = 1125$$

$$S = S_2 - S_1 = 1125 - 45 = 1080$$

Ответ: **1080**

Удачи в учёбе и на ЕГЭ!