

ЕГЭ. Методы вычисления площадей фигур

Терентьева М.А.

«Геометрия является самым могущественным средством для изощрения умственных способностей и дает нам возможность правильно мыслить и рассуждать».

Галилео Галилей.

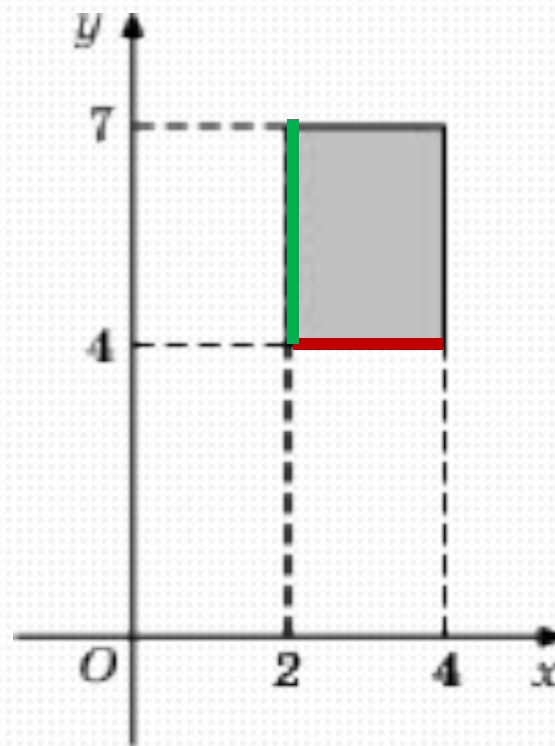
- ***«Глядя на мир, нельзя не удивляться»***

- ***Козьма Прутков***

Площадь прямоугольника

- $S = a \cdot b$

$$S = 2 \cdot 3 = 6$$



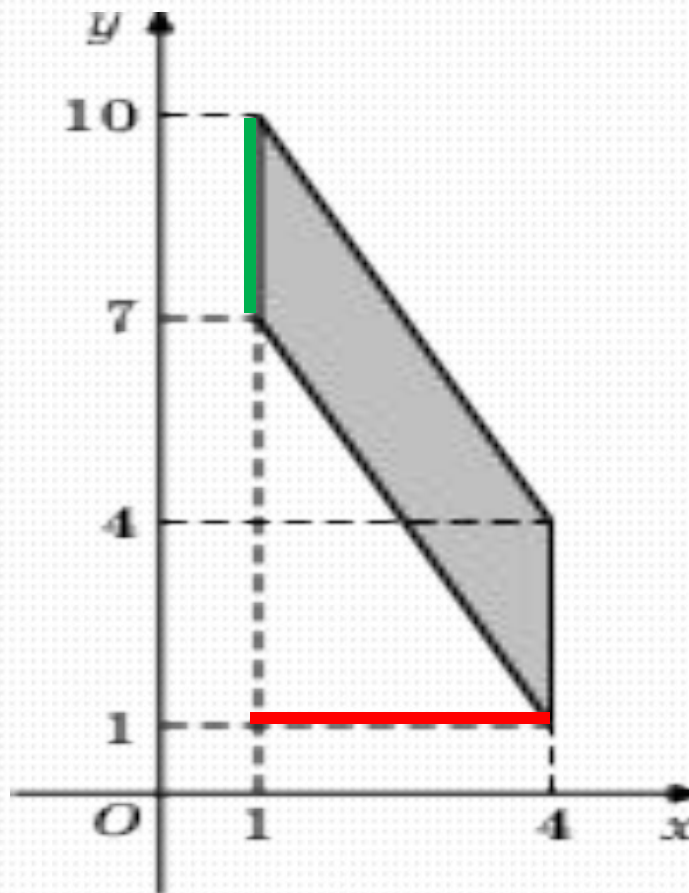
Ответ: 6

Площадь параллелограмма

- $S = a \cdot h$

$$S = 3 \cdot 3 = 9$$

Ответ: 9

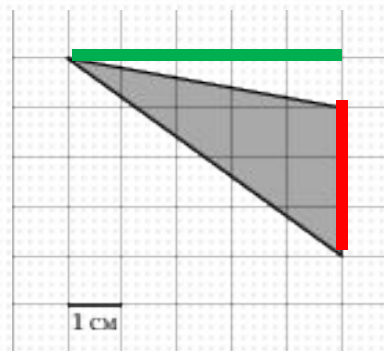


Площадь треугольника

$$S = a \cdot h / 2$$



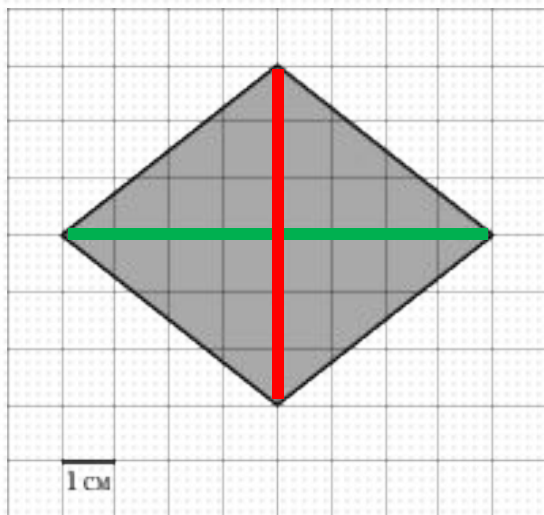
$$S = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$



$$S = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7,5$$

Площадь ромба

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

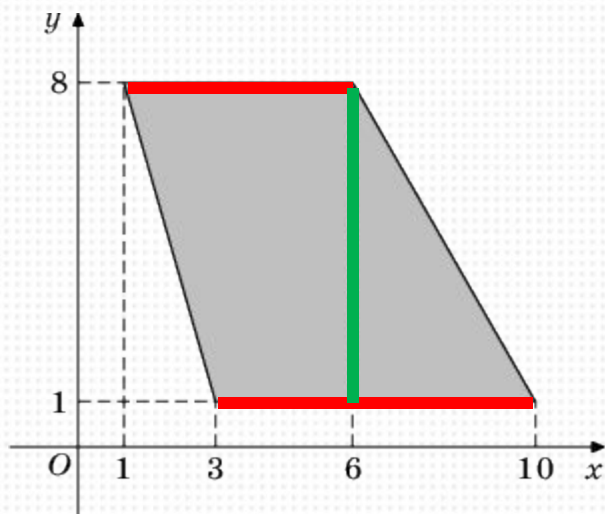


$$S = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

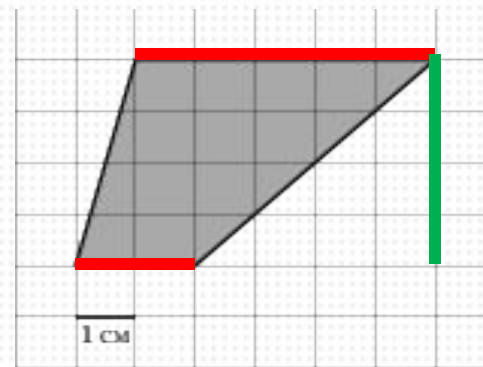
Ответ: 24

Площадь трапеции

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



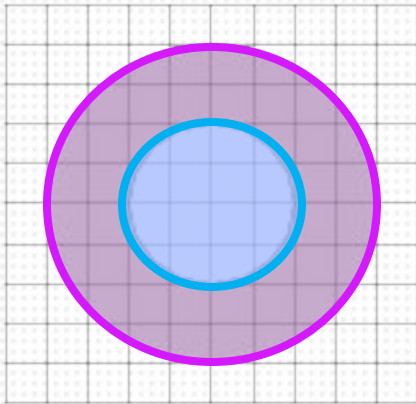
$$S = \frac{5+7}{2} \cdot 7 = 18$$



$$S = \frac{2+5}{2} \cdot 4 = 14$$

Площадь кольца

Найдите площадь кольца, ограниченного concentрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{15}{\sqrt{\pi}}$, $\frac{11}{\sqrt{\pi}}$.



$$S = \pi R^2$$

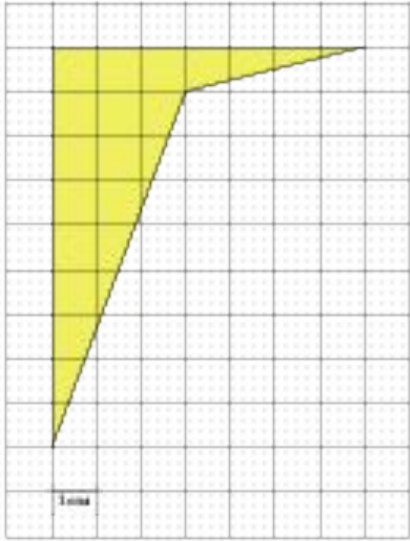
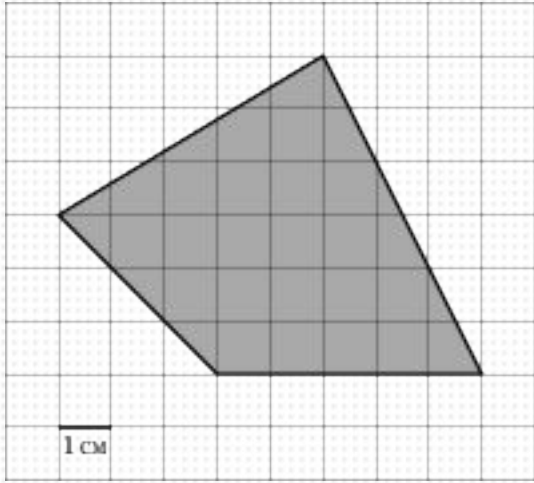
$$S_{\kappa} = S_{\sigma} - S_{\mu}$$

$$R_{\sigma} = \frac{15}{\sqrt{\pi}}, \quad R_{\mu} = \frac{11}{\sqrt{\pi}}$$

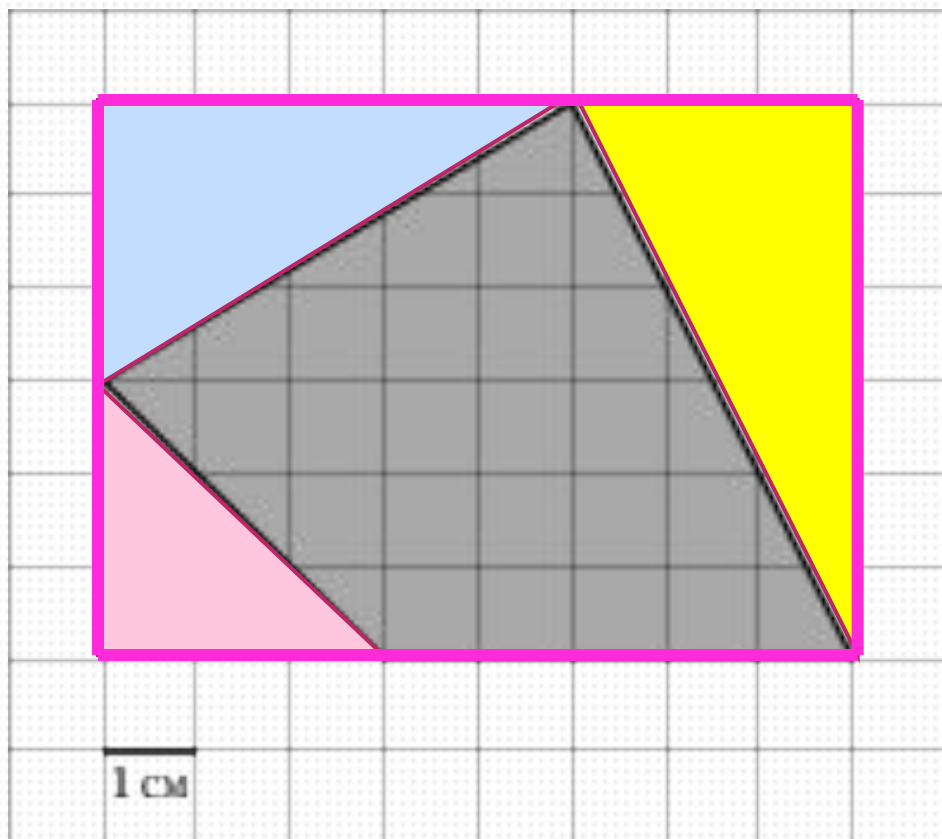
$$S_{\kappa} = \pi \left(\frac{15}{\sqrt{\pi}} \right)^2 - \pi \left(\frac{11}{\sqrt{\pi}} \right)^2 = 225 - 121 = 104.$$

Ответ: **104**

??



Дополнительное построение



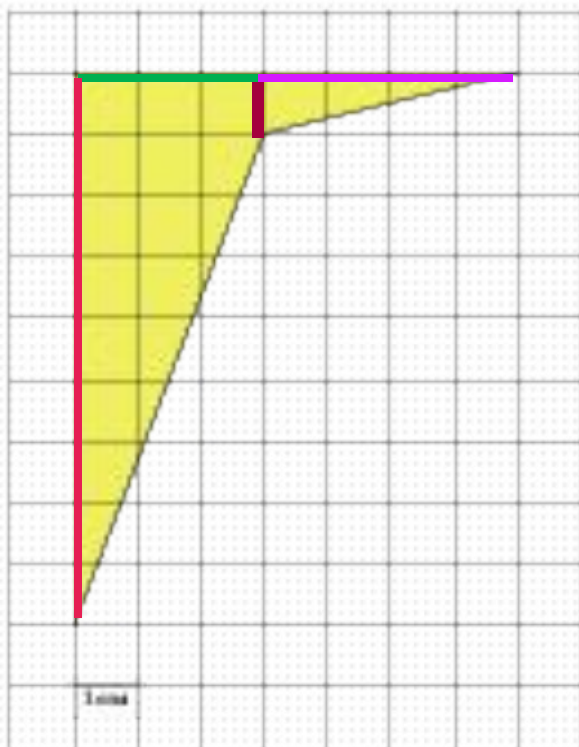
$$S = 6 \cdot 8 - \left(\frac{3 \cdot 5}{2} + \frac{3 \cdot 6}{2} + \frac{3 \cdot 3}{2} \right)$$

$$S = 48 - (7,5 + 9 + 4,5) = 27$$

Ответ: **27**

Разрезание

Получили две фигуры: трапецию и прямоугольный треугольник.



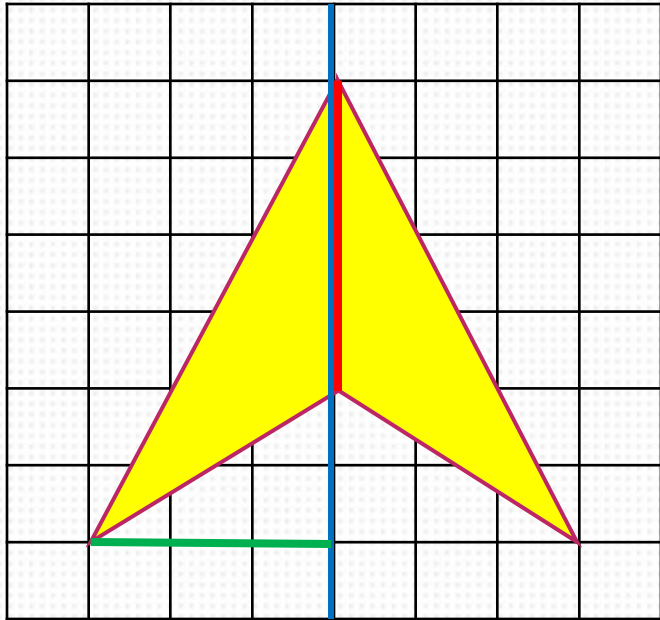
$$S_{tr} = \frac{1+9}{2} \cdot 3 = 15$$

$$S_{треуг} = \frac{1 \cdot 4}{2} = 2$$

$$S = 15 + 2 = 17$$

Ответ: **17**

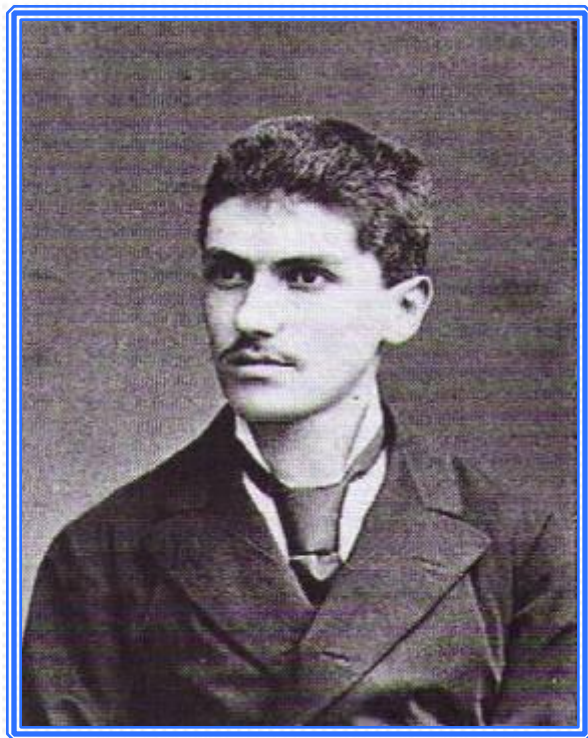
Симметрия



$$S = 2 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 2 \cdot 6 = 12$$

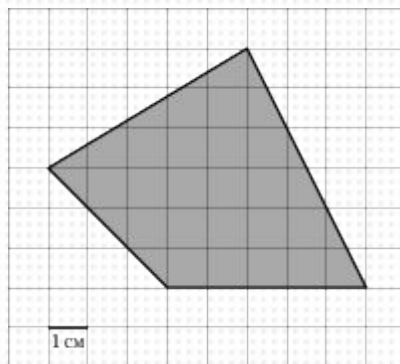
Ответ: **12**

Формула Пика



Георг Алекса́ндр Пик
(10.08.1859-13.07.1942) ,
австрийский математик.

- **Теорема Пика** для вычисления площади многоугольника с целочисленными вершинами .



- Пусть **L** — число целочисленных точек внутри многоугольника,
- **B** — количество целочисленных точек на его границе,
- **S** — его площадь.
- Тогда справедлива **формула Пика**:

$$S=L+B/2-1$$

- Мы будем пользоваться этой в более удобном для нас виде. Введём другие обозначения:

В - число целочисленных точек внутри многоугольника,

Г - количество целочисленных точек на его границе, тогда формула Пика будет иметь вид:

$$S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$$

Пример 1. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

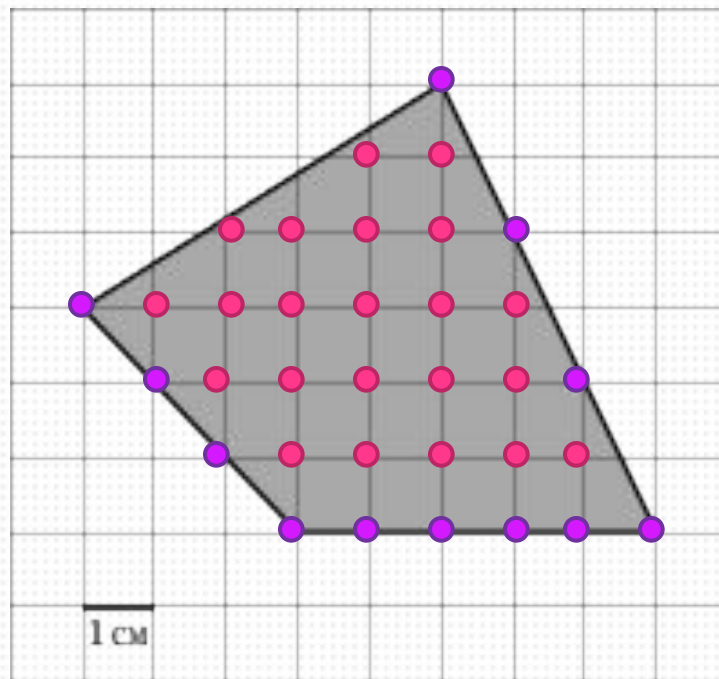
$$B = 22$$

$$\Gamma = 12$$

$$S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$$

$$S = 22 + \frac{12}{2} - 1 = 22 + 6 - 1 = 27$$

Ответ: **27**



Пример 2. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

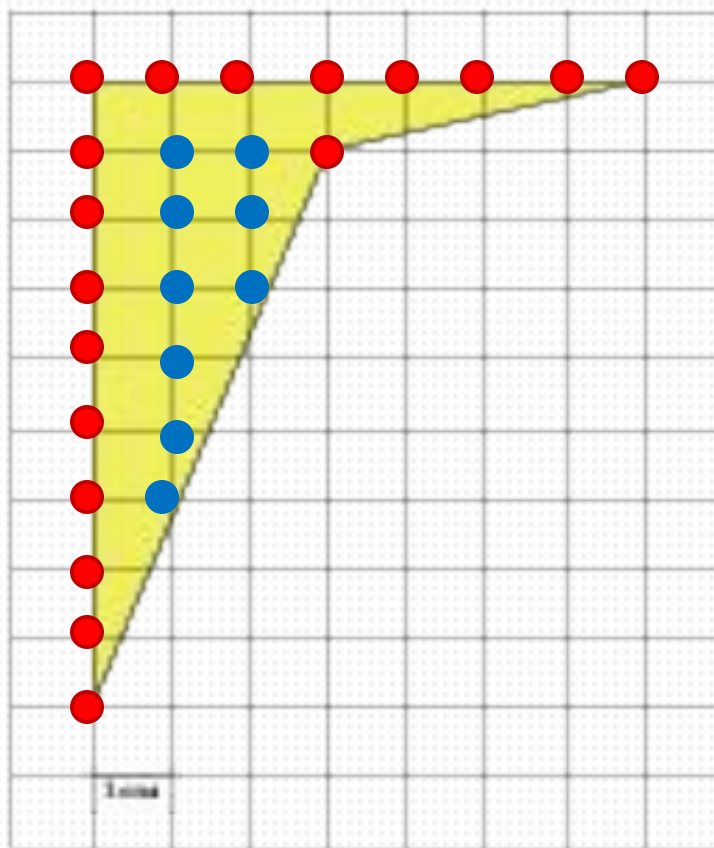
$$B = 9$$

$$\Gamma = 18$$

$$S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$$

$$S = 9 + \frac{18}{2} - 1 = 9 + 9 - 1 = 17$$

Ответ: **17**

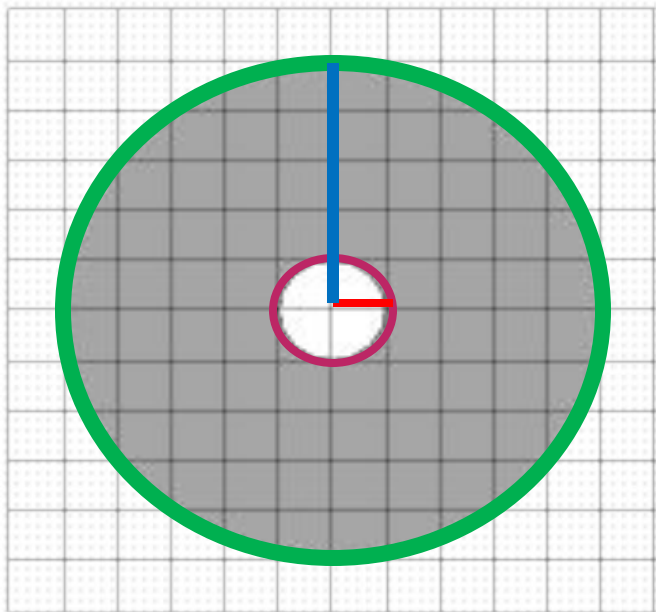


Применение подобия

$$\frac{P_1}{P_2} = k$$

$$\frac{S_1}{S_2} = k^2$$

На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 45. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



$$S_1 \rightarrow R_1 = 1 \quad S_2 \rightarrow R_2 = 5$$

$$\frac{C_1}{C_2} = k = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{5} \quad S_1 = 45$$

$$\frac{45}{S_2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{45}{S_2} = \frac{1}{25} \Rightarrow S_2 = \frac{45 \cdot 25}{1} = 1125$$

$$S = S_2 - S_1 = 1125 - 45 = 1080$$

Ответ: **1080**

Удачи в учёбе и на
ЕГЭ!

