

ПЕРИОДИЧНОСТЬ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ
ФУНКЦИЙ
11 класс

*Каклюгина Тамара Викторовна
учитель математики МБОУ СОШ№3
г. Сальска Ростовской области*

Цели урока



- ❖ **Знать:** определение периодичности тригонометрических функций.
- ❖ **Уметь:** находить период тригонометрических функций.

Толкование в словаре



Периодичность —

это повторяемость (цикличность) явления через определенные промежутки времени.

❖ Смену дня и ночи, времён года, фаз Луны мы видим в повседневной жизни.

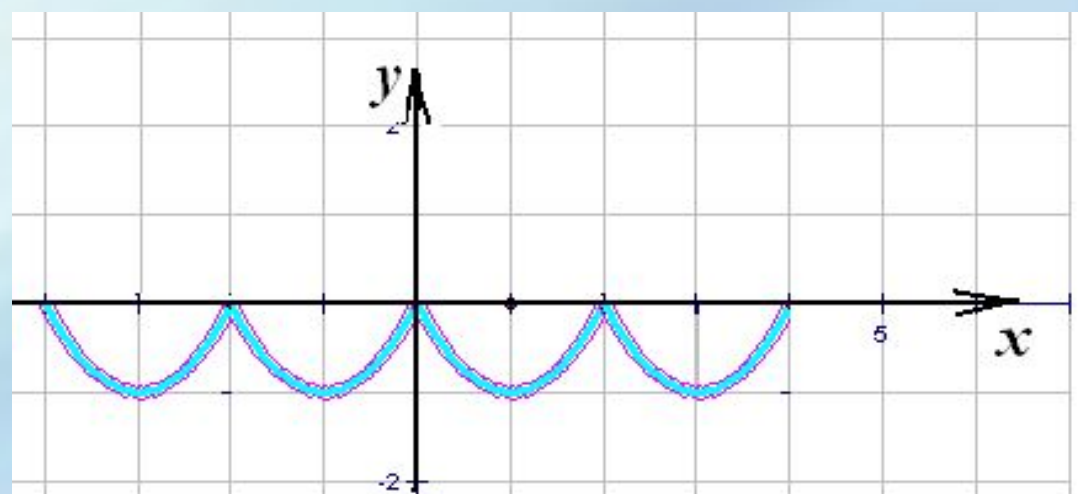
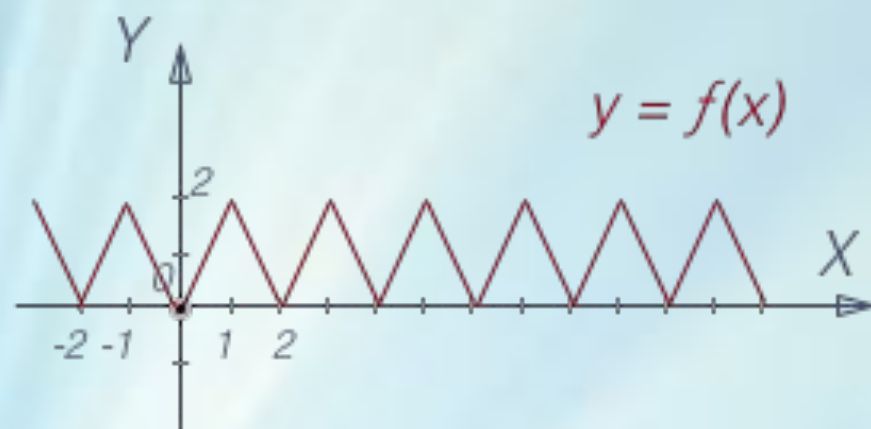
❖ Свет, звук, тепло, радиоволны, переменный электрический ток представляют собой колебательные, периодические процессы.

Точно повторяющиеся движения называются периодическими.

Определение периодической функции

Функция периодическая, если она повторяется. Есть понятие периода функции - длина интервала повторения..

Периодическая функция.
Основной период $T = 2$.



Определение

Функция $y=f(x)$

называется *периодической*, если существует такое отличное от нуля число T , что для любого x из области определения этой функции значения $x + T$ и $x - T$ также принадлежат области определения и выполняется двойное равенство

$$f(x - T) = f(x) = f(x + T)$$

T - *период функции* $y=f(x)$

У периодической функции бесконечно много периодов, если T период, то и $2T$ и $3T$ и $10T$ тоже периоды, вообще любое число вида: kT , где k - целое число.

Наименьший положительный период называется основным периодом.

❖ $\sin(x+2k\pi)=\sin x, k \in \mathbb{Z}.$

❖ $\cos(x+2k\pi)=\cos x, k \in \mathbb{Z}.$

$y=\sin x, y=\cos x$ — периодические функции с наименьшим положительным периодом 2π

❖ $\operatorname{tg}(x+k\pi)=\operatorname{tg} x, k \in \mathbb{Z}$

❖ $\operatorname{ctg}(x+k\pi)=\operatorname{ctg} x, k \in \mathbb{Z}$

$y = \operatorname{tg} x, y=\operatorname{ctg} x$ — периодические функции с наименьшим положительным периодом π



Пример №1

Найти основной период функции $y = \sin(7x)$

Решение:

Пусть T основной период нашей функции, тогда:

$$\sin(7x) = \sin(7(x+T)) = \sin(7x+7T).$$

мы знаем что $2\pi k$ период синуса, найдем решение нашей задачи:

$$\sin(7x+7T) = \sin(7x+ 2\pi k)$$

$$7t = 2\pi k$$

$$t = 2\pi k/7$$

Ответ: $T = 2\pi k/7$

Свойство 1.



Период функции вида $y=A f(kx + b)$, где A , k и b – некоторые числа можно найти по формуле $T_1 = \frac{T}{|k|}$, где T – период функции $y=f(x)$.



Пример №2.

Найти наименьший положительный период функций

а) $f(x) = \cos(3x+1)$; б) $f(x) = \text{ctg}(6x+5)$;

в) $f(x) = \sin\left(\frac{3}{4}x+3\right)$;

Решение.

а) $f(x) = \cos(3x+1)$; $k = 3$, следовательно $T = \frac{2\pi}{3}$

б) $f(x) = \text{ctg}(6x+5)$; $k = 5$, следовательно $T = \frac{\pi}{5}$

в) $f(x) = \sin\left(\frac{3}{4}x+3\right)$; $k = \frac{3}{4}$, следовательно $T = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3}$

Свойство 2.



❖ Пусть функции $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ – периодические с периодами соответственно $T_1, T_2, T_3, \dots, T_k$. Если каждый период можно представить в виде $T_1 = \frac{n_1}{m_1} \pi$, $T_2 = \frac{n_2}{m_2} \pi$;, $T_k = \frac{n_k}{m_k} \pi$, то общий период всех данных функций вычисляется по формуле:

$$T = \frac{\text{НОК}(n_1, n_2, \dots, n_k)}{\text{НОД}(m_1, m_2, \dots, m_k)} \pi$$



Пример №3. Найти период функции

$$f(x) = \sin 2x - 3\cos\left(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) + 4\operatorname{tg}\frac{x}{2}$$

Решение.

1) $f_1(x) = \sin 2x$; $k = 2$, следовательно $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$

2) $f_2(x) = -3\cos\left(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$; $k = \frac{3}{2}$, следовательно

$$T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{3}$$

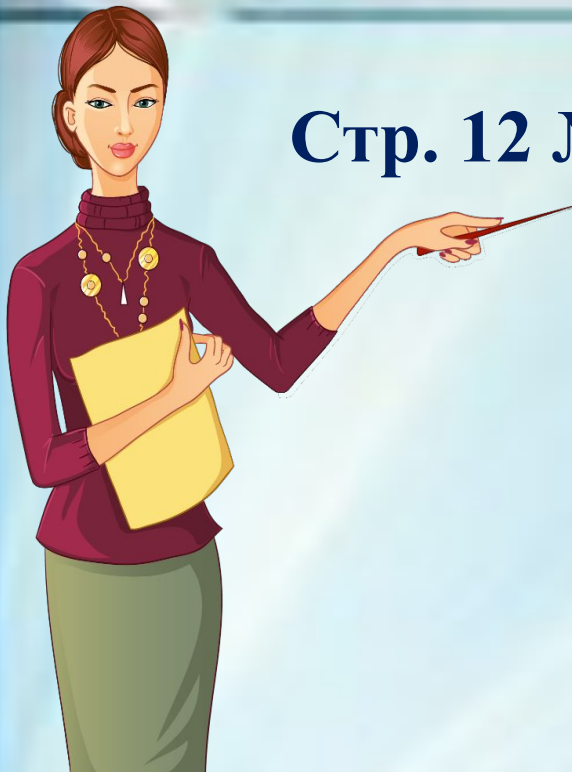
3) $f_3(x) = \operatorname{tg}\frac{x}{2}$; $k = \frac{1}{2}$, следовательно $T_3 = \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

4) Период функции $f(x)$ равен

$$T = \frac{\text{НОК}(1, 4, 2)}{\text{НОД}(1, 3, 1)} \pi = 4\pi$$

Проверь себя !

Стр. 12 №18, №19



Итог урока:

Что нового вы узнали на уроке?

Какие моменты урока для вас были наиболее интересными?

Кто доволен своей работой на уроке?





Домашнее задание:

п. 2, стр.11 ; № 14- 15
стр.39; №111.



Спасибо за внимание!

