

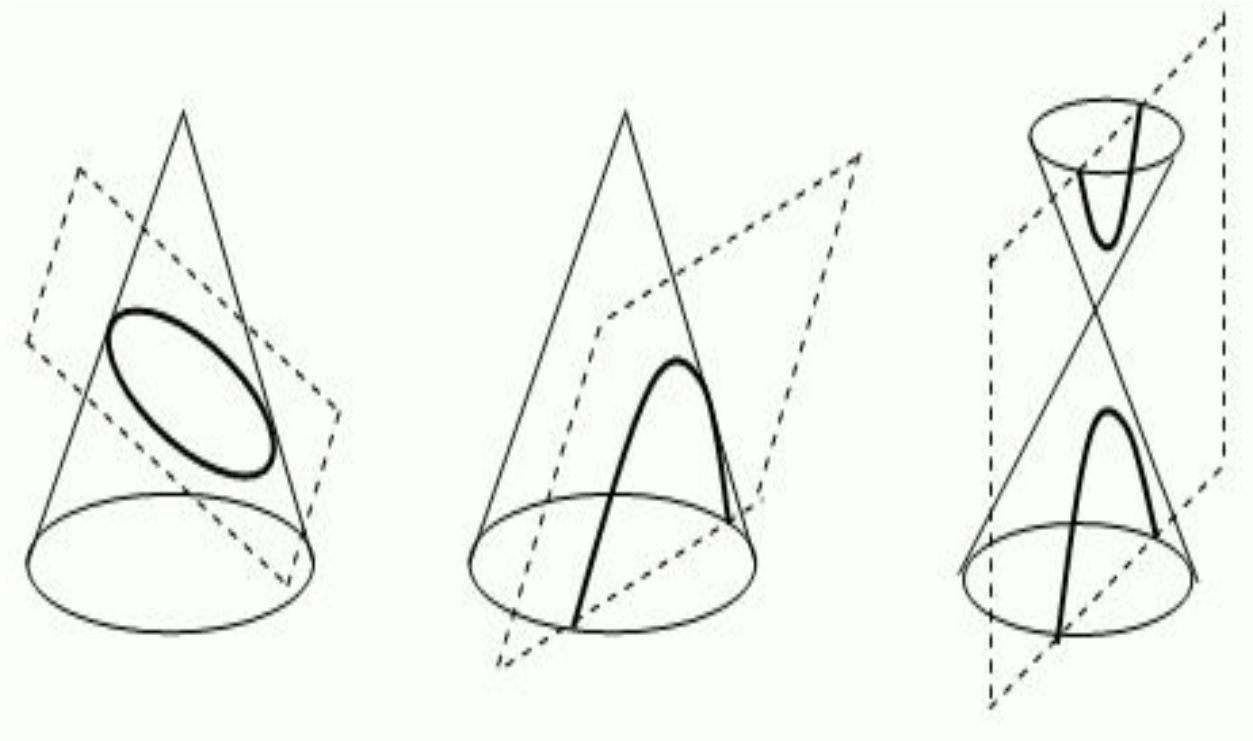
Парабола. Каноническое уравнение и св-ва параболы

Парабола — геометрическое место точек, равноудалённых от данной прямой (**называемой директрисой параболы**) и данной точки (**называемой фокусом параболы**).

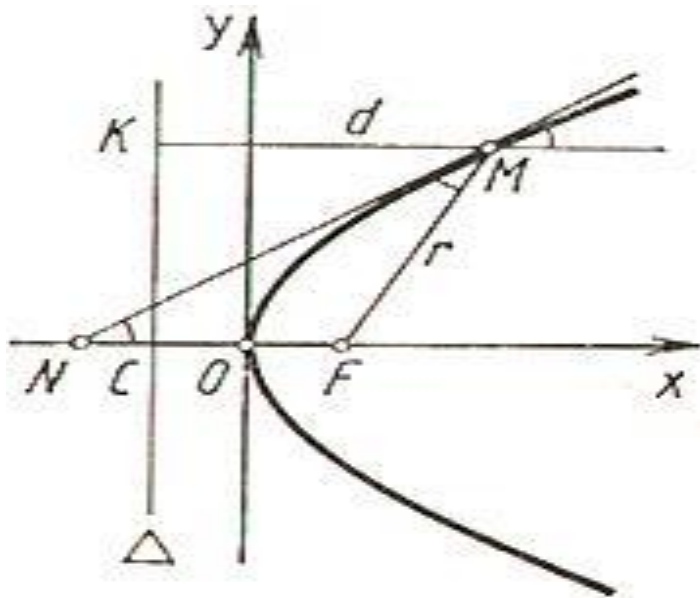
Наряду с эллипсом и гиперболой, парабола является **коническим сечением**.

Конические сечения

- Конические сечения есть пересечение плоскости с круговым конусом.



Пусть на плоскости заданы точка F и прямая Δ , не проходящая через F . Парабола - множество всех тех точек M плоскости, каждая из которых равноудалена от точки F и прямой Δ . Точка F называется фокусом, прямая Δ - директрисой параболы; (OF) - ось, O - вершина, $r = |FM|$ - фокальный радиус.



Р и с. 4.16

Эксцентриситет: $\varepsilon = \frac{|FM|}{|MK|} = 1.$

Фокальный радиус: $r = x + p/2.$

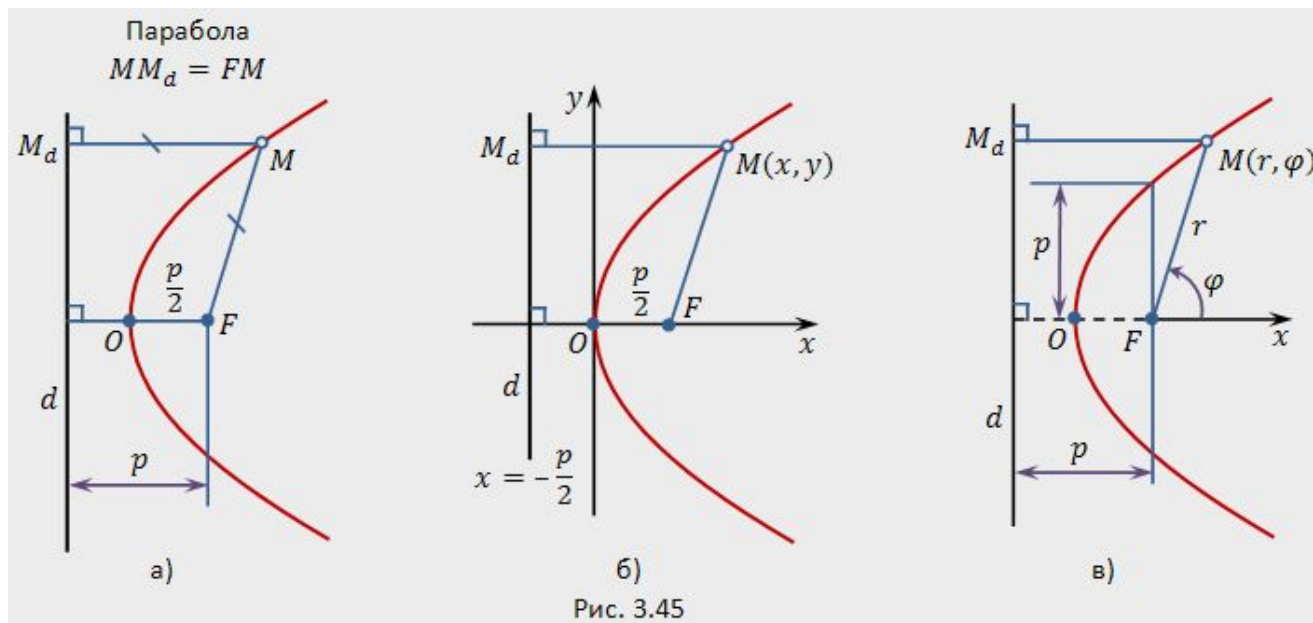
Уравнение директрисы: $x = -p/2.$

Уравнение касательной
в точке $M(x_0, y_0)$:

$$yy_0 = p(x + x_0).$$

Директориальное свойство параболы

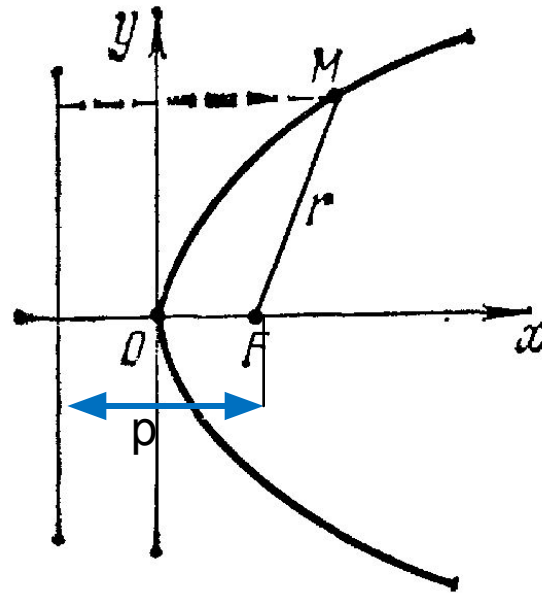
Для произвольной точки M параболы отношение расстояния до фокуса F к расстоянию до директрисы d равно единице. $e=1$



Каноническое ур-е параболы

Пусть расстояние между фокусом и директрисой параболы равно p . Тогда в выбранной системе координат парабола имеет уравнение

$$y^2 = 2px$$



Вывод уравнения параболы

- В выбранной системе координат фокусом параболы служит точка $F(\frac{p}{2}, 0)$, а директриса имеет уравнение $x = -\frac{p}{2}$. Пусть $M(x; y)$ текущая точка параболы. Тогда по формуле для плоского случая находим

$$|FM| = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

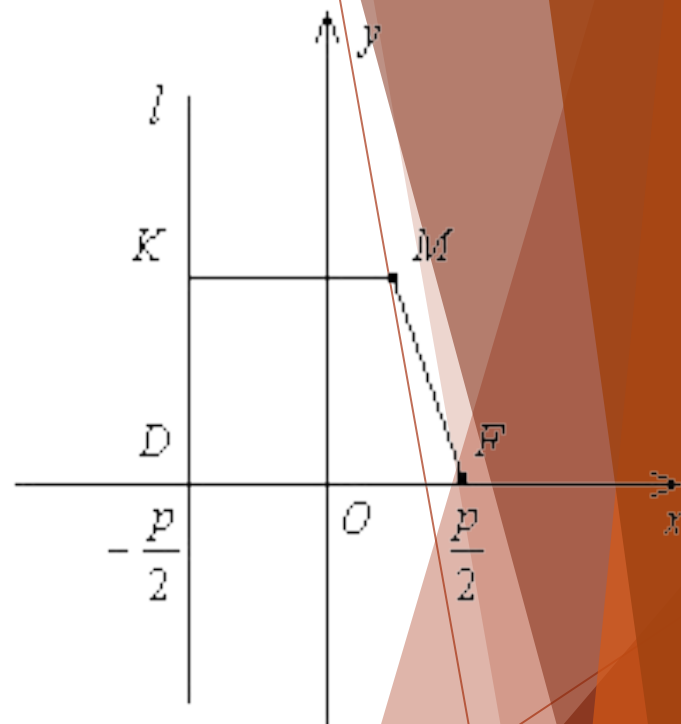
- Расстоянием от точки M до директрисы l служит длина перпендикуляра MK , опущенного на директрису из точки M . Из рисунка очевидно, что $MK = x + \frac{p}{2}$

- Тогда по определению параболы $MK = FM$, то есть:

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2,$$

- Приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение параболы

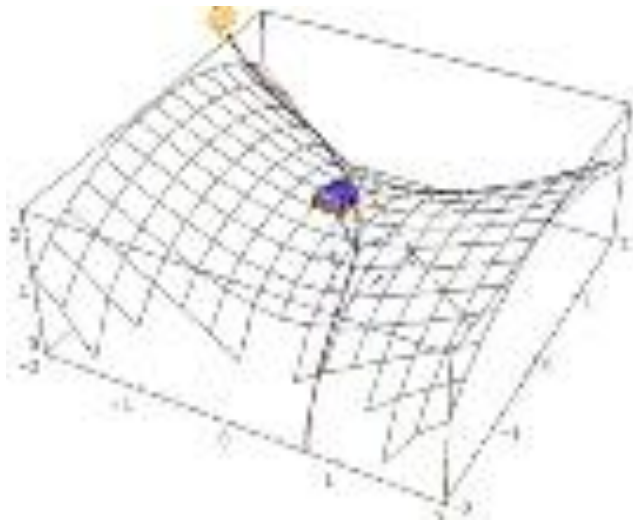


Дополнительный материал

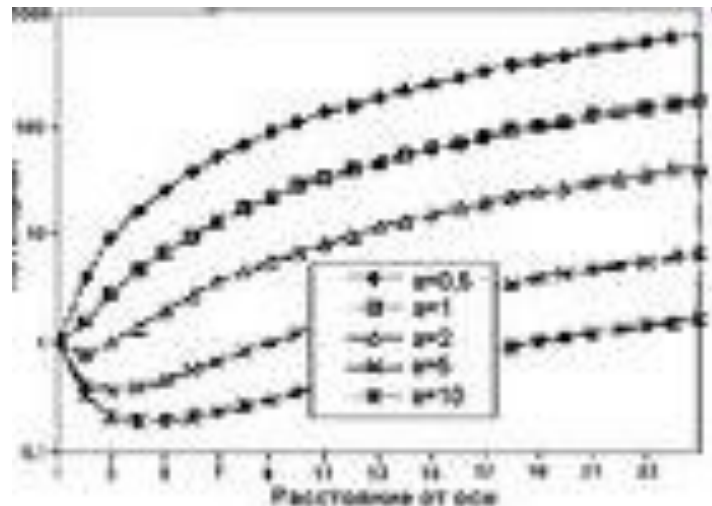
Историческая справка

Открывателем конических сечений предположительно считается Менехм (4 в. до н.э.), ученик Платона и учитель Александра Македонского. Менехм использовал параболу и равнобочную гиперболу для решения задачи об удвоении куба.

- ▶ Парабола у Лобачевского



- ▶ График движения иона по параболе



Парабола в жизни



