

# УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ

**В задании №14 проверяется умение решать уравнения, неравенства и их системы. Конечно, под такие слова подходит огромный спектр заданий. Уточнение, пожалуй, одно. Надо применять графическое представление решения и показа результатов этого решения.**

**В демонстрационном варианте ОГЭ предложена система двух линейных неравенств и графические представления вариантов ответов. Полезно понимать, что главным здесь является решение конкретных неравенств и понимание геометрического смысла полученного решения.**

**Ответом в задании 14 является одна из цифр 1; 2; 3; 4, соответствующая номеру предложенного варианта ответа к заданию.**

## ТЕОРИЯ К ЗАДАНИЮ №14

Определение: *Неравенством называется выражение вида:  $a < b$  ( $a \leq b$ ),  $a > b$  ( $a \geq b$ )*

$$a \leq b \Leftrightarrow \begin{cases} a < b \\ a = b \end{cases}$$

Основные свойства:

$$a < b \Leftrightarrow b > a$$

$$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$$

$$a < b \text{ и } c < 0 \Leftrightarrow ac > bc$$

$$a < b \text{ и } b < c \Leftrightarrow a < c$$

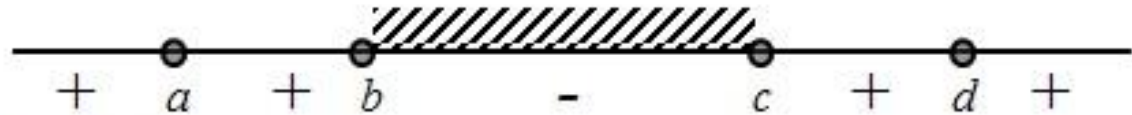
$$a < b \text{ и } c > 0 \Leftrightarrow ac < bc$$

$$a < b \text{ и } c < d \Leftrightarrow a + c < b + d$$



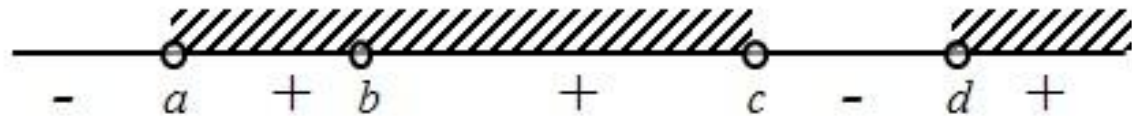
# ПОЛЕЗНЫМ ДЛЯ НАС ОКАЖЕТСЯ МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ:

$$1) (x - a)^2 (x - b)(x - c)^3 (x - d)^4 \leq 0$$



$$\Rightarrow x \in \{a\} \cup [b; c] \cup \{d\}$$

$$2) (x - a)(x - b)^2 (x - c)(x - d) > 0$$



$$\Rightarrow x \in (a; b) \cup (b; c) \cup (d; \infty)$$



# РАЗБОР ВАРИАНТОВ ЗАДАНИЯ №14

## ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

### Первый вариант задания

*Укажите решение неравенства:*

$$2x - 3(x - 7) \leq 3$$



## РЕШЕНИЕ:

Для решения линейного неравенства достаточно выполнить действия, аналогичные действию решений линейных уравнений.

Однако, в отличие от линейных уравнений следует проявлять внимательность при выполнении операций деления или умножения на отрицательное число —

**в этих случаях знак неравенства будет меняться на противоположный!**



Для решения этого примера вначале раскроем скобки, не забывая, что  $-3$  умножается на  $-7$  и дает  $+21$ :

$$2x - 3x + 21 \leq 3$$

Затем приводим подобные, перенося числа в правую сторону:

$$2x - 3x \leq 3 - 21$$

$$-x \leq -18$$

Нам необходимо умножить неравенство на  $-1$ , чтобы получить диапазон  $x$ , не забывая, что при этом меняется знак неравенства:

$$x \geq 18$$

Таким образом, мы получаем, что  $x$  должен быть больше либо равен 18.

Ответ:  $[18; +\infty)$



## ВТОРОЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЯ

В данном случае мы имеем дело с квадратным неравенством:

*Укажите множество решений неравенства:*

$$7x - x^2 < 0$$



Существуют несколько способов решения квадратных неравенств, но я приведу самый простой и надежный. В начале выносим  $x$  за скобку, так как это неполное квадратное неравенство:

$$x ( 7 - x ) < 0$$

Затем находим нули функции  $x ( 7 - x ) = 0$ , приравнивая каждый множитель к нулю:

$$x = 0 \quad 7 - x = 0$$

Получаем:  $x = 0 \quad x = 7$





ТАКИМ ОБРАЗОМ, МЫ ПОЛУЧИЛИ ТРИ ИНТЕРВАЛА:

$$(-\infty ; 0) \quad (0 ; 7) \quad (7 ; +\infty)$$

Подставим любое значение  $x$  из первого интервала и посмотрим на получившийся ответ.

Подставим -1:  $x ( 7 - x ) = - 1 ( 7 - (-1) ) = -8$

Значение отрицательно, значит в интервале  $(-\infty ; 0)$  функция отрицательна, что нам и подходит для ответа, так как в условии:

$$x ( 7 - x ) < 0$$

Подставим 1:  $x ( 7 - x ) = 1 ( 7 - 1 ) = 6$

Значение положительно, и промежуток  $(0 ; 7)$  нам не подходит.

Подставим 8:  $x ( 7 - x ) = 8 ( 7 - 8 ) = - 8$

Значение отрицательно, и это подходит под условия, следовательно ответ:  $(-\infty ; 0)$  и  $(7 ; +\infty)$  или

графически:



## ТРЕТИЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЯ

□ Укажите множество системы неравенств:

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x - 0,3 \geq 1 \end{cases}$$



## РЕШЕНИЕ:

Решение системы линейных неравенств сводится к решению линейного неравенства с дальнейшим анализом промежутков. В начале действуем аналогично первому случаю: переносим числа в правую часть, оставляя  $x$  слева:

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x \geq 1,3 \end{cases}$$

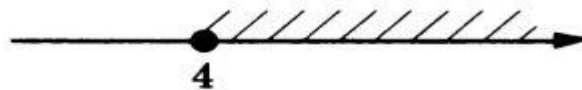


В отличие от первого примера, решение более простое, но в данном случае нужно сравнить промежутки и выбрать общий. Первое неравенство требует, чтобы  $x$  был больше 4, а второе - больше 1,3, на координатной прямой это будет выглядеть следующим образом:



Промежутки перекрывают друг друга начиная с 4, значит ответ выглядит следующим образом (не забываем, что неравенство нестрогое):

$[4; +\infty)$  или

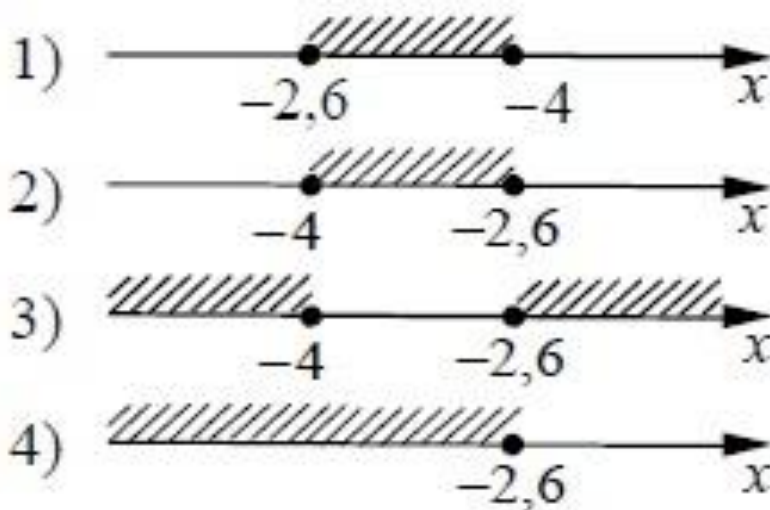


## ЧЕТВЕРТЫЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЯ

Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x + 2,6 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

На каком рисунке изображено множество её решений?



## РЕШЕНИЕ:

Итак, решим систему неравенств - оставим  $x$  в левой части, а остальное перенесём в правую, получим:

$$x \leq 0 - 2,6$$

$$x \geq 1 - 5$$

Вычислив, получаем ответ:

$$x \leq -2,6$$

$$x \geq -4$$

Найдем его на координатной прямой - это №2.

Ответ: 2

