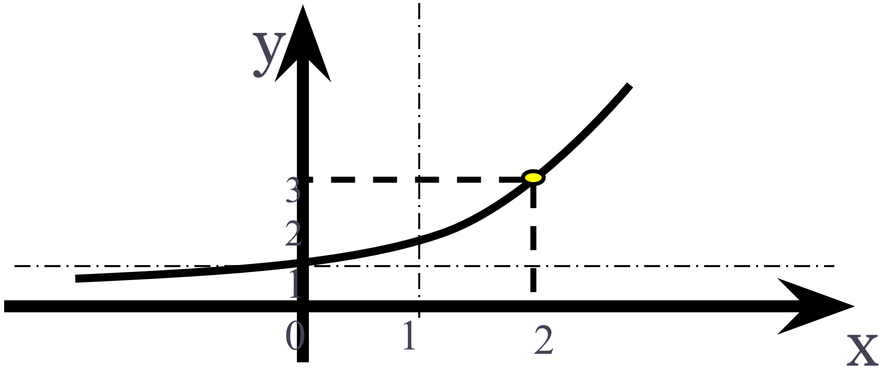
Показательная функция

10 класс



Учитель математики
МБОУ СОШ им. А.М. Селищева
с. Волово
Шалобаева Е.Н.

Устный опрос

Вычислите

3^0

$(3/5)^{-1}$

2^{-1}

$(1/2)^{-3}$

$(1/3)^{-2}$

3^{-4}

$36^{1/2} * 8^{1/3}$

$(-8)^{1/2}$

0^{-5}

Сравните:

3^0 и 3^2

3^4 и 3^{-4}

$(1/3)^2$ и $(1/3)^3$

$(1/3)^{-2}$ и $(1/3)^0$

2^{-2} и 5^{-1}

$2^{1/2}$ и $5^{1/2}$

$(1/2)^0$ и $(1/5)^0$

$(1/5)^{-1}$ и $(1/2)^{-3}$

Рассмотрим функция вида **$y=a^x$** ,где a>0, a≠1 на множестве рациональных чисел

График этой функции в системе координат xOy есть совокупность точек $(x; a^x)$, где x- любое рациональное число.

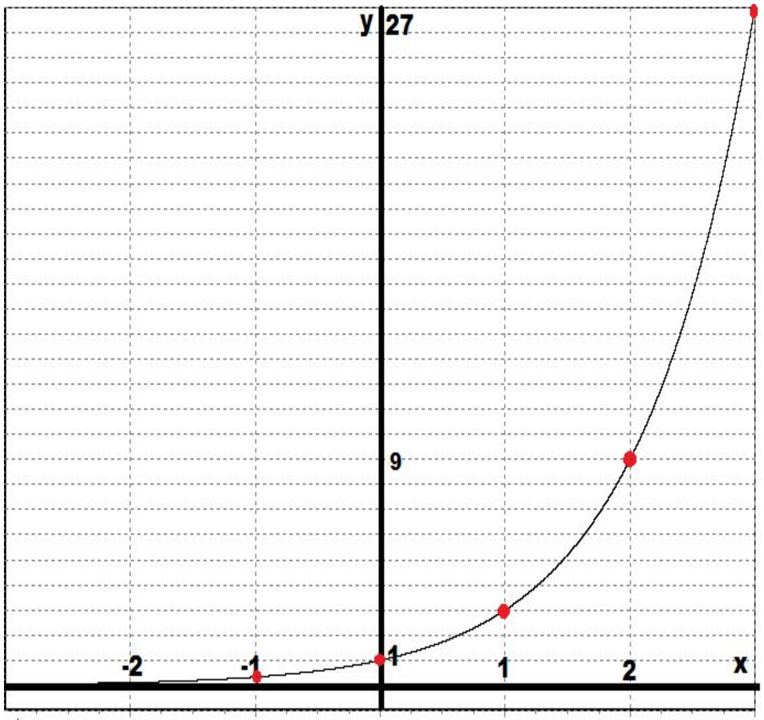


График показательных функций

при **$a > 1$**

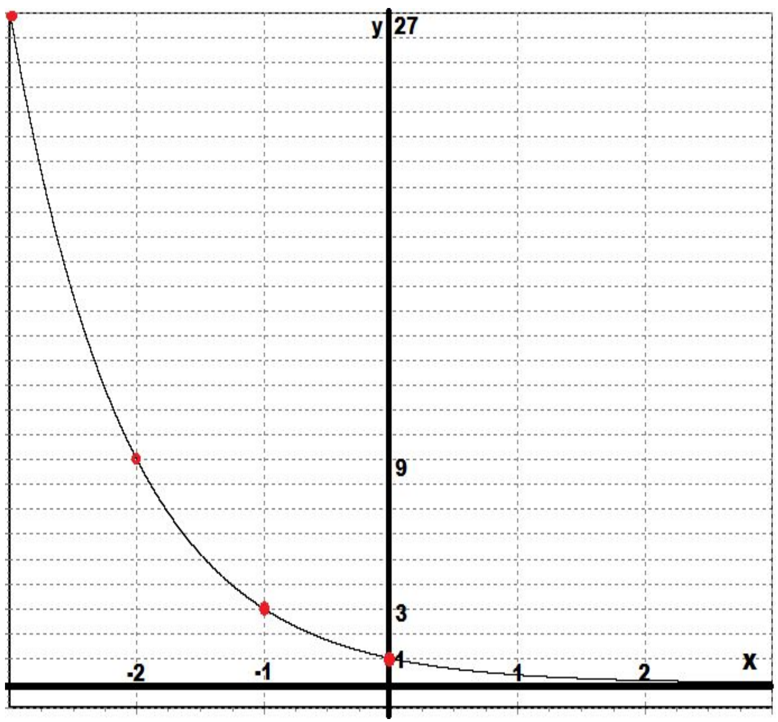
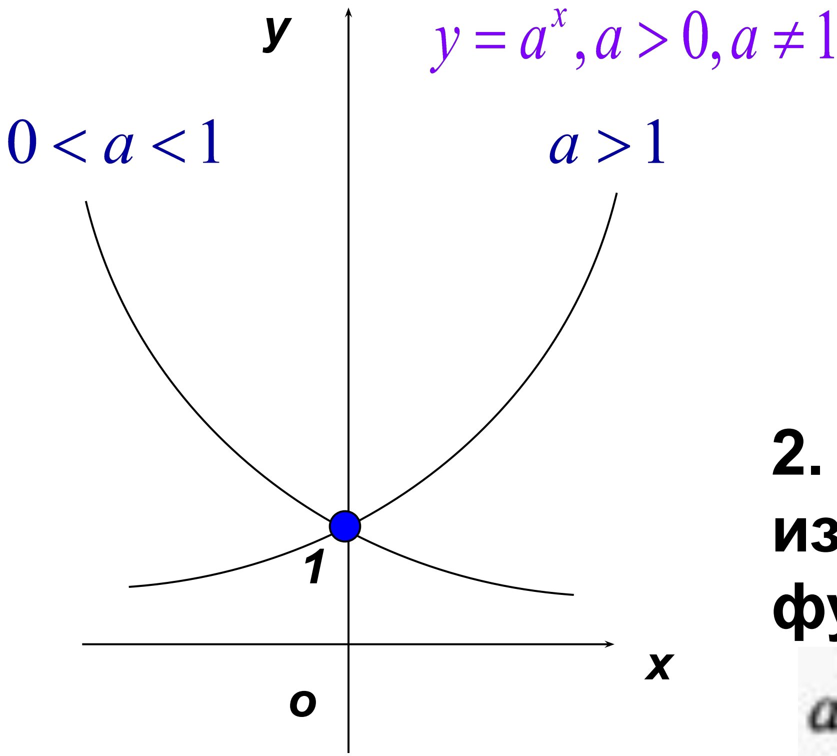


График показательных функций при м

$0 < a < 1$

Рассмотрим некоторые свойства построенных графиков



1. **Каждый из графиков расположен выше оси Ох, потому что при а > 0 $a^x > 0$ для любых рациональных значений х.**

2. При а > 1 график функции $y=a^x$ изображает возрастающую функцию, т.к. при а > 1

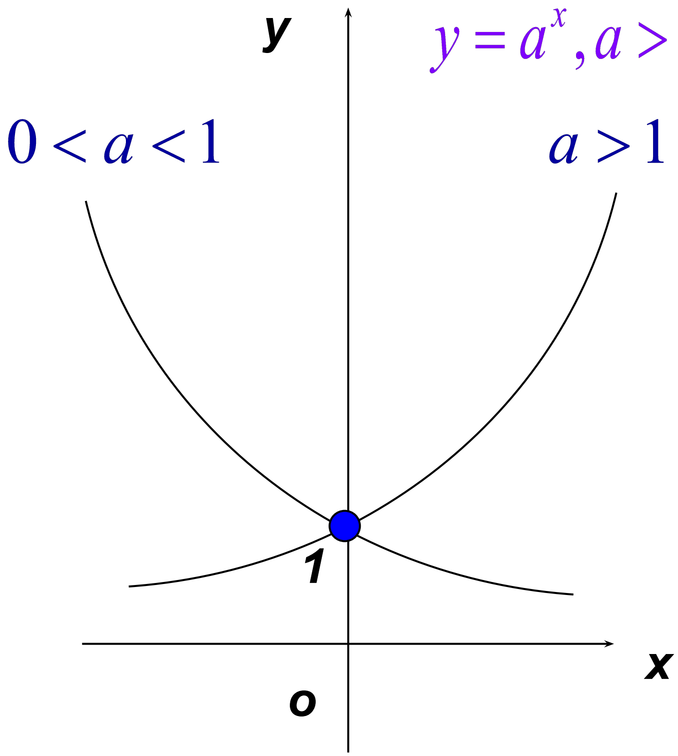
$$a^{x_1} < a^{x_2} \quad \text{для} \quad x_1 < x_2.$$

При этом

$$a^x \to +\infty \quad \text{при} \quad x \to +\infty,$$
$$a^x \to 0 \quad \text{при} \quad x \to -\infty.$$

Рассмотрим некоторые свойства построенных графиков

$y = a^x, a > 0, a \neq 1$



3. При 0 < а <1 график функции $y=a^x$ изображает убывающую функцию, т.к. при таком значении а

$$a^{x_1} > a^{x_2} \quad \text{для} \quad x_1 < x_2.$$

При этом

$$a^x \to 0 \quad \text{при} \quad x \to +\infty,$$
$$a^x \to +\infty \quad \text{при} \quad x \to -\infty.$$

Определение

Функцию вида $y = a^x$,

где x – переменная,

a - заданное число, a >0, a ≠1

называют показательной функцией

с основанием а

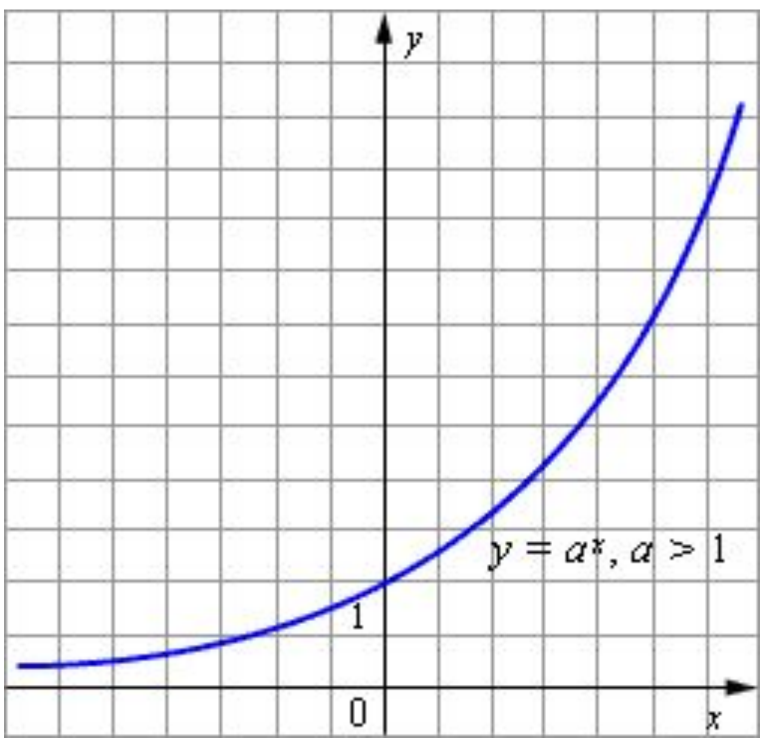
Примеры: $y = 3^x;$ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x;$ $y = 0{,}4^x$

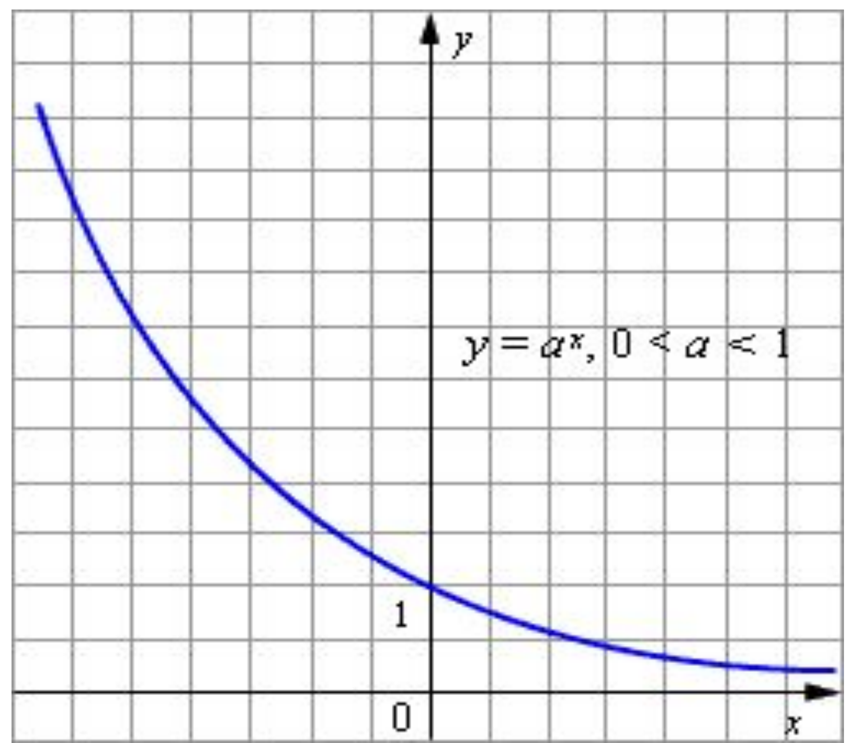
При этом значения функции $y = a^x$ вычисляют для рациональных $x = \frac{p}{q}$ $(q \geqslant 2)$ по формуле $a^x = \sqrt[q]{a^p}$, а для иррациональных x по формуле

$$a^x = \lim_{r_k \to x} a^{r_k},$$

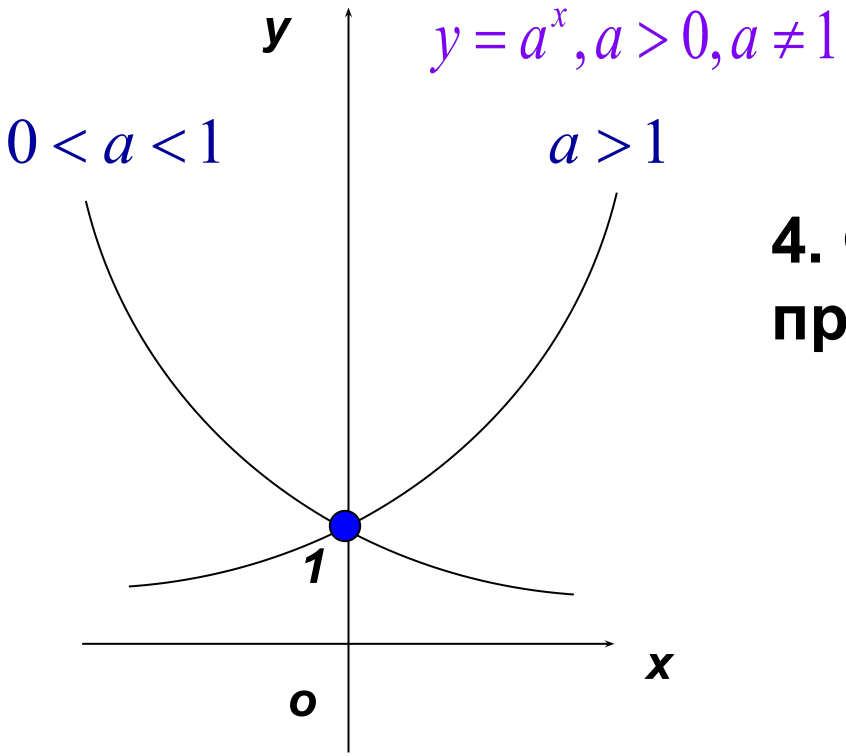
где $\{r_k\}$ — последовательность рациональных чисел, стремящихся к x.

Графики функции $y=a^x$ при $a > 1$ и при $0 < a < 1$ схематически изображены на рисунках





Рассмотрим некоторые свойства построенных графиков



4. Функция $y=a^x$ непрерывна на промежутке (- ∞; +∞)

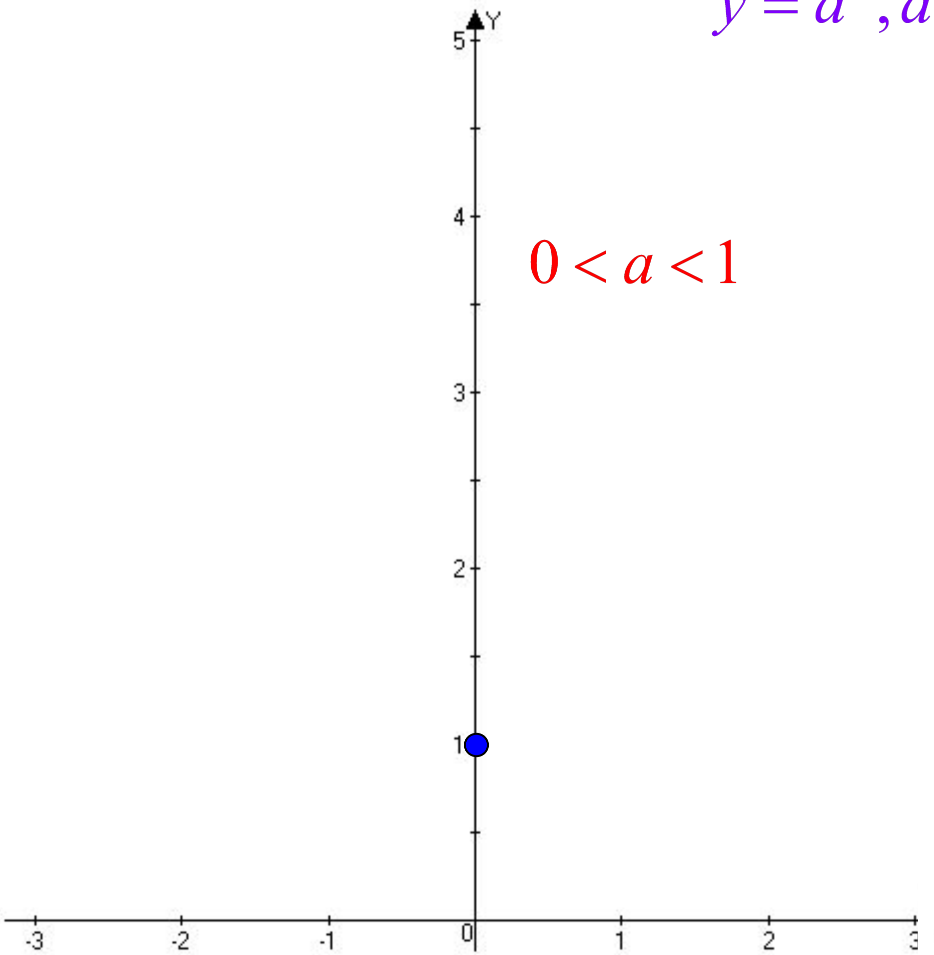
График показательной функции

$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$

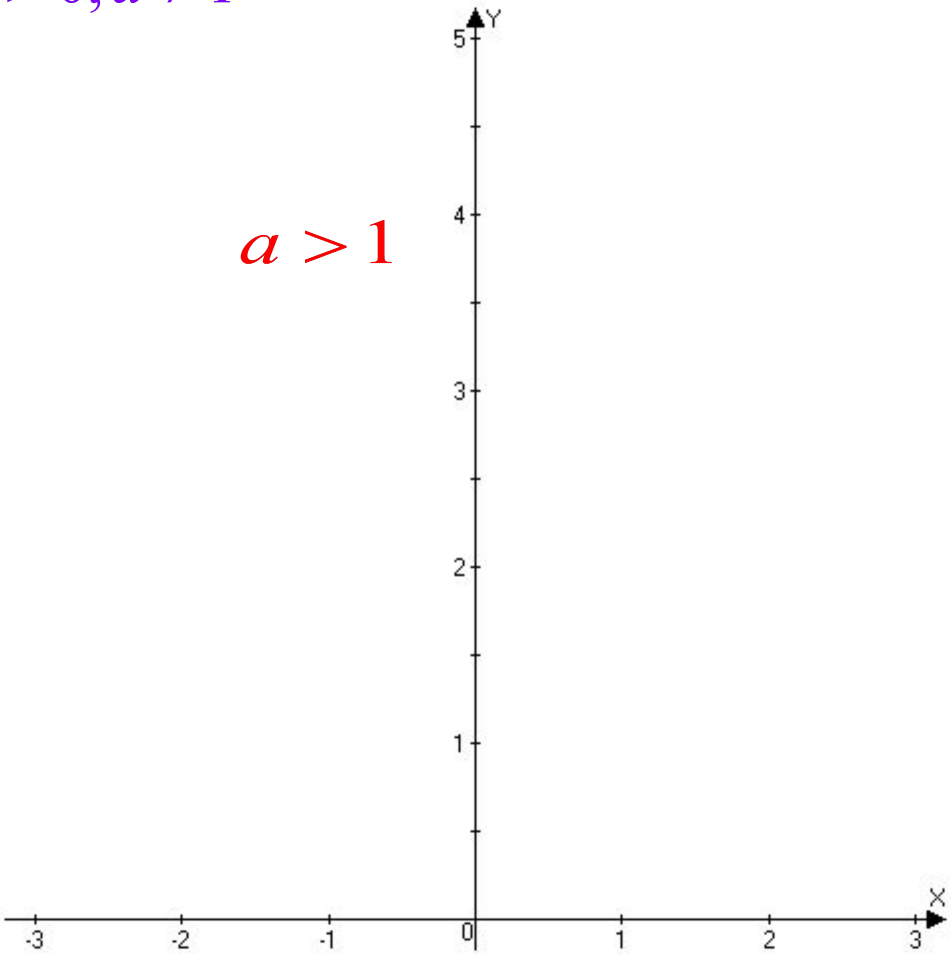
$y=4^x$ $y=3^x$ $y=2^x$

$$y=a^x, a>0, a\neq 1$$

$0<a<1$



$a>1$



Сохраняются также для любых действительных чисел x, x_1, x_2 и другие важные свойства показательной функции:

$$a^{x_1} \cdot a^{x_2} = a^{x_1 + x_2} \quad (a > 0,\ a \neq 1),$$

$$a^{x_1} : a^{x_2} = a^{x_1 - x_2} \quad (a > 0,\ a \neq 1),$$

$$(a^{x_1})^{x_2} = a^{x_1 x_2} \quad (a > 0,\ a \neq 1).$$