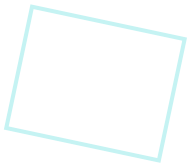




Свойства числовых неравенств

(8 класс)





А. Нивен





Определение

Действительное число **a** больше (меньше) действительного числа **b**, если их разность **(a-b)**- положительное (отрицательное) число.

Пишут: **$a > b$** (**$a < b$**)

Такие неравенства называются **строгими.**



Строгие неравенства

- $a > 0$ означает, что a – положительное число
- $a < 0$ означает, что a – отрицательное число
- $a > b$ означает, что $(a-b)$ -положительное число, т.е. $(a-b) > 0$
- $a < b$ означает, что $(a-b)$ -отрицательное число, т.е. $(a-b) < 0$



Нестрогие неравенства

- $a \geq 0$ означает, что **a** больше нуля или равно нулю, т.е. **a** – неотрицательное число, или что **a** не меньше нуля
- $a \leq 0$ означает, что **a** меньше нуля или равно нулю, т.е. **a** – неположительное число, или что **a** не больше нуля





Лестрогие неравенства

- $a \geq b$ означает, что **a** больше **b** или равно **b**, т.е. **a-b** – неотрицательное число, или что **a** не меньше **b**; $a-b \geq 0$
- $a \leq b$ означает, что **a** меньше **b** или равно **b**, т.е. **a-b** – неположительное число, или что **a** не больше **b**; $a-b \leq 0$



Свойства числовых неравенств

Свойства:

1) если $a > b$, $b > c$, то $a > c$

2) если $a > b$, то $a + c > b + c$

3) если $a > b$ и $m > 0$, то $am > bm$

4) если $a > b$ и $m < 0$, то $am < bm$

5) если $a > b$, то $-a < -b$

Например:

1) если $5 > 3$, $3 > -4$, то $5 > -4$

2) если $5 > 3$, то $5 + 2 > 3 + 2$

3) если $5 > 3$ и $10 > 0$, то $5 \cdot 10 > 3 \cdot 10$, т.е. $50 > 30$

4) если $5 > 3$ и $-2 < 0$, то $5 \cdot (-2) < 3 \cdot (-1)$, т.е. $-10 < -3$

5) если $5 > 3$, то $-5 < -3$

Свойства числовых неравенств

6) если $a > b$, $c > d$, то

$$a + c > b + d$$

7) если $a > b > 0$ и $c > d > 0$,

$$\text{то } ac > bd$$

8) если $a > b \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$,

$$\text{то } a^n > b^n$$

9) если $a > b > 0$, то

$$1/a < 1/b$$

6) если $5 > 3$, $4 > 2$, то

$$5 + 4 > 3 + 2, \text{ т.е. } 7 > 5$$

7) если $5 > 3 > 0$ и $4 > 2 > 0$,

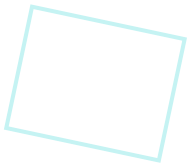
$$\text{то } 5 \cdot 4 > 3 \cdot 2, \text{ т.е. } 12 > 6$$

8) если $5 > 3 \geq 0$, $2 \in \mathbb{N}$,

$$\text{то } 5^2 > 3^2, \text{ т.е. } 25 > 9$$

9) если $5 > 3 > 0$, то

$$1/5 < 1/3$$



Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.

Найти оценку чисел:

а) $2a$ б) $-3b$ в) $a+b$ г) $a-b$ д) a^2 е) b^3 ж)
 $1/a$

Решение: а) $2a$?

$$2,1 < a < 2,2$$

$$2 \cdot 2,1 < 2a < 2,2 \cdot 2$$

$$4,2 < 2a < 4,4$$

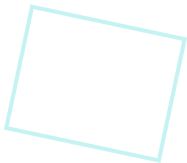
Решение: б) $-3b$?

$$3,7 < b < 3,8$$

$$-3 \cdot 3,7 > -3 \cdot b > -3 \cdot 3,8$$

$$-11,1 > -3b > -11,4$$

$$-11,4 < -3b < -11,1$$



Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.

Найти оценку чисел:

а) $2a$ б) $-3b$ в) $a+b$ г) $a-b$ д) a^2 е) b^3 ж) $1/a$

Решение: в) $a+b$?

Сложим почленно
неравенства одинакового
смысла

$$\begin{array}{l} 2,1 < a < 2,2 \\ 3,7 < b < 3,8 \\ \hline 5,8 < a+b < 6,0 \end{array}$$

Решение: г) $a-b$?

$3,7 < b < 3,8$.
 $-1 \cdot 3,7 > -1 \cdot b > -1 \cdot 3,8$
 $-3,7 > -b > -3,8$
 $-3,8 < -b < -3,7$

Сложим почленно неравенства
одинакового смысла

$$\begin{array}{l} 2,1 < a < 2,2 \\ -3,8 < -b < -3,7 \\ \hline -1,7 < a-b < -1,5 \end{array}$$

Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.

Найти оценку чисел:

а) $2a$ б) $-3b$ в) $a+b$ г) $a-b$ д) a^2 е) b^3 ж) $1/a$

Решение: д) a^2

Обе части двойного неравенства $2,1 < a < 2,2$ положительны, значит

$$(2,1)^2 < (a)^2 < (2,2)^2$$

$$4,41 < a^2 < 4,84$$

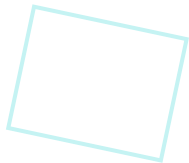
Решение: е) b^3

Возведем все части неравенства

$$3,7 < b < 3,8 \text{ в куб}$$

$$(3,7)^3 < (b)^3 < (3,8)^3$$

$$50,653 < (b)^3 < 54,872$$



Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.

Найти оценку чисел:

а) $2a$ б) $-3b$ в) $a+b$ г) $a-b$ д) a^2 е) b^3 ж) $1/a$

Решение: ж) $1/a$

По свойствам неравенств
если $a > 0$; $b > 0$ и $a < b$, то $1/a > 1/b$

Значит, если $2,1 < a < 2,2$, то

$$1 : 2,1 > 1 : a > 1 : 2,2$$

$$10/21 > 1 : a > 5/11$$

Т.к. $110/231 > 1 : a > 105/231$

$$105/231 < 1/a < 110/231$$

$$5/11 < 1/a < 10/21$$

