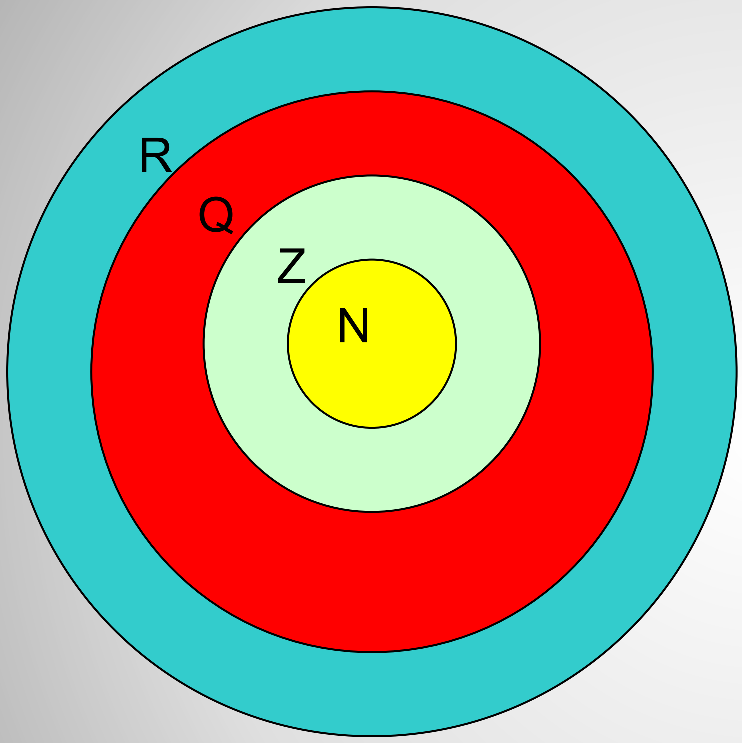
Числа

«Мысль выражать все числа девятью знаками, придавая им, кроме значения по форме, еще и значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно понять, насколько она удивительна».

Пьер Симон Лаплас (1749-1827)



- N - натуральные числа
- Z - целые числа
- Q - рациональные числа
- R -действительные числа

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

Натуральные числа

Числа 1, 2, 3, …, употребляемые при счете предметов, образуют множество ***натуральных*** чисел**.**

Обозначают буквой **N.**

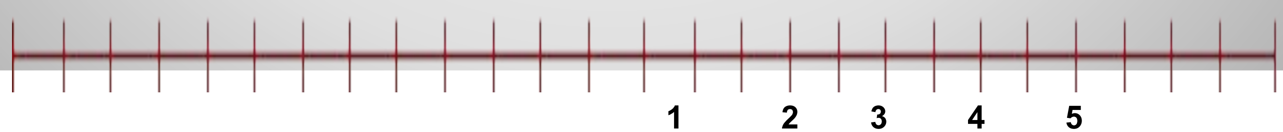
Например, запись 27Є **N** читается: «27 принадлежит множеству натуральных чисел».

Любое натуральное число в десятичной системе счисления записывается с помощью цифр 0, 1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9.

Например, запись 2457 означает, что 2457=2•1000+4•100+5•10+7.

Вообще если a - цифра тысяч, b –цифра сотен, d-цифра десятков и c- цифра единиц то имеем a • 1000+b•100+**c**•10+d**.**

Используется также сокращенная запись abcd.

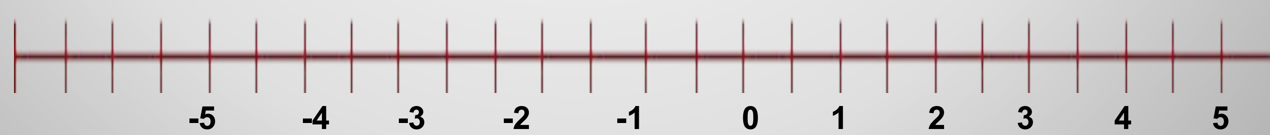


<u>Целые числа</u>

<u>Натуральные числа, противоположные им числа и число нуль Составляют множество ***целых*** чисел.</u>

Обозначают буквой **Z.**

<u>Например, </u>запись -27Є **Z** читается: «-27 принадлежит множеству целых чисел».



Рациональные числа

Целые и дробные числа (положительные и отрицательные) составляют множество ***рациональных*** чисел.

Обозначают буквой **Q.**

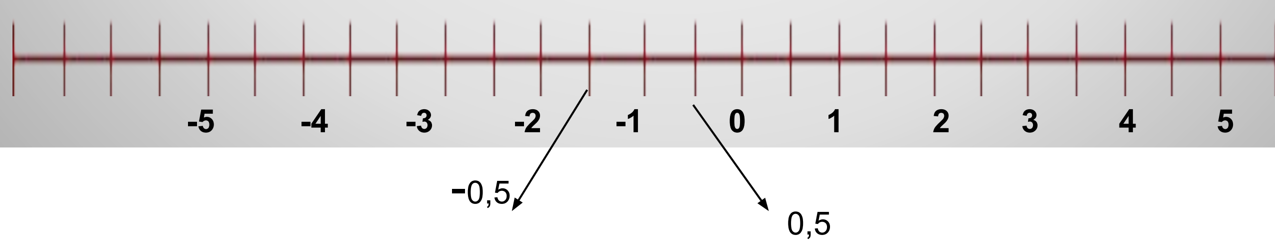
Например, запись -3,5Є **Q** читается: «-3.5 принадлежит множеству рациональных чисел».

Всякое рациональное число можно представить в виде дроби, **m/n**, где **m** Є **Z**, **n** Є **N**. Например: 5=5/1=10/2=15/3, 0,7=7/10, -4=-4/1.

Каждое рациональное число может быть представлено в виде бесконечной десятичной периодической дроби. Например:

5 8,377

$$\frac{7}{22}$$



5=5,000000….=5,(0)

8,377=8,377…=8,3(7)

$$\frac{7}{22}=?$$

$$\frac{7}{22}= \quad 0,31818...=0,3(18)$$

Каждое рациональное число может быть представлено в виде конечной десятичной дроби или бесконечной десятичной периодической дроби.

Рациональное число (лат. ratio — отношение, деление, дробь) — число, представляемое обыкновенной дробью , где числитель m — целое число, а знаменатель n — натуральное число. Такую дробь следует понимать как результат деления m на n, даже если нацело разделить не удаётся. В реальной жизни рациональные числа используются для счёта частей некоторых целых, но делимых объектов, например, тортов или других продуктов, разрезаемых на несколько частей

Множество рациональных чисел

Множество рациональных чисел обозначается и может быть записано в виде:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Нужно понимать, что численно равные дроби

такие как, например, $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{12}$, входят в это множество как

одно число. Поскольку делением числителя и знаменателя дроби на их наибольший общий делитель можно получить единственное несократимое представление рационального числа, то можно говорить об их множестве как о множестве несократимых дробей со взаимно простыми целым числителем и натуральным знаменателем:

Рациональные числа как бесконечные десятичные дроби

Для всех рациональных чисел можно использовать один и тот же способ записи. Рассмотрим

1. Целое число 5

   5,000

2. Обыкновенную дробь $\frac{7}{22}$

   0, 3(18)

3. Десятичную дробь 8,377

   8,3(7)

Пример. **Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную периодическую дробь.**

Положим, что x=1,(23), т.е. 1,232323…

100x=123,2323…

100x=123,2323…

- x=1,2323…

99x=122

$$x=\frac{122}{99}$$

Итак: $1,(23)=\frac{122}{99}$

Положим x=1,5(23)=1,52323…
Сначала умножим на 10.
Получим 15,2323.., а потом ещё на 100

1000x=1523,2323…
- 10x= 15,232323…

990x=1508

$$x = \frac{1508}{999}$$

Итак: $1{,}5(23) = \frac{1508}{999}$

Пусть x=0,1(9), тогда

100x=19,999…

-10x=   1,999…

  90x=18

Итак, x=0,1(9)= $\frac{18}{90}=\frac{1}{5}$, но

$\frac{1}{5}=0{,}2$

Замечание: **В примере мы видим, что 0,1(9)=0,2(0). Аналогично можно установить, что 2,45(9)=2,46(0) и т.д. Поэтому обычно десятичные дроби с периодом 9 не рассматриваются, заменяют их соответственно дробями с периодом 0.**

Иррациональные числа

- К **иррациональным** числам относятся бесконечные десятичные непериодические дроби. *Например:* 3,01001…,
- **π ≈** 3,145926…,

  √2 **≈**1,4…

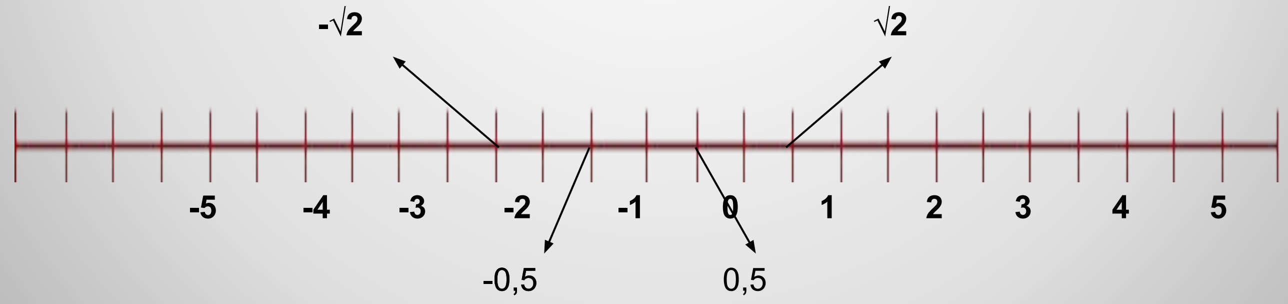
  √3 **≈**1,7

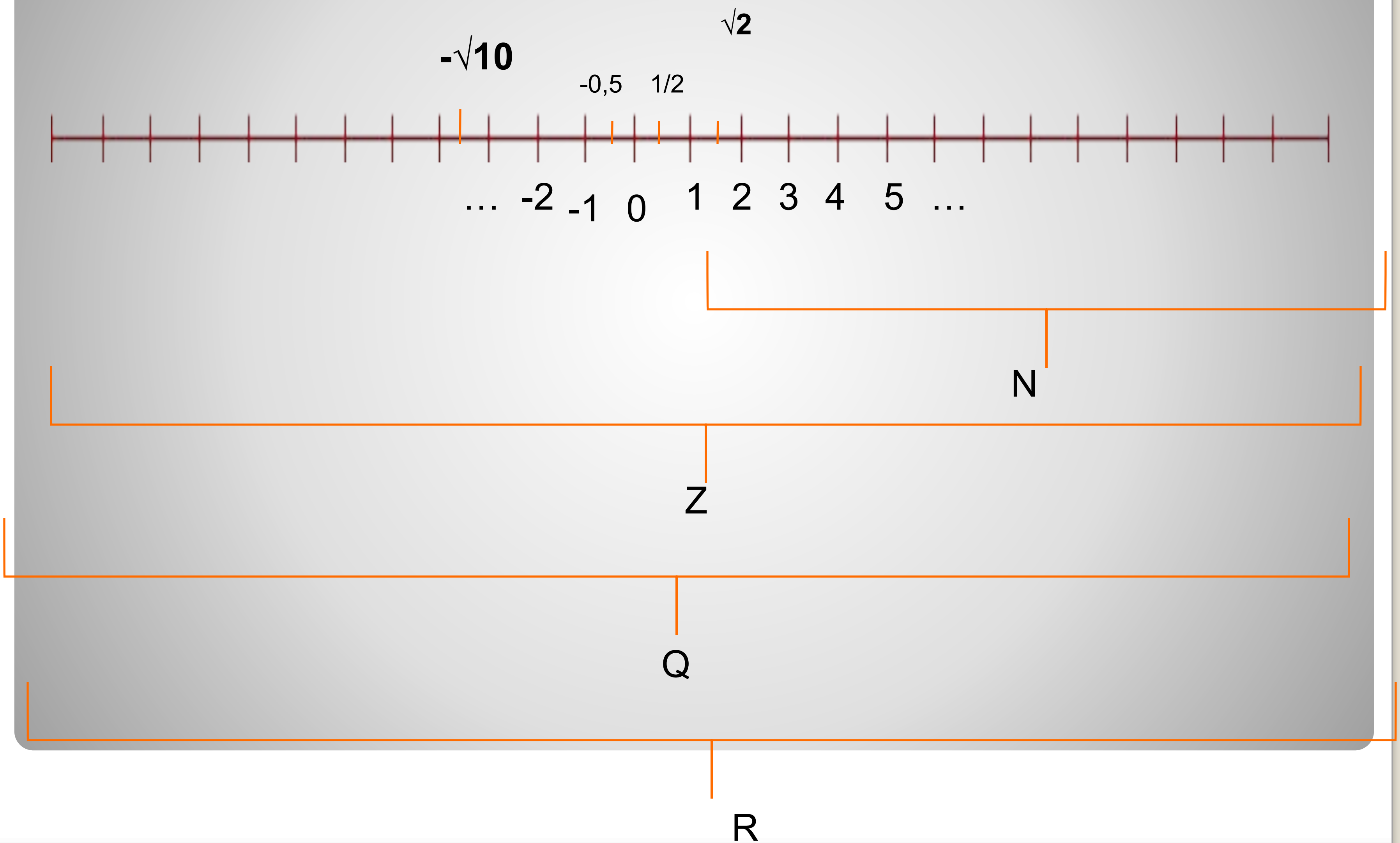
Действительные числа

- Множество ***действительных*** чисел состоит из рациональных и иррациональных чисел.
  Обозначают буквой **R**. *Например,* запись -3,5Є **R** читается: «-3.5 принадлежит множеству действительных чисел».

- Множество ***действительных*** чисел называют также ***числовой прямой.*** Каждой точке координатной прямой соответствует некоторое действительное число, и каждому действительному числу соответствует точка на координатной прямой.

- К **иррациональным** числам относятся бесконечные десятичные непериодические дроби. *Например:* 3,01001…, **п ≈** 3,145926…,
  √2 **≈**1,4.




√2
-√10
-0,5
1/2
… -2 -1 0 1 2 3 4 5 …
N
Z
Q
R