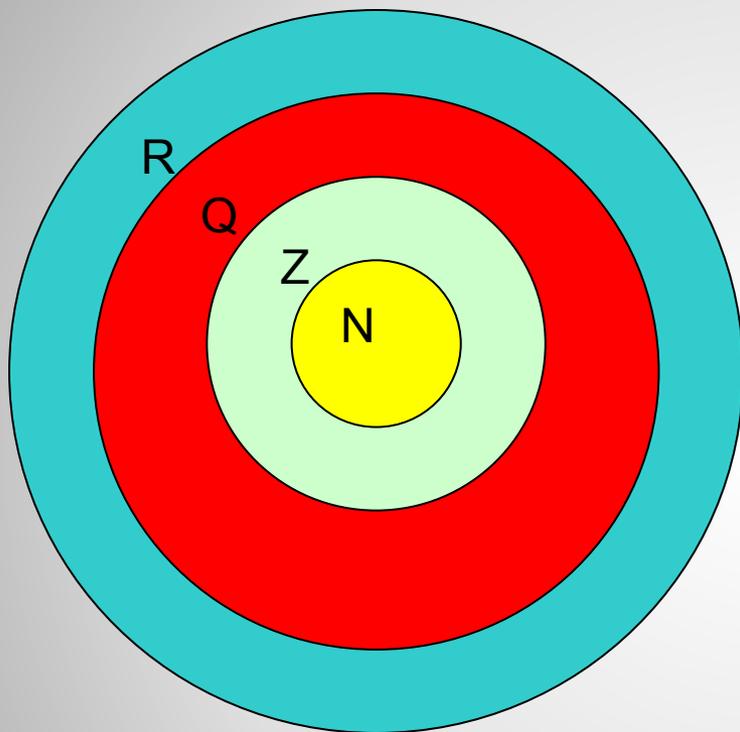


Числа

«Мысль выразить все числа девятью знаками, придавая им, кроме значения по форме, еще и значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно понять, насколько она удивительна».

Пьер Симон Лаплас (1749-1827)



- N - натуральные числа
- Z - целые числа
- Q - рациональные числа
- R - действительные числа

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

Натуральные числа

Числа 1, 2, 3, ..., употребляемые при счете предметов, образуют множество **натуральных** чисел.

Обозначают буквой **N.**

Например, запись 27 ∈ **N** читается: «27 принадлежит множеству натуральных чисел».

Любое натуральное число в десятичной системе счисления записывается с помощью цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Например, запись 2457 означает, что $2457 = 2 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$.

Вообще если a - цифра тысяч, b - цифра сотен, d - цифра десятков и c - цифра единиц то имеем $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$.

Используется также сокращенная запись $abcd$.



Целые числа

Натуральные числа, противоположные им числа и число нуль Составляют множество **целых** чисел.

Обозначают буквой \mathbf{Z} .

Например, запись $-27 \in \mathbf{Z}$ читается: « -27 принадлежит множеству целых чисел».



Рациональные числа

Целые и дробные числа (положительные и отрицательные) составляют множество **рациональных** чисел.

Обозначают буквой **Q**.

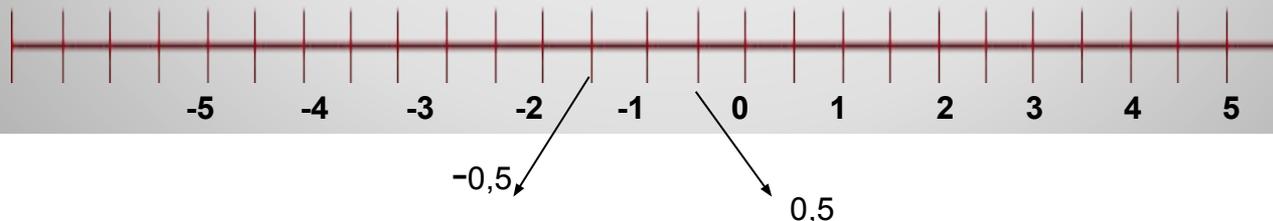
Например, запись $-3,5 \in \mathbf{Q}$ читается: « $-3,5$ принадлежит множеству рациональных чисел».

Всякое рациональное число можно представить в виде дроби, m/n , где $m \in \mathbf{Z}$, $n \in \mathbf{N}$. Например: $5 = 5/1 = 10/2 = 15/3$, $0,7 = 7/10$, $-4 = -4/1$.

Каждое рациональное число может быть представлено в виде бесконечной десятичной периодической дроби. Например:

5

8,377

$$\frac{7}{22}$$


$$5 = 5,000000\dots = 5,(0)$$

$$8,377 = 8,377\dots = 8,3(7)$$

$$\frac{7}{22} = ?$$

$$\frac{7}{22} = 0,31818\dots = 0,3(18)$$

Каждое рациональное
число может быть
представлено в виде
конечной десятичной
дроби или бесконечной
десятичной
периодической дроби.

Рациональное число (лат. ratio — отношение, деление, дробь) — число, представляемое обыкновенной дробью $\frac{m}{n}$, где числитель m — целое число, а знаменатель n — натуральное число. Такую дробь следует понимать как результат деления m на n , даже если нацело разделить не удаётся. В реальной жизни рациональные числа используются для счёта частей некоторых целых, но делимых объектов, например, тортов или других продуктов, разрезаемых на несколько частей

Множество рациональных чисел

Множество рациональных чисел обозначается и может быть записано в виде:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Нужно понимать, что численно равные дроби

такие как, например, $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{12}$, входят в это множество как

одно число. Поскольку делением числителя и знаменателя дроби на их наибольший общий делитель можно получить единственное несократимое представление рационального числа, то можно говорить об их множестве как о множестве несократимых дробей со взаимно простыми целым числителем и натуральным знаменателем:

Рациональные числа как бесконечные десятичные дроби

Для всех рациональных чисел можно использовать один и тот же способ записи. Рассмотрим

1. Целое число 5

5,000

2. Обыкновенную дробь $\frac{7}{22}$

0, 3(18)

3. Десятичную дробь 8,377

8,3(7)

Пример. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную периодическую дробь.

Положим, что $x = 1,(23)$, т.е. $1,232323\dots$

$$100x = 123,2323\dots$$

$$100x = 123,2323\dots$$

$$\square \frac{x = 1,2323\dots}{}$$

$$99x = 122$$

$$x = \frac{122}{99}$$

$$\text{Итак: } 1,(23) = \frac{122}{99}$$

Положим $x = 1,5(23) = 1,52323\dots$

Сначала умножим на 10.

Получим $15,2323\dots$, а потом ещё на 100

$$1000x = 1523,2323\dots$$

$$\square \quad \frac{10x = 15,232323\dots}{990x = 1508}$$

$$x = \frac{1508}{999}$$

$$\text{Итак: } 1,5(23) = \frac{1508}{999}$$

Пусть $x=0,1(9)$, тогда

$$100x=19,999\dots$$

$$\underline{-10x= 1,999\dots}$$

$$90x=18$$

$$\text{Итак, } x=0,1(9)=\frac{18}{90}=\frac{1}{5}, \text{ но}$$

$$\frac{1}{5}=0,2$$

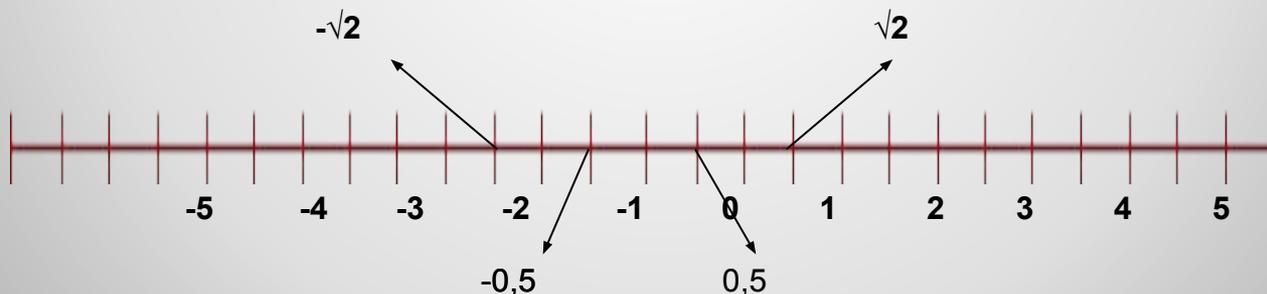
Замечание: В примере мы видим, что $0,1(9)=0,2(0)$. Аналогично можно установить, что $2,45(9)=2,46(0)$ и т.д. Поэтому обычно десятичные дроби с периодом 9 не рассматриваются, заменяют их соответственно дробями с периодом 0.

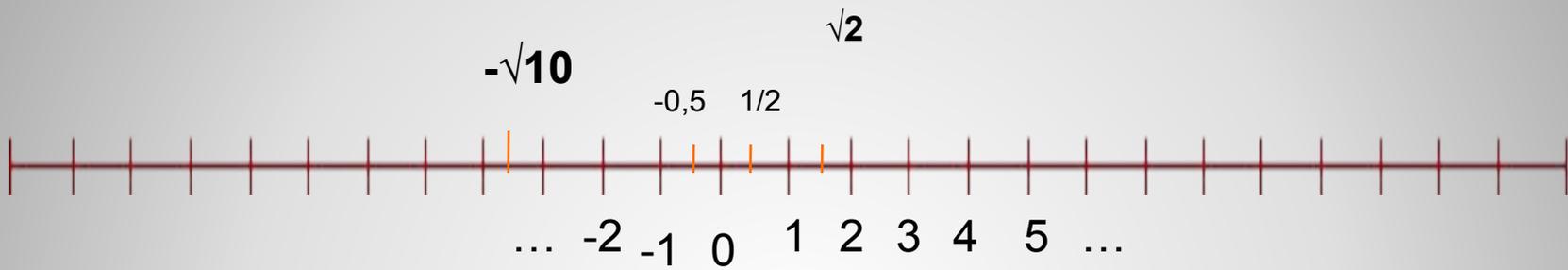
Иррациональные числа

- К иррациональным числам относятся бесконечные десятичные непериодические дроби. Например:
3,01001....,
- $\pi \approx 3,145926\dots$,
 $\sqrt{2} \approx 1,4\dots$
 $\sqrt{3} \approx 1,7$

Действительные числа

- Множество действительных чисел состоит из рациональных и иррациональных чисел.
Обозначают буквой **R**. Например, запись $-3,5 \in \mathbf{R}$ читается: « -3.5 принадлежит множеству действительных чисел».
- Множество действительных чисел называют также числовой прямой.
Каждой точке координатной прямой соответствует некоторое действительное число, и каждому действительному числу соответствует точка на координатной прямой.
- К иррациональным числам относятся бесконечные десятичные непериодические дроби. Например: $3,01001\dots$, $\pi \approx 3,145926\dots$, $\sqrt{2} \approx 1,4$.





N

Z

Q

R