



*Применение метода интервалов
при решении
тригонометрических
неравенств.*

Выполнили:
Кокушева Айару 10А
Тебекова Айсулу 10В



Решение простейших тригонометрических неравенств на единичной окружности

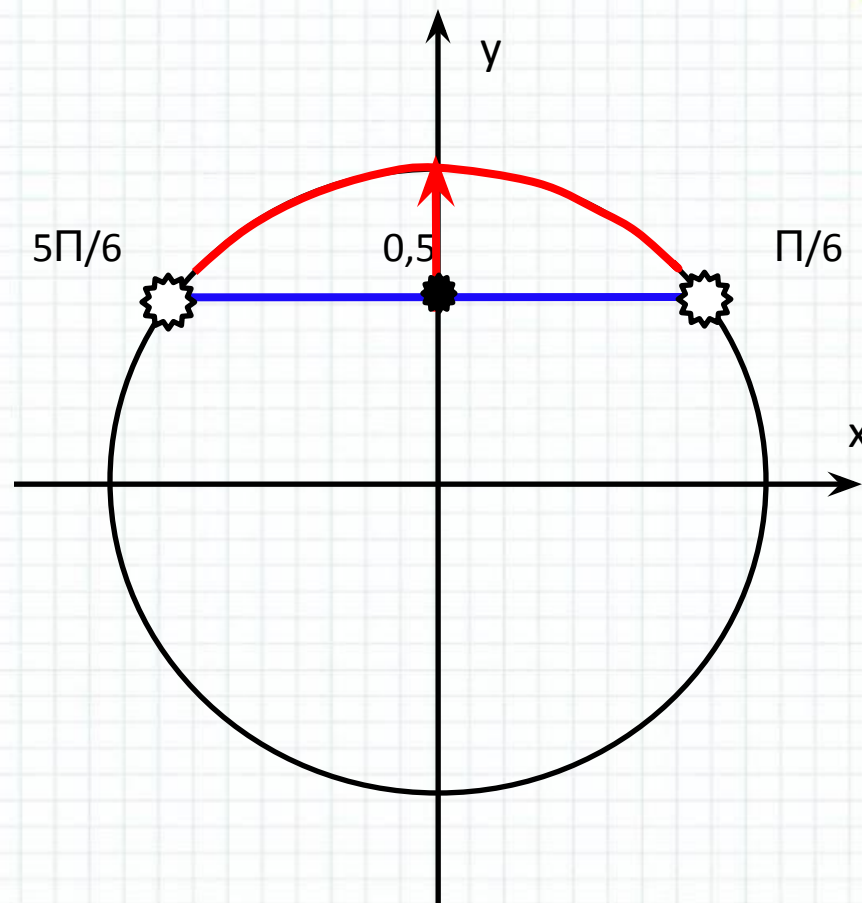


Решим неравенство

$$\sin x > 0,5$$

Ответ:

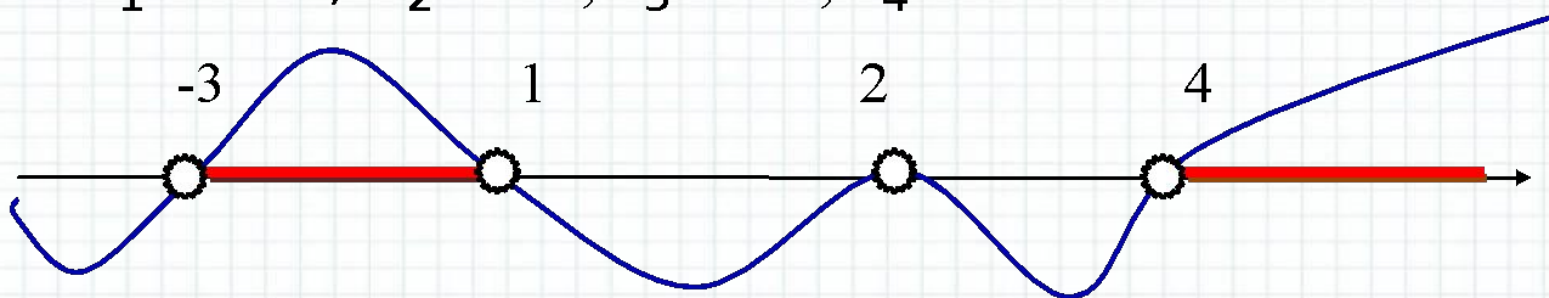
$$\pi/6 + 2\pi n < x < 5\pi/6 + 2\pi n, \\ n \in \mathbb{Z}$$



Метод интервалов

Решить неравенство $\frac{(x-1)(x-2)^2}{(x+3)(x-4)^3} > 0$

$$x_1 = -3; x_2 = 1; x_3 = 2; x_4 = 4$$



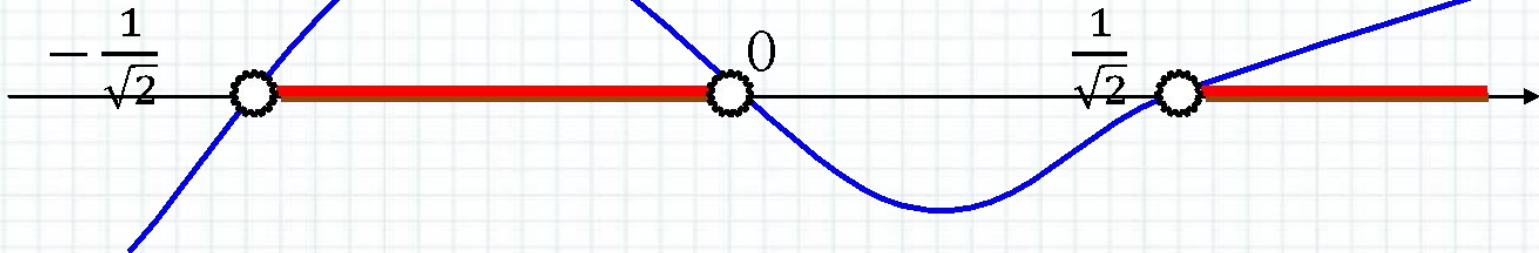
РЕШИМ НЕРАВЕНСТВО $\cos 2x \cos x > 0$

$$(2\cos^2 x - 1)\cos x > 0$$

$$(\sqrt{2}\cos x - 1)(\sqrt{2}\cos x + 1)\cos x > 0$$

$$\cos x = y$$

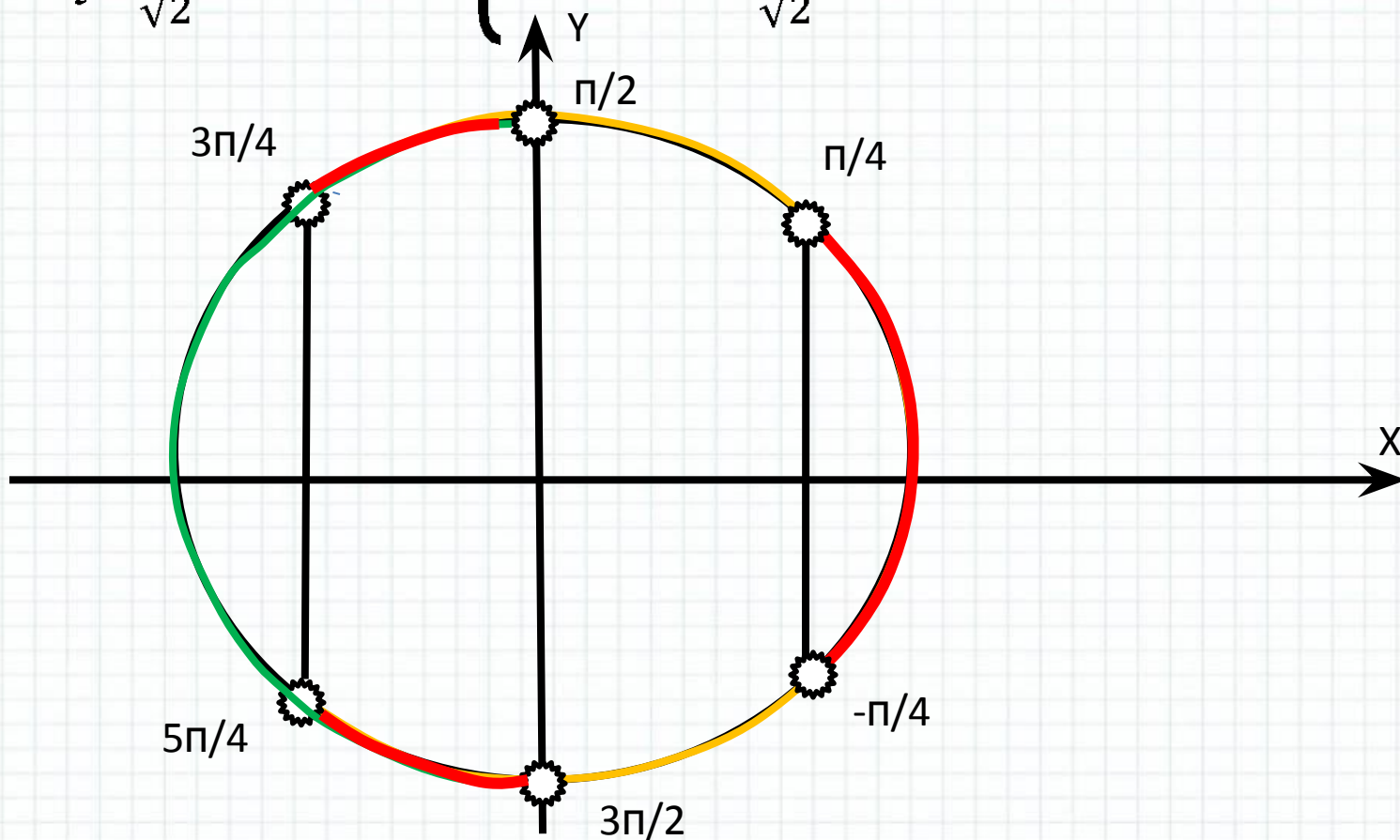
$$(y - \frac{1}{\sqrt{2}})(y + \frac{1}{\sqrt{2}})y > 0$$



Решим полученную совокупность

$$\begin{cases} y > -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ y < 0 \end{cases}$$
$$y > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} \cos x > -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos x < 0 \end{cases}$$
$$\cos x > \frac{1}{\sqrt{2}}$$



ОТВЕТ

$$X \in \left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$$



Решим неравенство $\cos 2x \cos x > 0$ методом интервалов.

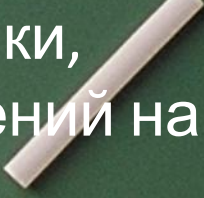
1) Левую часть приведём к виду произведения функций.


$$\cos 2x \cos x > 0$$

2) Определим нули функций или разрывы.

для этого решим уравнения $\cos 2x = 0$; $\cos x = 0$.

3) Расставим на единичной окружности точки, являющиеся представителями всех решений на промежутке от 0 до 2π .



- 4) выберем значение угла из любого полученного промежутка и вычислим значение функции .
 - 5) Проведём луч через начало координат и точку на окружности, которая соответствует выбранному углу.
 - 6) Отметим на данном луче точку G внутри окружности, если значение функции отрицательно, снаружи окружности, если значение функции положительно.
 - 7) Проведем через точки на окружности волну, начиная с точки G .
 - 8) Выбираем промежутки соответствующие знаку неравенства.
- 

$$\cos 2x = 0$$

$$2x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi/4 + (\pi n)/2, n \in \mathbb{Z}$$

$$n=0, x = \pi/4$$

$$n=1, x = (3\pi)/4$$

$$n=2, x = (5\pi)/4$$

$$n=3, x = (7\pi)/4$$

$$n=4, x > 2\pi$$

$$\cos x = 0$$

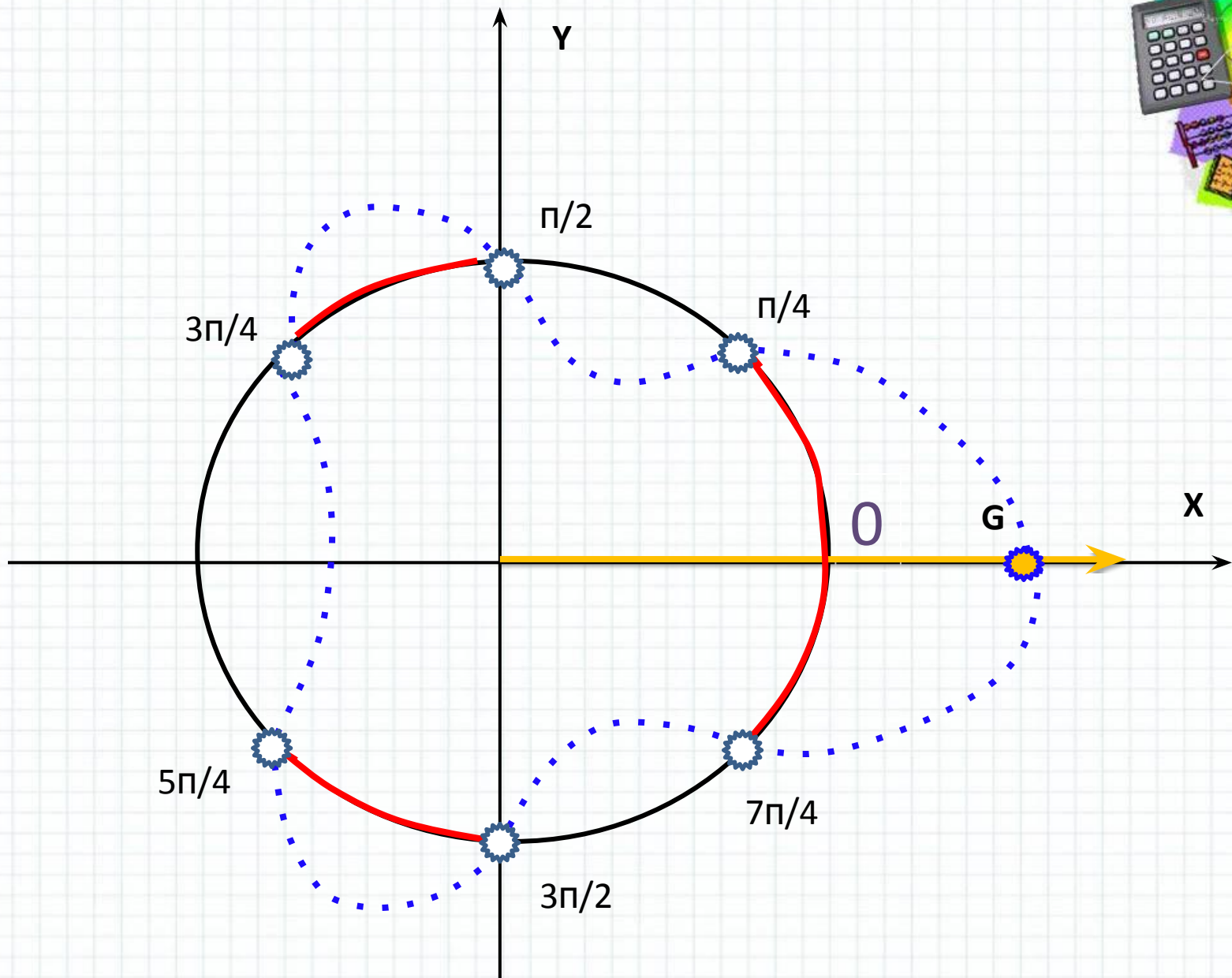
$$x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$n=0, x = \pi/2$$

$$n=1, x = (3\pi)/2$$

$$n=3, x > 2\pi$$





ОТВЕТ

$$X \in \left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$$



Решим неравенство $\frac{\sin x \sin 3x}{\cos x \sin 2x} > 0$

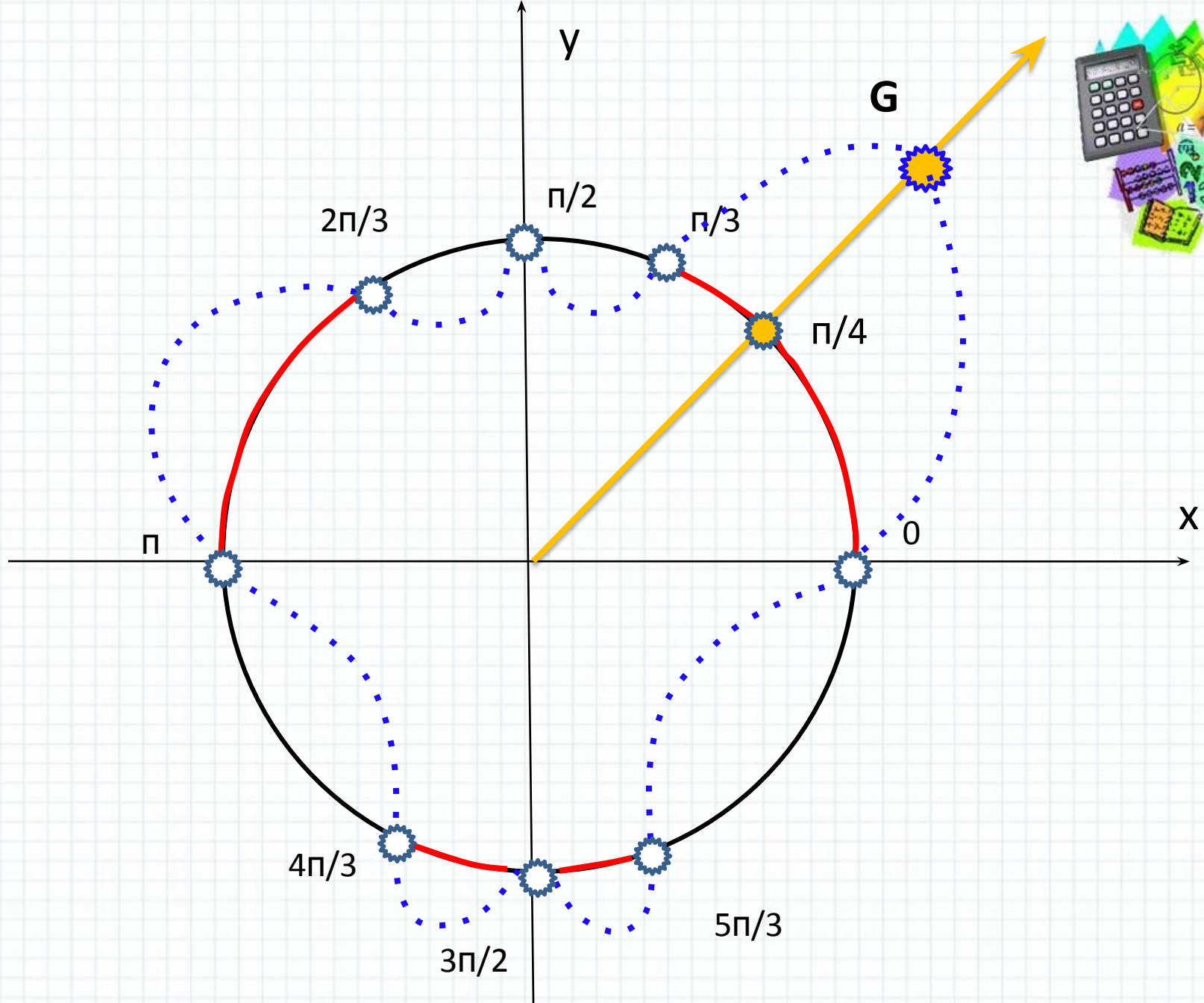
$\sin x = 0$	$\sin 3x = 0;$	$\cos x = 0;$	$\sin 2x = 0$
$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$
0	0	$\pi/2$	0
π	$\pi/3$	$3\pi/2$	$\pi/2$
2π	$2\pi/3$		π
	π		$3\pi/2$
	$4\pi/3$		
	$5\pi/3$		

$0; \pi$ – трёхкратные корни

$\pi/2; \frac{3\pi}{2}$ – двукратные корни

Замечание:

Если корень чётной кратности, то волна не меняет своего направления.



ОТВЕТ

$$X \in \left(2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$$

$$\cup \left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in Z$$



Решить неравенство: $\sin x \operatorname{tg} x \cos 4x < 0$

$$\cos 4x = 0$$

$$4x = \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi/8 + \pi k/4, k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0, x = \pi/8$$

$$k=1, x = 3\pi/8$$

$$k=2, x = 5\pi/8$$

$$k=3, x = 7\pi/8$$

$$k=4, x = 9\pi/8$$

$$k=5, x = 11\pi/8$$

$$k=6, x = 13\pi/8$$

$$k=7, x = 15\pi/8$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0, x=0$$

$$k=1, x=\pi$$

$$\operatorname{tg} x = 0$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0, x=0$$

$$k=1, x=\pi$$



