Применение метода интервалов при решении тригонометрических неравенств.

Выполнили:
Кокушева Айару 10А
Тебекова Айсулу 10В

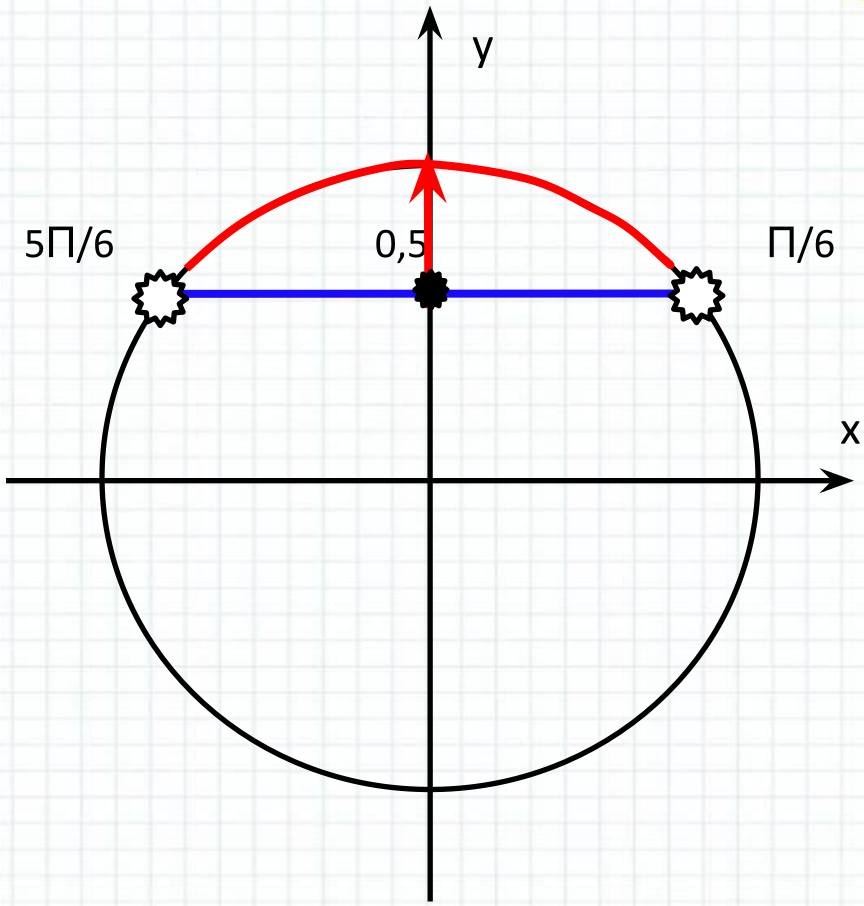
Решение простейших тригонометрических неравенств на единичной окружности

Решим неравенство

Sin x > 0,5

Ответ:

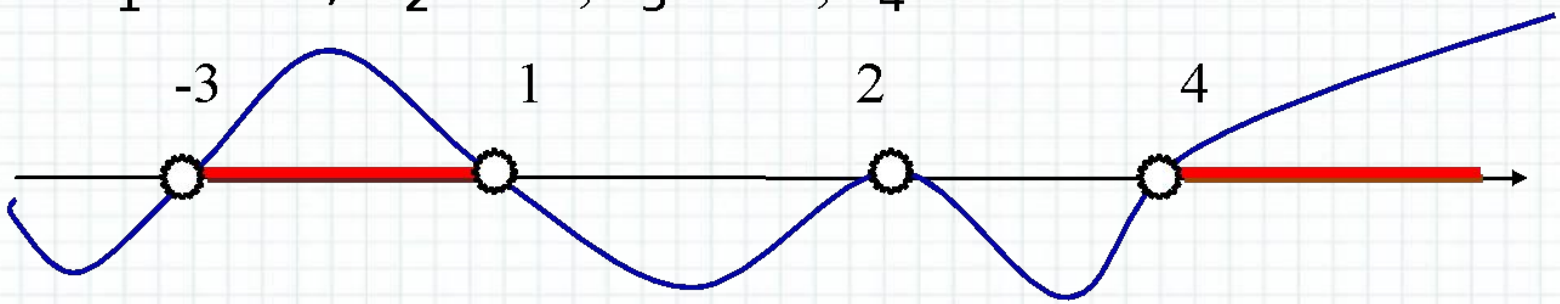
П/6+2Пn <x < 5П/6+2Пn ,
nЄZ



Метод интервалов

Решить неравенство $\dfrac{(x-1)(x-2)^2}{(x+3)(x-4)^3} > 0$

$x_1 = -3;\ x_2 = 1;\ x_3 = 2;\ x_4 = 4$



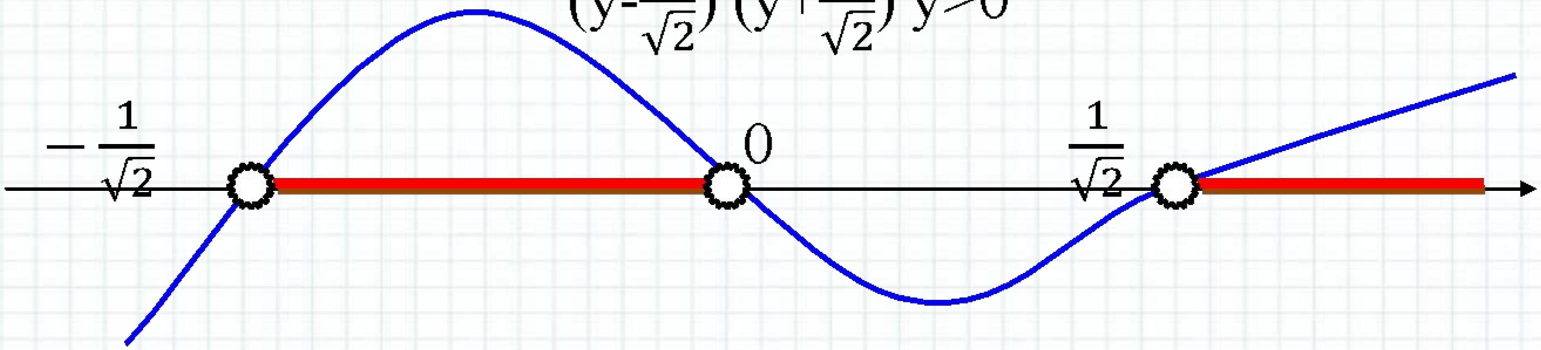
РЕШИМ НЕРАВЕНСТВО COS2X COSX>0

$$(2cos^2 x - 1)cosx > 0$$

$$(\sqrt{2}\cos x-1)(\sqrt{2}\cos x+1)\cos x > 0$$

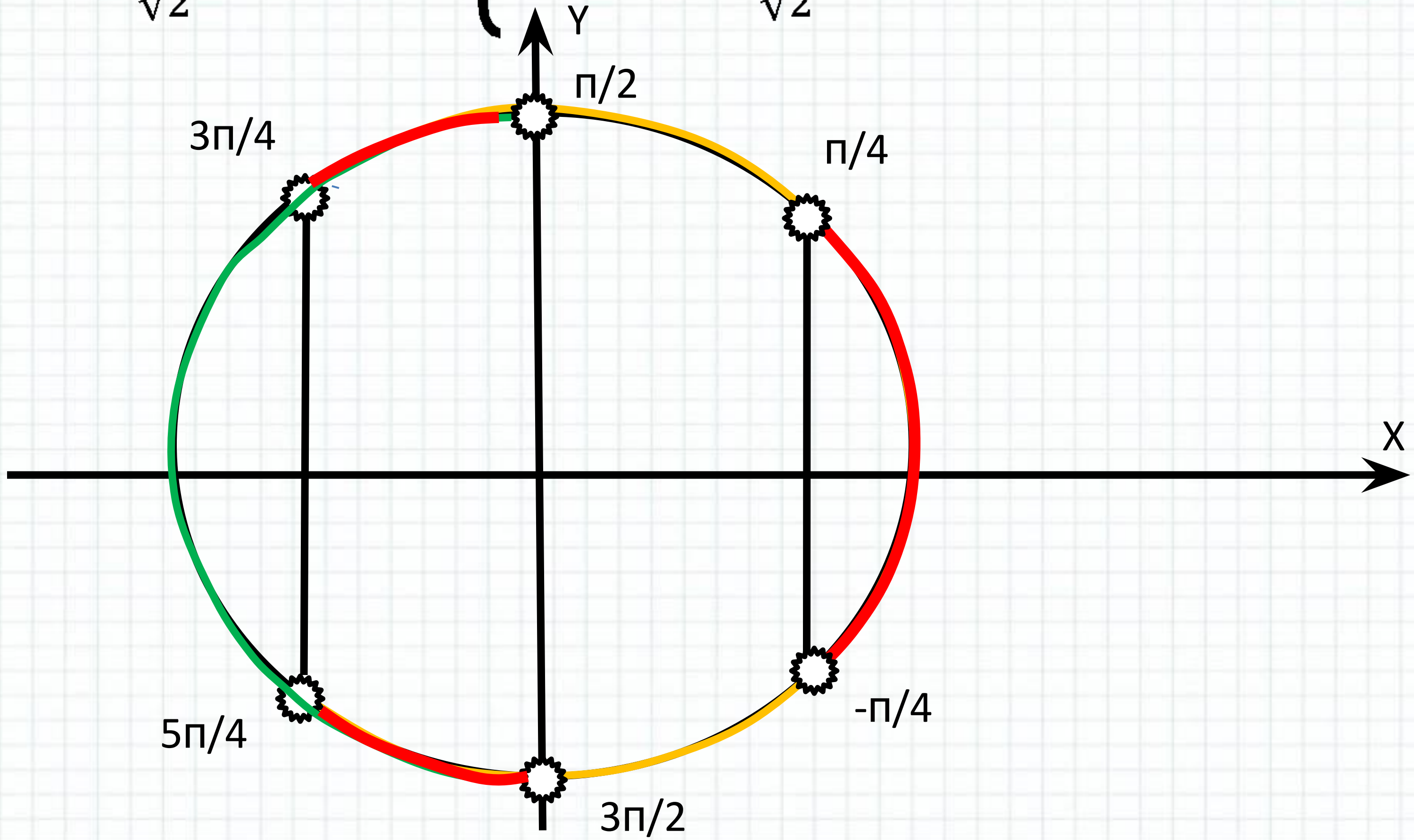
$$\cos x = y$$

$$\left(y-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(y+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)y>0$$



Решим полученную совокупность

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y > -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ y < 0 \end{cases} \\ \quad y > \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} cosx > -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ cosx < 0 \end{cases} \\ \quad \cos x > \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$$



ответ

$$X \in \left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in Z$$

Решим неравенство cos2x cos x >0 методом интервалов.

1) Левую часть приведём к виду произведения функций.

$$\cos 2x \cos x > 0$$

2) Определим нули функций или разрывы.

для этого решим уравнения $\cos 2x = 0$; $\cos x = 0$.

3) Расставим на единичной окружности точки, являющиеся представителями всех решений на промежутке от 0 до 2П.

4) выберем значение угла из любого полученного промежутка и вычислим значение функции .

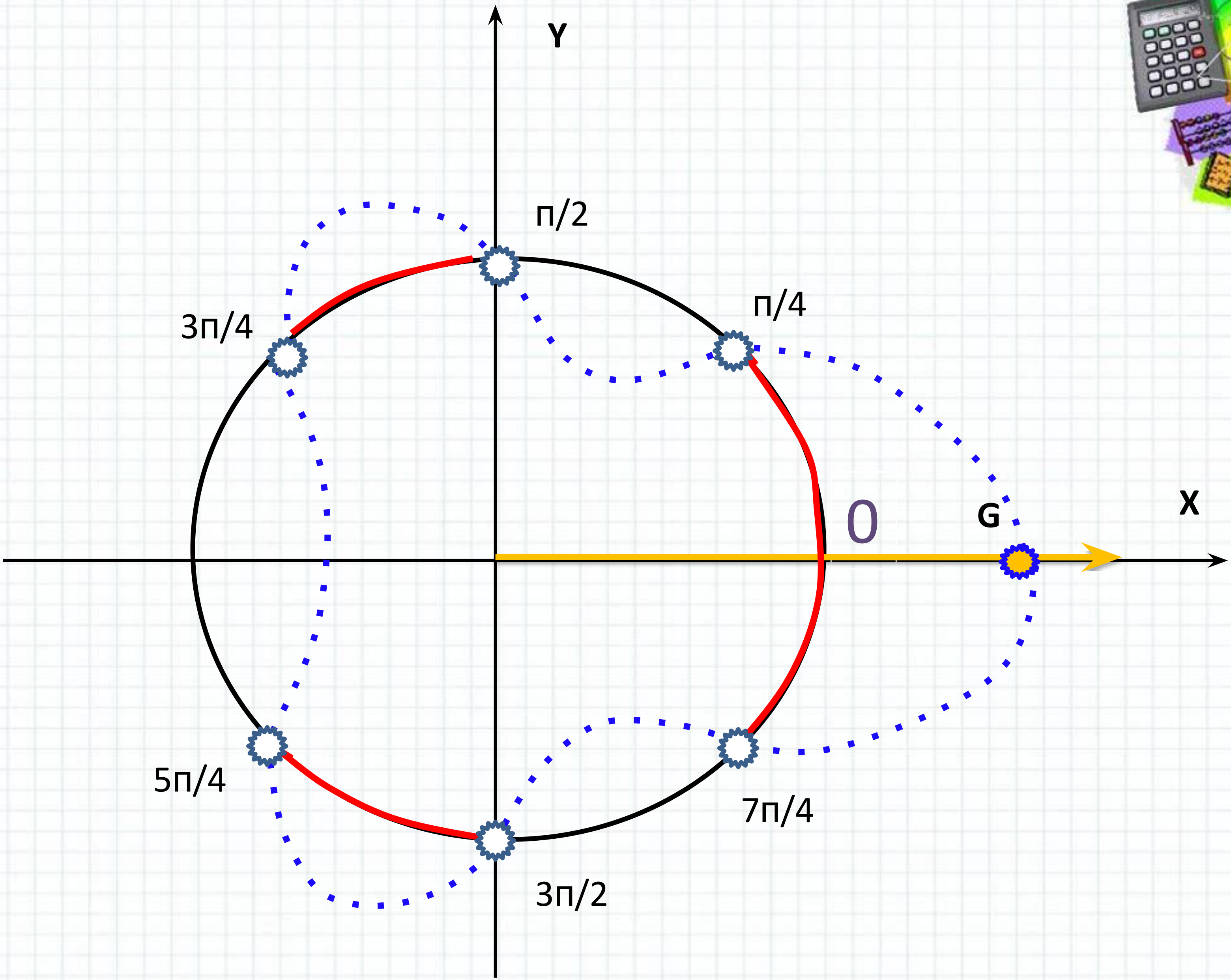
5) Проведём луч через начало координат и точку на окружности, которая соответствует выбранному углу.

6) Отметим на данном луче точку G внутри окружности, если значение функции отрицательно, снаружи окружности, если значение функции положительно.

7) Проведем через точки на окружности волну, начиная с точки G.

8) Выбираем промежутки соответствующие знаку неравенства.

$Cos2x=0$	**$Cos\ x=0$**
$2x = \Pi/2 + \Pi n,\ n \in Z$	$x = \Pi/2 + \Pi n,\ n \in Z$
$X = \Pi/4 + (\Pi n)/2,\ n \in Z$	
$n=0,\ x = \Pi/4$	$n=0,\ x = \Pi/2$
$n=1,\ x = (3\Pi)/4$	$n=1,\ x = (3\Pi)/2$
$n=2,\ x = (5\Pi)/4$	$n=3,\ x > 2\Pi$
$n=3,\ x = (7\Pi)/4$	
$n=4,\ x > 2\Pi$	


Y
п/2
п/4
3п/4
0
G
X
5п/4
7п/4
3п/2

ответ

$$X \in \left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in Z$$

Решим неравенство $\frac{\sin x \sin 3x}{\cos x \sin 2x} > 0$

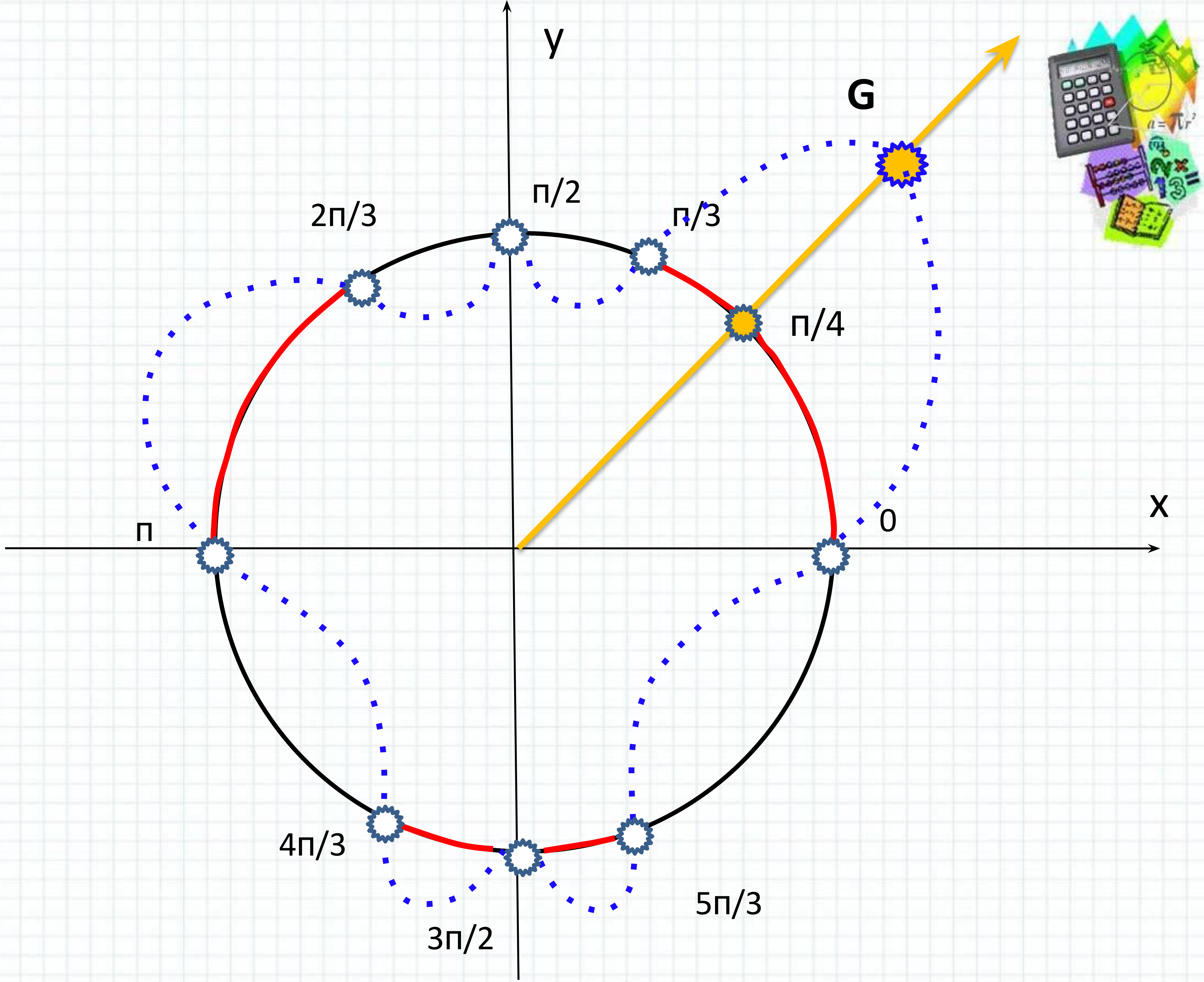
$\sin x = 0$	$\sin 3x = 0$;	$\cos x = 0$;	$\sin 2x = 0$
$x = \pi n, n \in Z$	$x = \frac{\pi n}{3}, n \in Z$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$	$x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z$
0	0	$\pi/2$	0
π	$\pi/3$	$3\pi/2$	$\pi/2$
2π	$2\pi/3$		π
	π		$3\pi/2$
	$4\pi/3$		
	$5\pi/3$		

$0; \pi$ – трёхкратные корни

$\pi/2$; $\frac{3\pi}{2}$ - двукратные корни

Замечание:

Если корень чётной кратности, то волна не меняет своего направления.


y
G
п/2
2п/3
п/3
п/4
x
п
0
4п/3
5п/3
3п/2

ответ

$$X \in \left(2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$$

$$\cup \left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in Z$$

Решить неравенство: $\sin x \operatorname{tg} x \cos 4x < 0$

$\cos 4x = 0$

$4x = \pi/2 + \pi k,\ k \in Z$

$x = \pi/8 + \pi k/4,\ k \in Z$

$k=0,\ x=\pi/8$

$k=1,\ x=3\pi/8$

$k=2,\ x=5\pi/8$

$k=3,\ x=7\pi/8$

$k=4,\ x=9\pi/8$

$k=5,\ x=11\pi/8$

$k=6,\ x=13\pi/8$

$k=7,\ x=15\pi/8$

$\sin x = 0$

$x = \pi k,\ k \in Z$

$k=0,\ x=0$

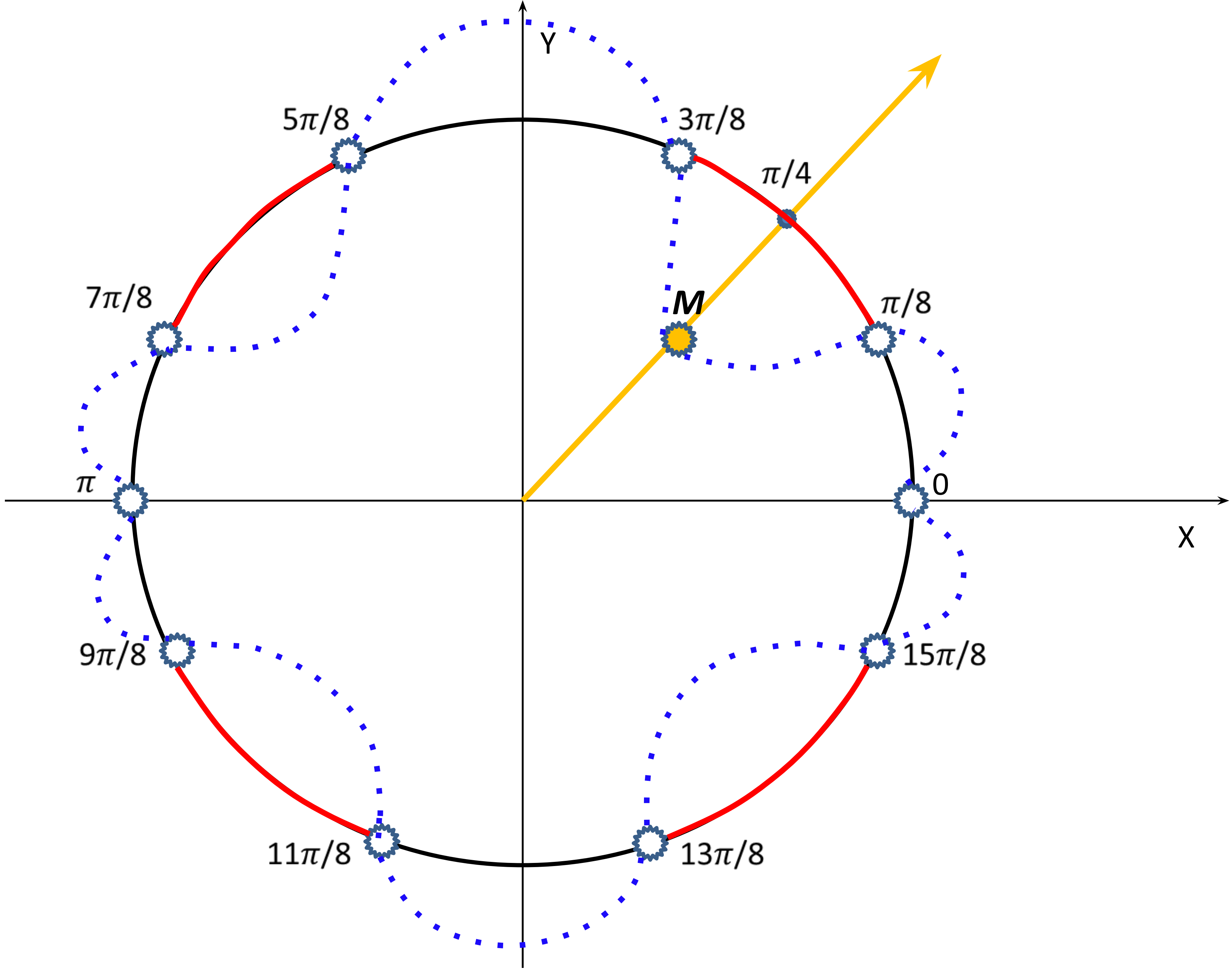
$k=1,\ x=\pi$

$\operatorname{tg} x = 0$

$x = \pi k,\ k \in Z$

$k=0,\ x=0$

$k=1,\ x=\pi$


Y
X
0
π/8
π/4
3π/8
5π/8
7π/8
π
9π/8
11π/8
13π/8
15π/8
M