

МНОЖЕСТВО И ЕГО ЭЛЕМЕНТЫ.



Мно́жество — одно из ключевых понятий математики; это математический объект, сам являющийся набором, **совокупностью**, собранием каких-либо объектов, которые называются **элементами** этого множества и обладают общим для всех их характеристическим свойством. Изучением общих свойств множеств занимаются теория множеств, а также смежные разделы математики и математической логики.

Основы теории конечных и бесконечных множеств были заложены Бернардом Больцано, который сформулировал некоторые из её принципов.

Бернард Больцано — чешский математик, философ и теолог, автор первой строгой теории вещественных чисел и один из основоположников теории множеств.



МНОЖЕСТВО.



МНОЖЕСТВО.

- Геометрическая **фигура-множество точек плоскости.**
- Область определения **функции-множество значений аргумента.**
- Область значений **функции-множество значений функции.**



ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

- Понятие множества является одним из основных понятий математики и поэтому не определяется через другие.

Множества принято обозначать прописными буквами латинского алфавита: **A, B, C, ..., Z.**

Множество, не содержащее ни одного объекта, называется **пустым** и обозначается так: **∅**

Объекты, из которых образованно множество, называются **элементами.**

Элементы множества принято обозначать строчными буквами латинского алфавита: **a, b, c, ...**

Множества бывают **конечными** (множество дней в неделе, месяцев в году) и **бесконечными** (множество натуральных чисел, точек на прямой)



СТАНДАРТНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ ЧИСЛОВЫХ МНОЖЕСТВ

- **N** — множество всех **натуральных** чисел
- **Z** — множество всех **целых** чисел
- **Q** — множество всех **рациональных** чисел
- **R** — множество всех **действительных** чисел



СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

▣ 1. Способом перечисления всех его элементов.

Например, если множество **A** состоит из чисел 1,3,5,7 и 9, то мы зададим это множество, т.к. все его элементы оказались перечисленными. При этом используется следующая запись: **{1,3,5,7,9}**

Такая форма задания множеств применяется в том случае, когда оно имеет небольшое количество элементов.



▣ 2. Через характеристическое свойство его элементов

Характеристическое свойство — это такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит.

Например, множество $A=\{1,3,5,7,9\}$ можно задать через характеристическое свойство — множество однозначных, нечетных натуральных чисел.

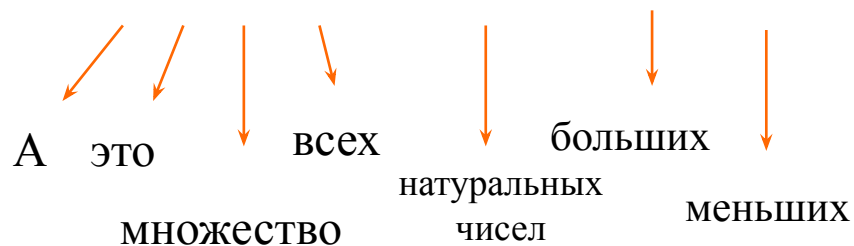
Так множества обычно задают в том случае, когда множество содержит большое количество элементов или множество бесконечно.



СИМВОЛИЧЕСКАЯ ФОРМА ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

А — это множество всех натуральных чисел, больших 3 и меньших 10 можно записать таким образом:

$$\square A = \{ x \mid x \in \mathbb{N}, 3 < x < 10 \}$$



ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ

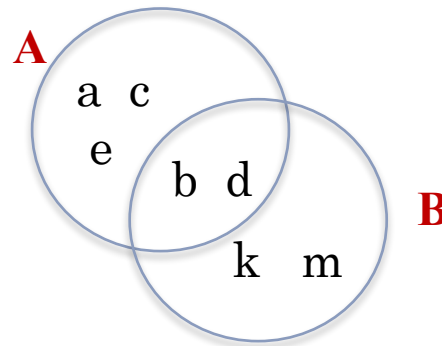
□ I. Рассмотрим 2 множества: $A = \{a, b, c, d, e\}$

$B = \{b, d, k, m\}$

Эти множества имеют общие элементы. В этом случае говорят, что множества пересекаются.

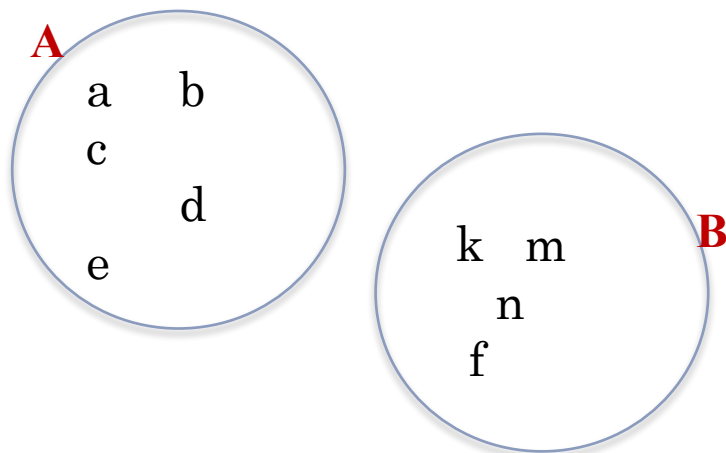
Множества A и B называются **пересекающимися**, если они имеют общие элементы.

Отношения между множествами наглядно представляют с помощью особых чертежей, называемых кругами Эйлера.



- II. Рассмотрим 2 множества: $A = \{a, b, c, d, e\}$
 $B = \{k, m, n, f\}$

Множества не имеют общих элементов. В этом случае говорят, что множества не пересекаются.



Множества A и B называются **непересекающимися**, если они не имеют общих элементов



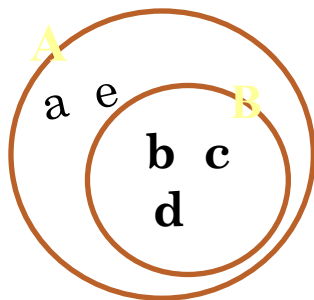
□ III. Рассмотрим множества: $A = \{a, b, c, d, e\}$ $B = \{b, c, d\}$

Эти множества называются пересекающимися, и, кроме того, каждый элемент множества B является элементом множества A .

В этом случае говорят, что множество B является **подмножеством** множества A и пишут: $B \subset A$

- ✓ Множество B называется подмножеством множества A , если каждый элемент множества B является также элементом множества A .
- ✓ Пустое множество является подмножеством любого множества. $\emptyset \subset A$
- ✓ Любое множество является подмножеством самого

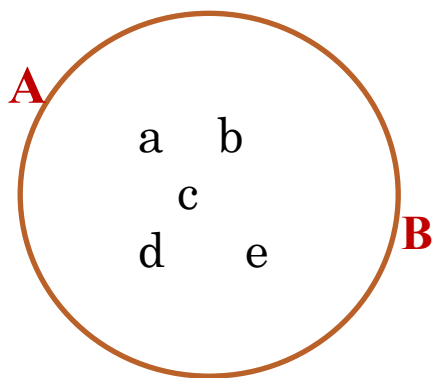
себя. $A \subset A$



- IV. Рассмотрим 2 множества: $A = \{a, b, c, d, e\}$
 $B = \{c, d, a, b, e\}$

Эти множества пересекаются, причем каждый элемент множества A является элементом множества B ($A \subset B$), и наоборот, каждый элемент множества B является элементом множества A ($B \subset A$).

В этом случае говорят, что множества равны и пишут:
 $A = B$.



Множества A и B называются **равными**, если $A \subset B$ и $B \subset A$

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

□ I. Пересечение множеств

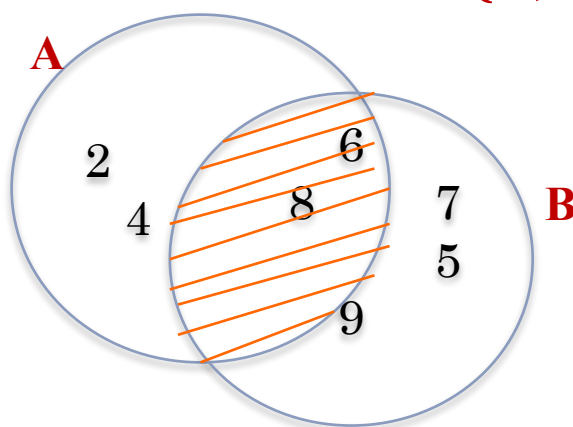
Пересечением множеств A и B называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A и множеству B .

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = A \cap B$$

$$C = \{6, 8\}$$



II. Объединение множеств

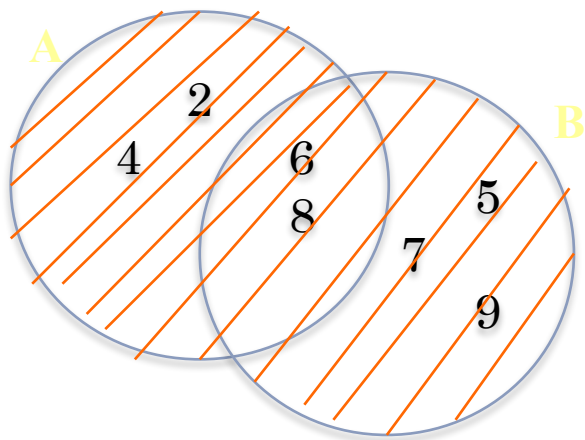
Объединением множеств А и В называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству А или множеству В.

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = A \cup B$$

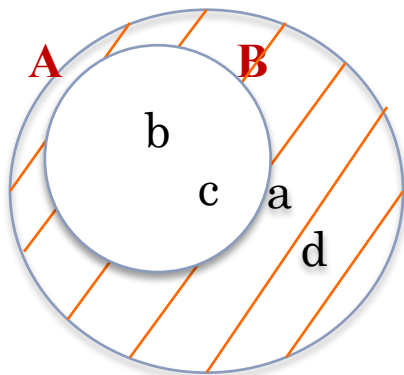
$$C = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$



III. Вычитание множеств

Разностью множеств A и B называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A и не принадлежат множеству B .

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$



Дополнением множества B до множества A называется множество, содержащее те и только те элементы множества A , которые не принадлежат множеству B .



ПРИМЕРЫ МНОЖЕСТВ:

- | | | |
|----|--------------|------------------|
| 1. | 0 и -2,2 | $\{0, -2, 2\}$ |
| 2. | 4 и -12 | $\{4, -12\}$ |
| 3. | $14/3$ и 1,2 | $\{14/3, 1, 2\}$ |
| 4. | 0 и -2,2 | $\{0, -2, 2\}$ |
| 5. | Нет корней | $\emptyset$ |

- 1 и 4 множества равны, т.к. состоят из одинаковых элементов.
- Следует обратить внимание на разницу в записях **(a; b)** и **{a, b}**.
- Запись (a; b) представляет собой упорядоченную пару, в которой важно, на каком месте находится каждый из элементов,
- а запись {a, b} — множество, в котором порядок записи элементов не имеет значения.

