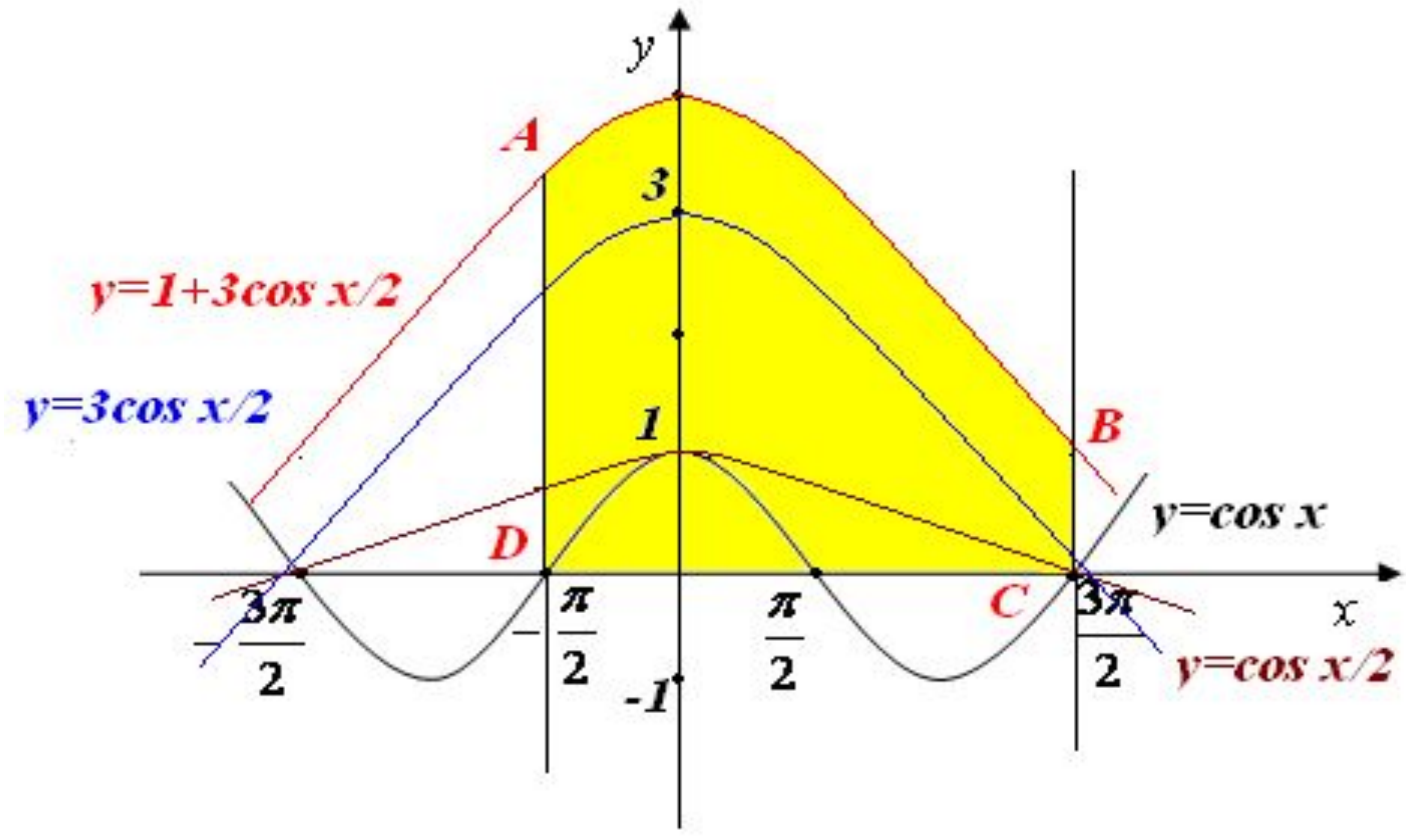
Тема урока:

«Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла»

Учитель математики
Гурова Ольга Валериевна
МОУ «Гимназия № 17»

Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций

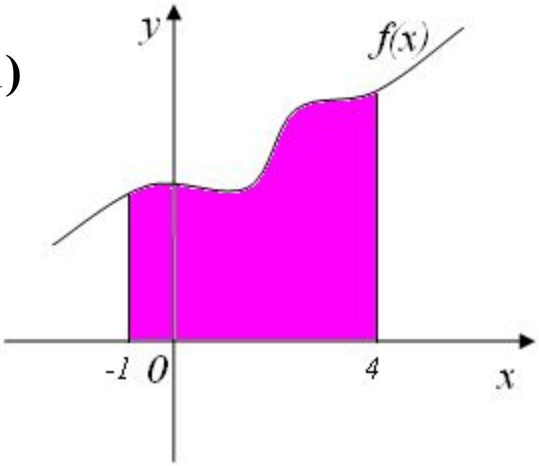
$$y = 1 + 3\cos\frac{x}{2} \qquad x = -\frac{\pi}{2} \qquad x = \frac{3\pi}{2} \qquad y = 0$$



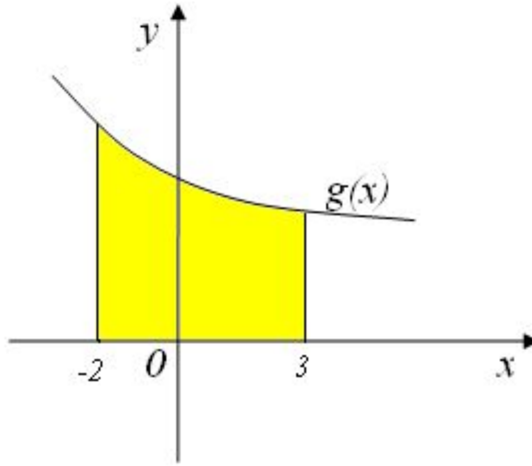
Устная работа

1. Выразите с помощью интеграла площади фигур, изображенных на рисунках:

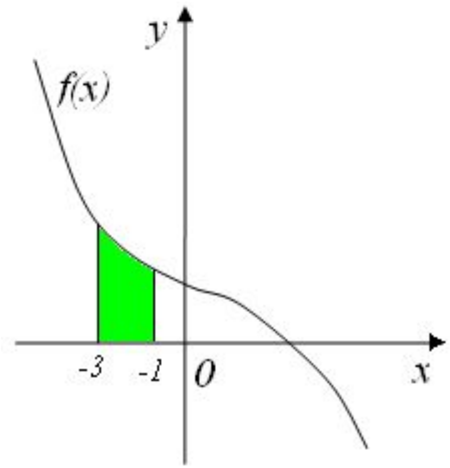
1)



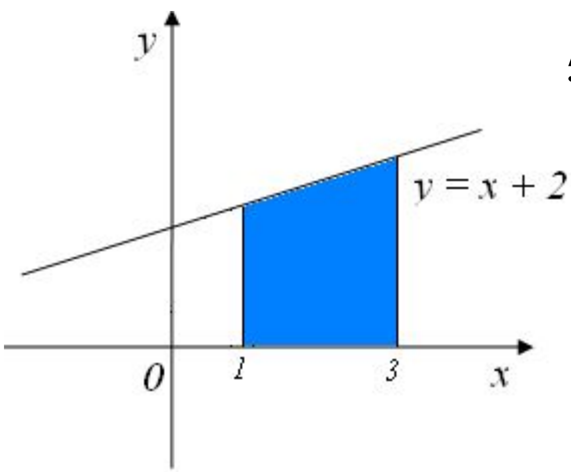
2)



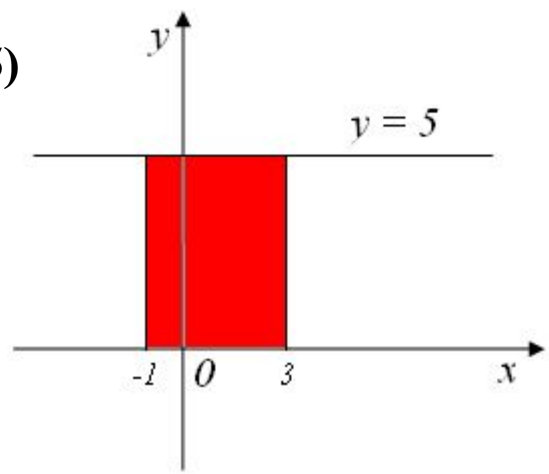
3)



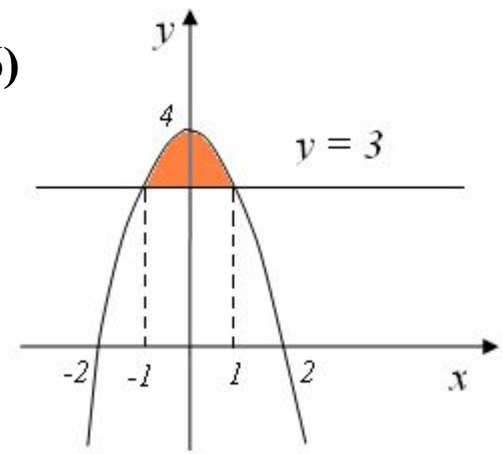
4)



5)



6)



2. Вычислите интегралы:

1). $\int_{2}^{5} x\,dx$

10,5

2). $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$

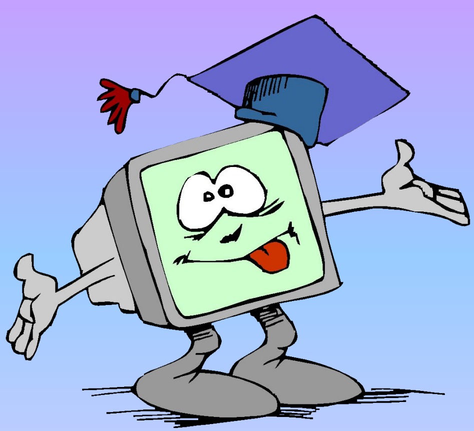
1

3). $\int_{0}^{4} x^3\,dx$

64

4). $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{0} \frac{1}{\cos^2 x}\,dx$

1



Немного истории

«Интеграл» придумал **Якоб Бернулли** (1690г.)

«восстанавливать» от латинского integro

«целый» от латинского integer

«Примитивная функция»,

от латинского

primitivus – начальный,

ввел

Жозеф Луи Лагранж

(1797г.)

Интеграл в древности

Первым известным методом для расчёта интегралов является **метод исчерпания Евдокса** (*примерно* 370 до н. э.), который пытался найти площади и объёмы, разрывая их на бесконечное множество частей, для которых площадь или объём уже известен.

Архимед

Евдокс Книдский

Этот метод был подхвачен и развит **Архимедом**, и использовался для расчёта площадей парабол и приближенного расчёта площади круга.

Исаак Ньютон
(1643-1727)

Наиболее полное изложение дифференциального и интегрального исчислений содержится в **«Методе флюксий...»** (1670–1671, опубликовано в 1736).

Переменные величины **- флюенты (первообразная или неопределенный интеграл)**

Скорость изменения флюент – **флюксии (производная)**

Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646-1716)

$\int ydx$ - **впервые использован Лейбницем в конце XVII века**

Символ образовался из буквы S — сокращения слова *summa* (сумма)

Определенный интеграл

И. Ньютон

$$\int_b^a f(x)dx = F(a) - F(b)$$

где $F'(x) = f(x)$

Г. Лейбниц

$$\int_b^a f(x)dx = \sum_{i\in[a,b]} f(x_i)dx_i$$

Формула Ньютона - Лейбница

$$S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

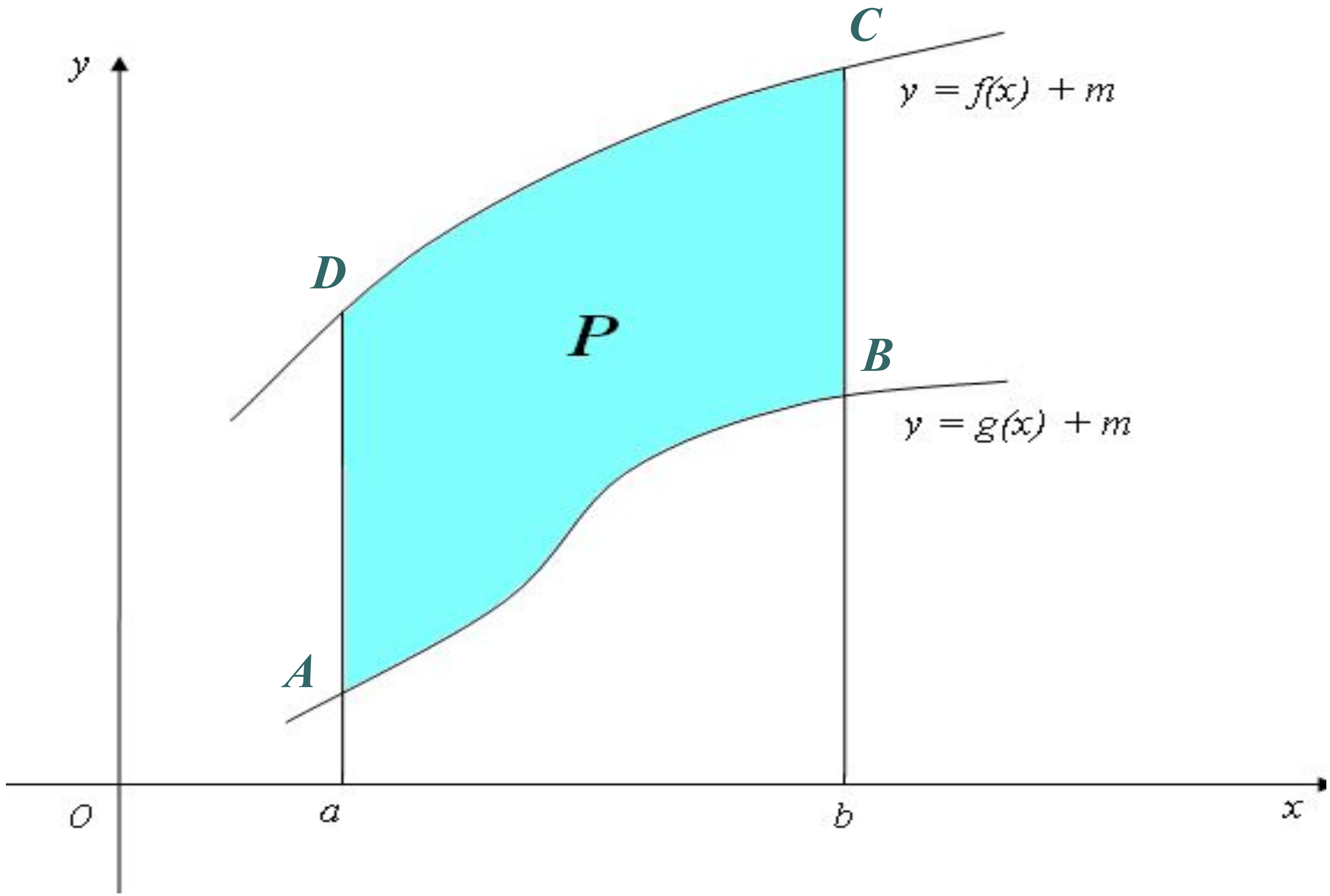
$$S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$$

$y = f(x),\ y = g(x),\ x = a,\ x = b,\ f(x) > g(x)$

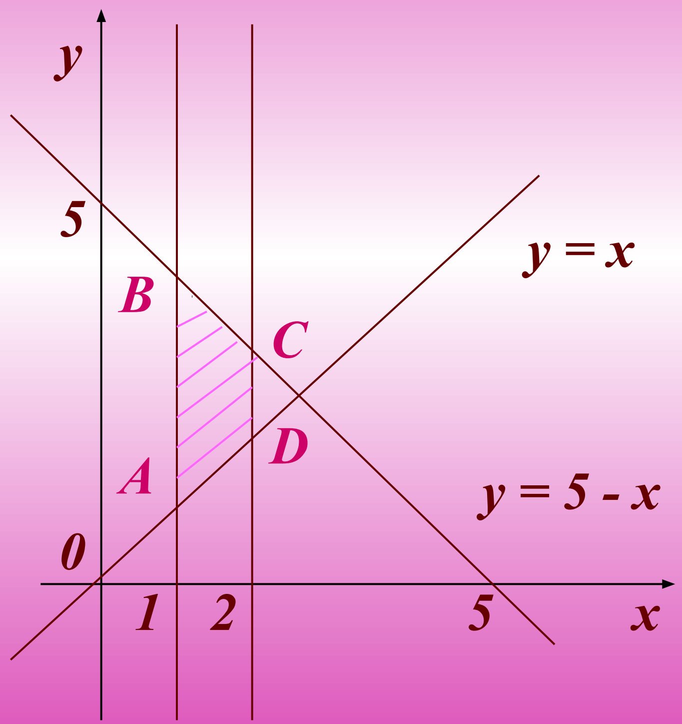
$S_{ABCD} = S_{aDCb} - S_{aABb}$

$$S = \int_a^b \left(f(x)+m\right)dx - \int_a^b \left(g(x)+m\right)dx =$$

$$= \int_a^b \left(\left(f(x)+m\right) - \left(g(x)+m\right)\right)dx = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$$



Пример. **Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями** $y = x,\ y = 5 - x,\ x = 1,\ x = 2.$



$$S_{ABCD} = \int_1^2 ((5 - x) - x)dx =$$

$$= \int_1^2 (5 - 2x)dx = \left(5x - x^2\right)\Big|_1^2 =$$

$$= \left(5 \cdot 2 - 2^2\right) - \left(5 \cdot 1 - 1^2\right) = 2$$

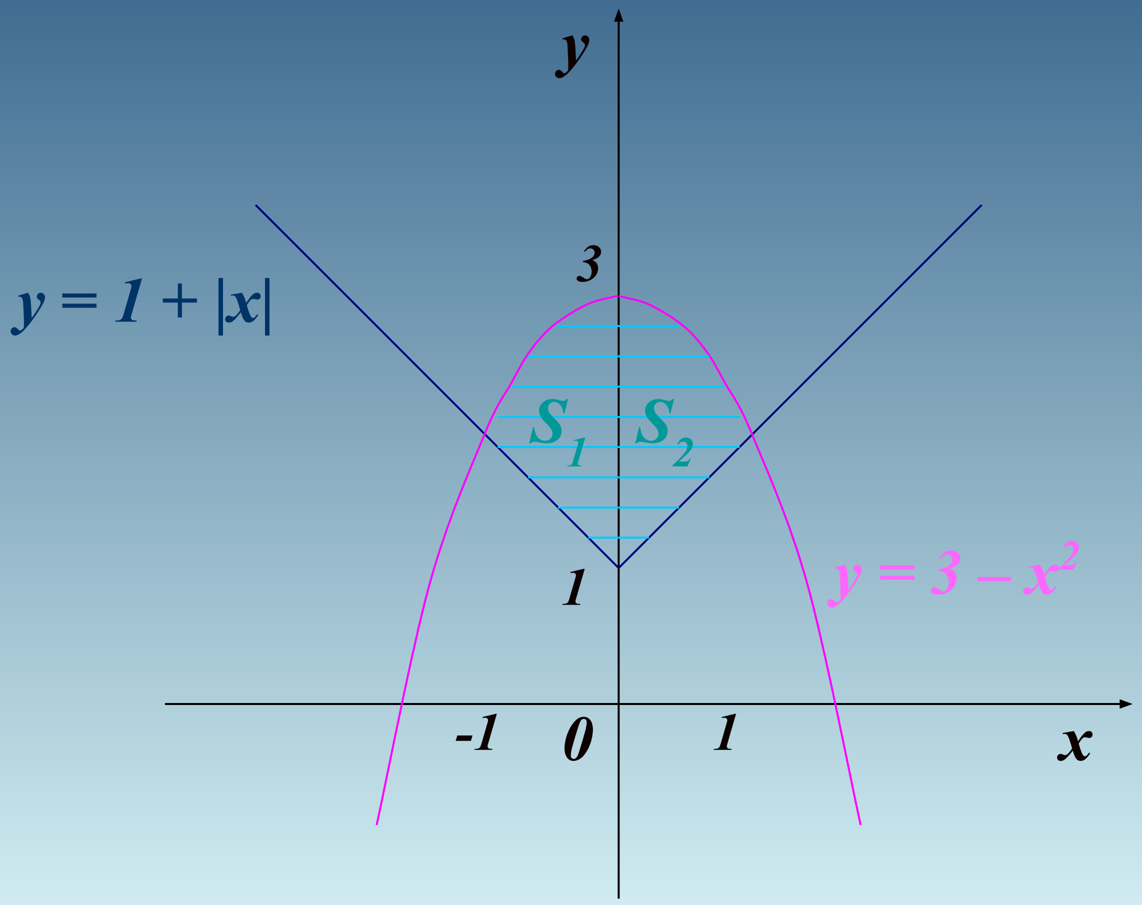
$$Ответ: 2$$

Задание1. **Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями**

$y = 3 - x^2,$

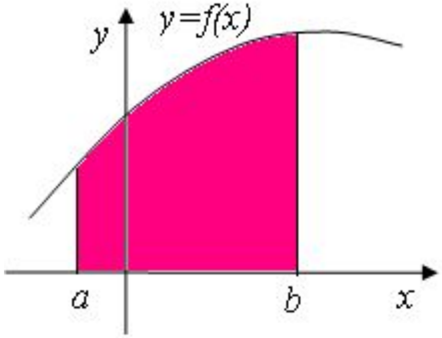
$y = 1 + |x|$

$$S = S_1 + S_2$$



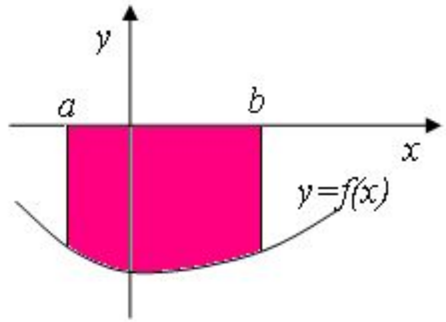
Задание 2. С помощью определенного интеграла записывают формулы для вычисления площадей фигур, заштрихованных на рисунках

1)



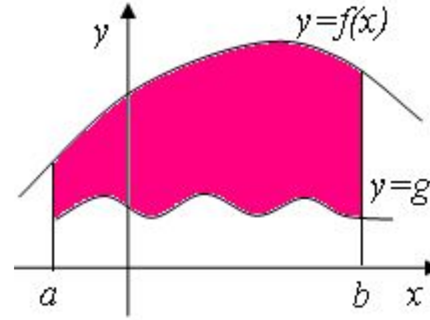
$$S=\int_a^b f(x)dx$$

2)



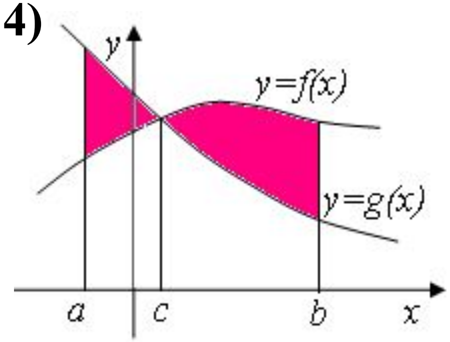
$$S=\left|\int_a^b f(x)dx\right|$$

3)



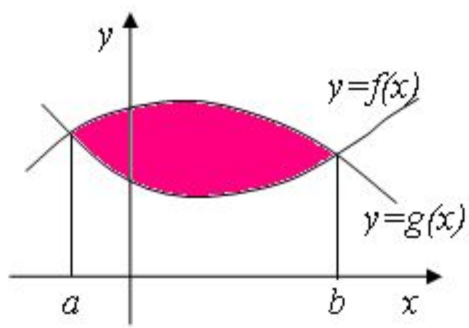
$$S=\int_a^b \left(f(x)-g(x)\right)dx$$

4)



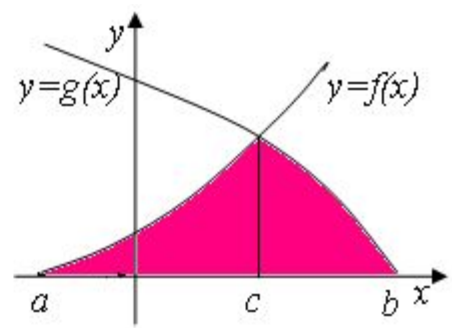
$$S=\int_a^c \left(g(x)-f(x)\right)dx+\int_c^b \left(f(x)-g(x)\right)dx$$

5)



$$S=\int_a^b \left(g(x)-f(x)\right)dx$$

6)



$$S=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b g(x)dx$$

Подберите из данных формул для вычисления площади фигуры ту, которая подходит к одному из шести чертежей.

$$S_1 = \int_{-2}^{7}\left(\left(4-(x-1)^2\right)-\left((x+2)^2+2\right)\right)dx$$ **5**

$$S_2 = \int_{-2}^{8}\left(5-(x-6)^2+\sin x\right)dx$$ **3**

$$S_3 = \int_{-2}^{6}\left(7-(x-5)^2\right)dx$$ **1**

$$S_4 = \int_{-3}^{4}-\frac{4}{x-3}dx+\int_{4}^{8}\left(\frac{1}{x-5}+3\right)dx$$ **6**

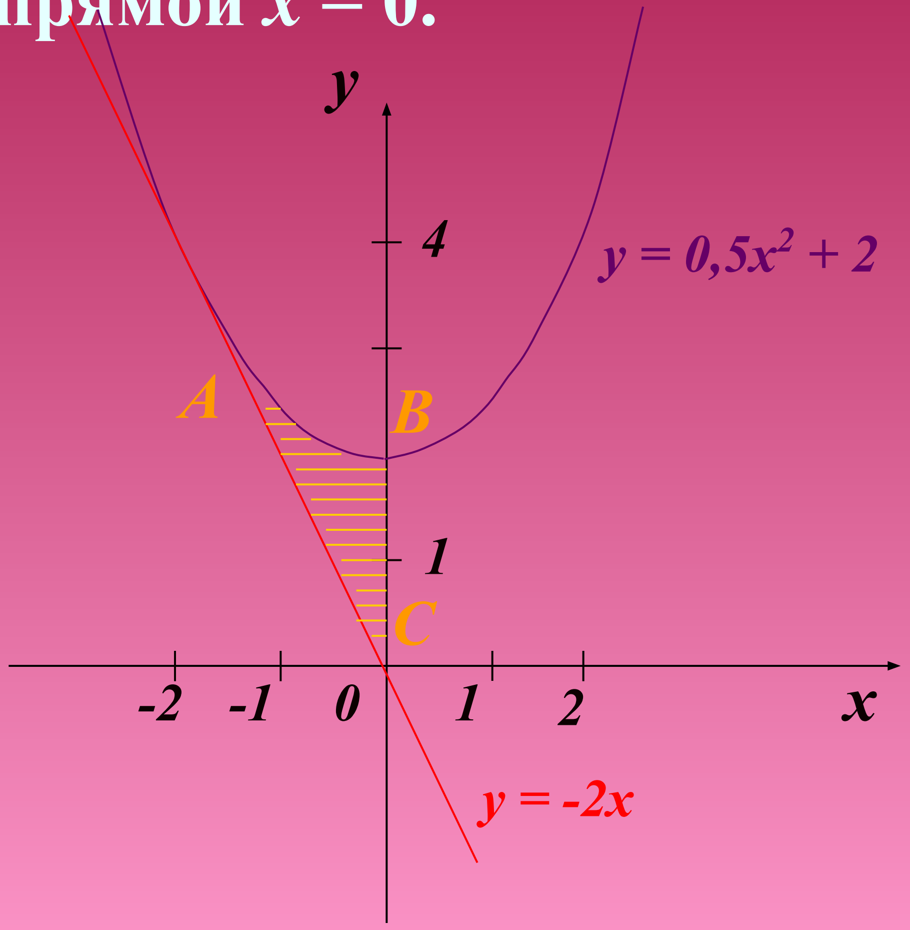
$$S_5 = \left|\int_{-1}^{3}\left(x^2-4\right)dx\right|$$ **2**

$$S_6 = \int_{-3}^{1}\left(\frac{1}{x+4}-\left((x-2)^2+5\right)\right)dx+\int_{1}^{6}\left((x-2)^2+5-\frac{1}{x+4}\right)dx$$ **4**

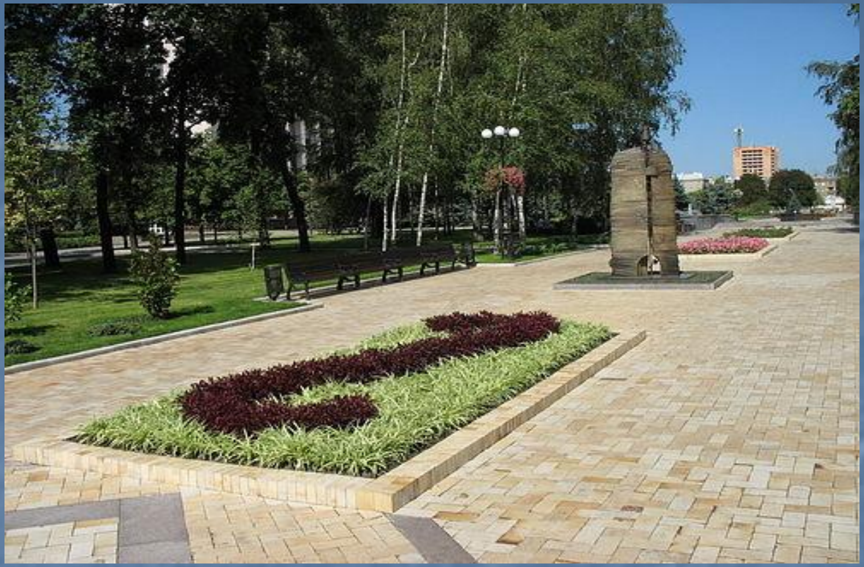
Задание 3. **Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 0{,}5x^2 + 2$, касательной к этому графику в точке с абсциссой $x = -2$ и прямой $x = 0$.**

Решение:

1. Составим уравнение касательной.
2. Построим графики функций.
3. Найдем площадь фигуры.



Итоги урока



СПАСИБО ЗА УРОК!

Домашнее задание:

1. ***п.4 стр.228 - 230;***
2. ***№ 1025(в, г), № 1037(в, г), № 1038(в, г)***