МКОУ СОШ №2 им.Н.Д.Рязанцева г.Семилуки

Тригонометрические формулы

Работу выполнила
ученица 9 «А» класса
Власова Ксения
Руководитель: учитель математики Байдикова И. И.

Содержание

- Из истории тригонометрии.
- Примеры применения тригонометрии.
- Доказательство формул синуса и косинуса двойного угла .
- Доказательство формул понижения степени.
- Доказательство формулы синуса и косинуса суммы двух углов.
- Доказательство формулы синуса и косинуса разности двух углов.
- Примеры.
- Используемая литература .

История тригонометрии

- Долгие годы тригонометрия служила астрономии и развивалась благодаря ей. В VIII в. тригонометрия выделилась из астрономии и стала самостоятельной математической дисциплиной. К этому времени были введены понятия косинуса и тангенса, а также составлены таблицы. Идея введения тригонометрических понятий с помощью круга единичного радиуса получила распространение в X-XI вв.

- Первый научный труд, в котором тригонометрия утвердилась как самостоятельная ветвь математики, был создан в 1462-1464 гг. немецким астрономом и математиком И. Мюллером (Региомонтан)

- Швейцарский математик И. Бернулли (1642-1727) в своих работах начал применять символику тригонометрических функций

Применения тригонометрии

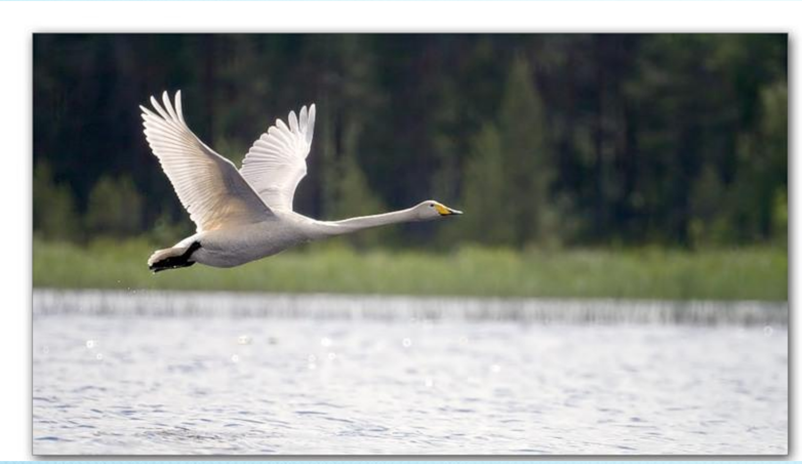
Феликс Кандела
Ресторан в Лос-Манантиалесе

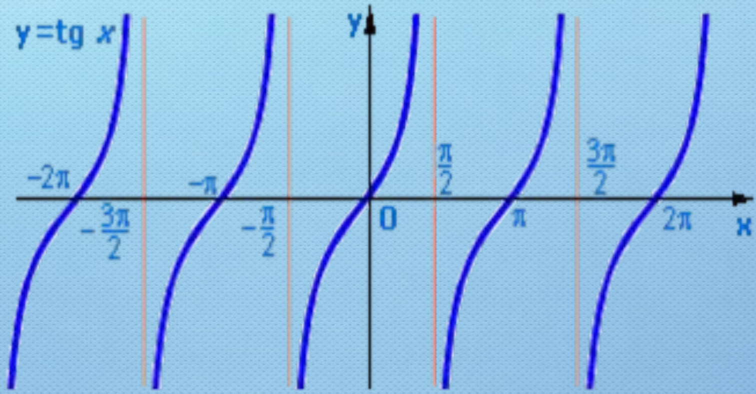
$[a_d\cos(t) + d_d t \,,\ b_d\sin(t),\ c_d t + e_d t^2]$

Страховая корпорация Swiss Re
в Лондоне

$x = \lambda$
$y = f(\lambda)\cos\theta$
$z = f(\lambda)\sin\theta$

Тригонометрия в биологии





Тригонометрия в физике

Теория радуги

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_1}{n_2}$$

n_1 - показатель преломления первой среды

n_2 - показатель преломления второй среды

α-угол падения

β-угол преломления света

Формулы синуса и косинуса двойного угла

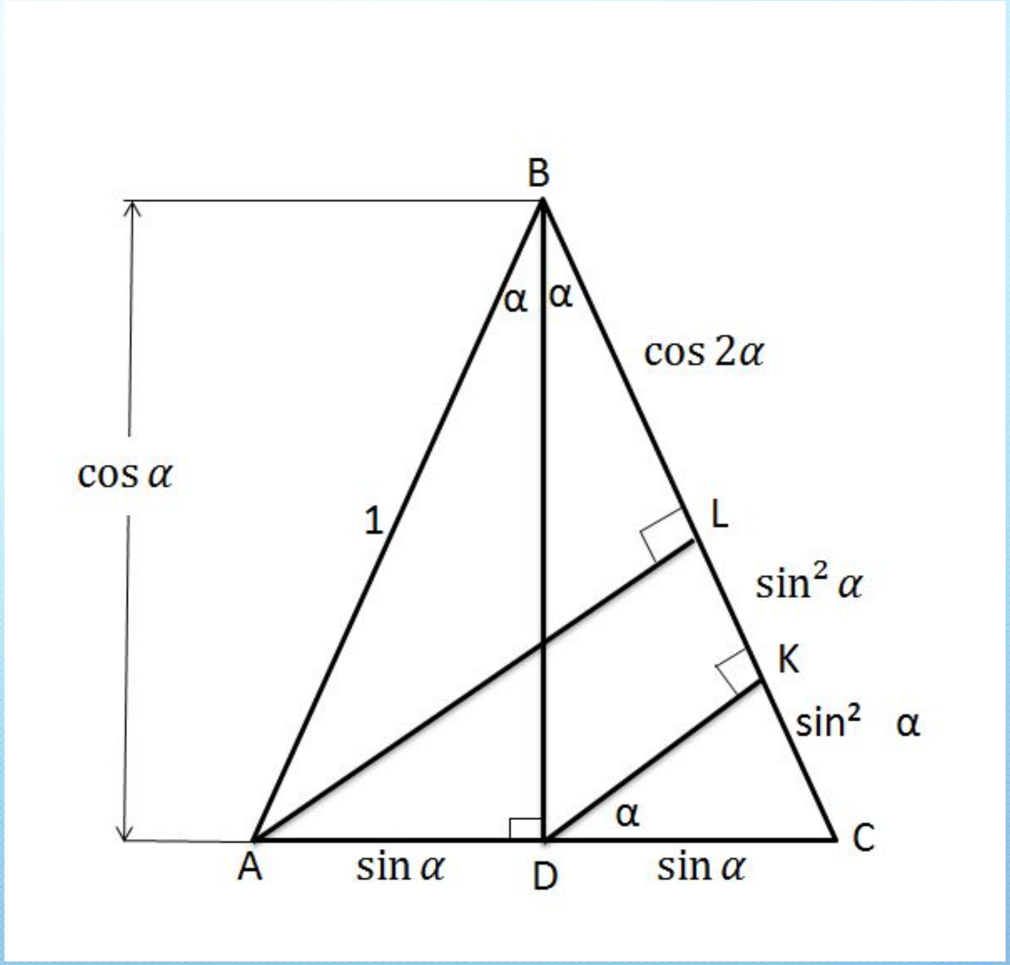
sin2α= sin2α cosα

ABL имеем равенства: BL= ABcos2α =cos2α; AL=AB sin2α=sin2α

CBD имеем равенства: CD= CB sinα =sinα, BD=CB cos α=cosα

CKD имеем равенства: CK=CDsin α=sin²α, DK=CDcosα = sinα cosα

Так как CD=AD, DK ll AL, то DK- средняя линия треугольника ALC. Следовательно, KL=KC=sin²α, AL=2DK= =2sinα cosα

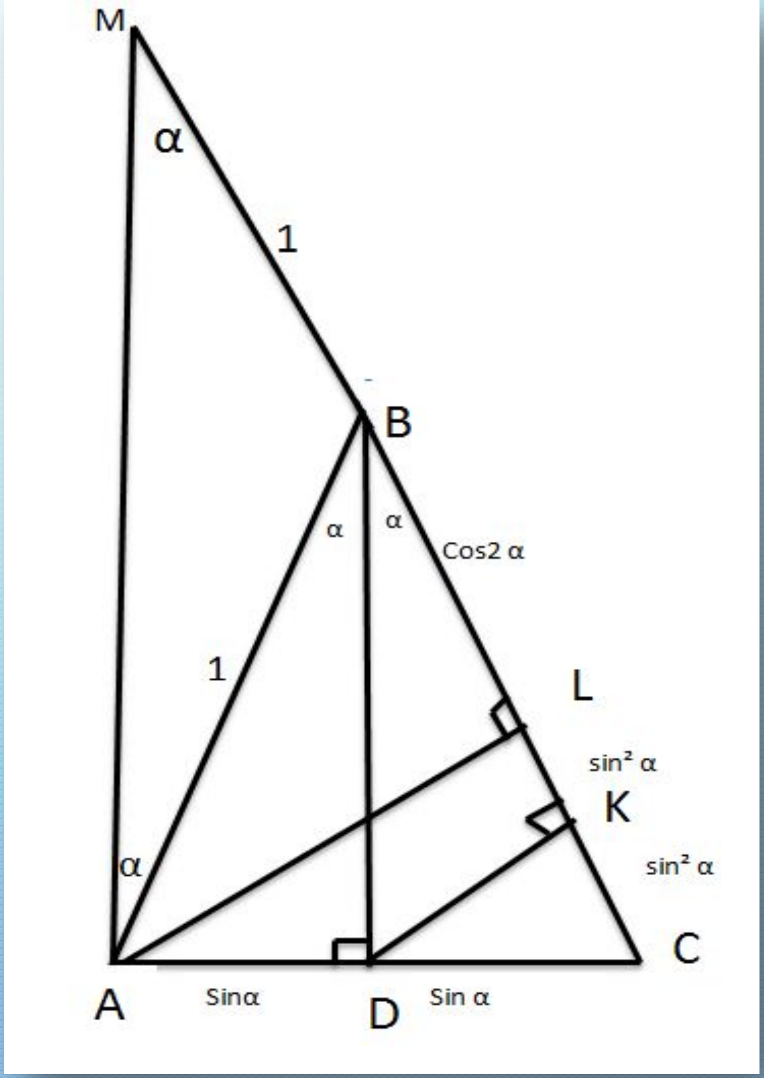


sin2α= 2sinα cosα

Доказательство формул понижения степени

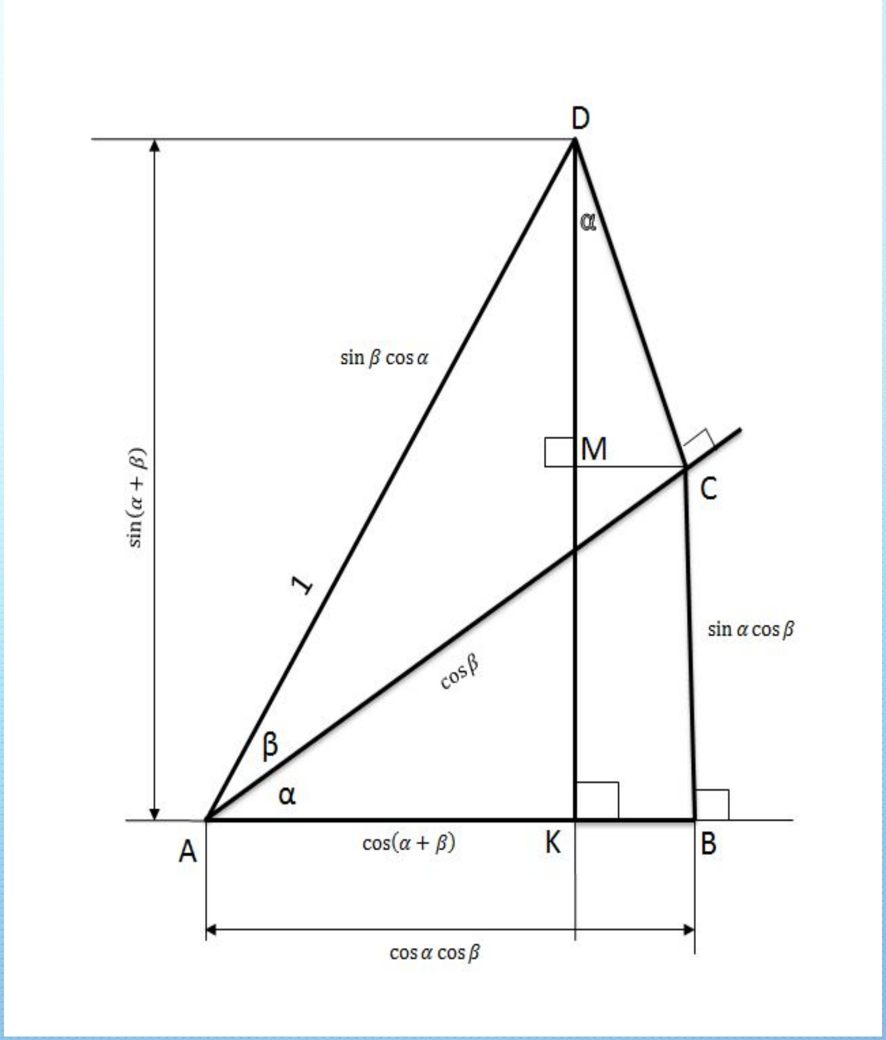
$1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha$ (4)

$1-\cos 2\alpha=2\sin^2\alpha$ (3)



Формула синуса и косинуса суммы двух углов

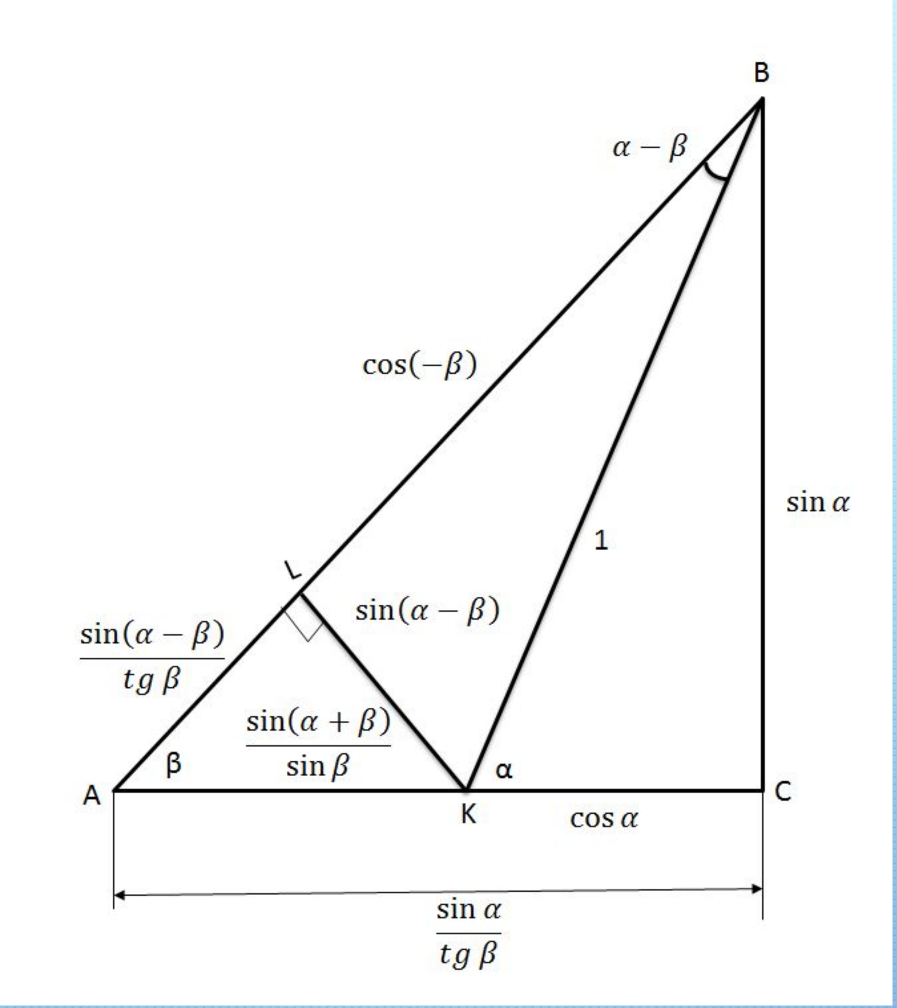
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$



Формула синуса и косинуса разности двух углов

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$



ПРИМЕРЫ

- **Задание** Упростить выражение $A=(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-\sin 2\alpha$
- **Решение** Вначале упростим выражение $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2$ которое представляет собой квадрат суммы . Раскроем это выражение по формуле:

$$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=\sin^2\alpha+ +\cos^2\alpha +2\sin\alpha\cos\alpha$$

- Сумма $\sin^2\alpha+ +\cos^2$ по основному тригонометрическому тождеству равна 1, а последнее слагаемое сворачиваем по формуле «синус двойного угла». Тогда будем иметь:

$$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+\sin 2\alpha$$

- Итак,
- $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-\sin 2\alpha=1+\sin 2\alpha-\sin 2\alpha=1$
- **Ответ** **$A=1$**

Примеры

Задание Найти значение выражения $\sin^2 15^\circ$

Решение Согласно формуле

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

имеем, что

$$\sin^2 15^\circ = \frac{1-\cos(2\cdot 15^\circ)}{2} = \frac{1-\cos 30^\circ}{2} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$$

Ответ $\sin^2 15^\circ = \dfrac{2-\sqrt{3}}{4}$

Задание Найти значение выражения $\sin 37^\circ \cos 23^\circ + \cos 37^\circ \sin 23^\circ$

Решение Применим формулу «синус суммы» справа налево, то есть в виде

$$\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \sin(\alpha+\beta)$$

Тогда будем иметь, что

$$\sin 37^\circ \cos 23^\circ + \cos 37^\circ \sin 23^\circ = \sin(37^\circ + 23^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ $\sin 37^\circ \cos 23^\circ + \cos 37^\circ \sin 23^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Используемая литература

- Научно – практический журнал « Математика для школьников» №6 2013 год
- http://ru.solverbook.com/spravochnik/formuly-po-matematike/trigonometricheskie-formuly/