

**Применение
производной
для исследования
функций на
МОНОТОННОСТЬ**

Учитель математики
МАОУ СОШ №4 г. Покачи
Василенко Е.Н.

Пример 1. Докажите, что функция $y = x^5 + 2x^3 - 4$ возрастает на всей числовой прямой.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 5x^4 + 6x^2.$$

$5x^4 + 6x^2 \geq 0$ при любом значении x , причем $y(x) = 0$ лишь в точке $x = 0$. Значит по теореме 1, функция возрастает на всей числовой прямой.

Пример 2. а) Докажите, что функция $y = 5 \cos x + \sin 4x - 10x$ убывает на всей числовой прямой.

б) решите уравнение $5 \cos x + \sin 4x - 10x = x^3 + 5$.

Решение.

а) Найдем производную заданной функции:

$$y' = -5 \sin x + 4 \cos 4x - 10.$$

$-5 \sin x \leq 5$ и $4 \cos 4x \leq 4$. Сложив их, получим: $-5 \sin x + 4 \cos 4x \leq 9$.

Значит $-5 \sin x + 4 \cos 4x - 10 < -1$. Тем более $-5 \sin x + 4 \cos 4x - 10 < 0$ для всех значений x . Значит по теореме 2 функция убывает на всей числовой прямой.

б) Рассмотрим уравнение

$$5 \cos x + \sin 4x - 10x = x^3 + 5.$$

Функция $y = 5 \cos x + \sin 4x - 10x$ убывает на всей числовой прямой.

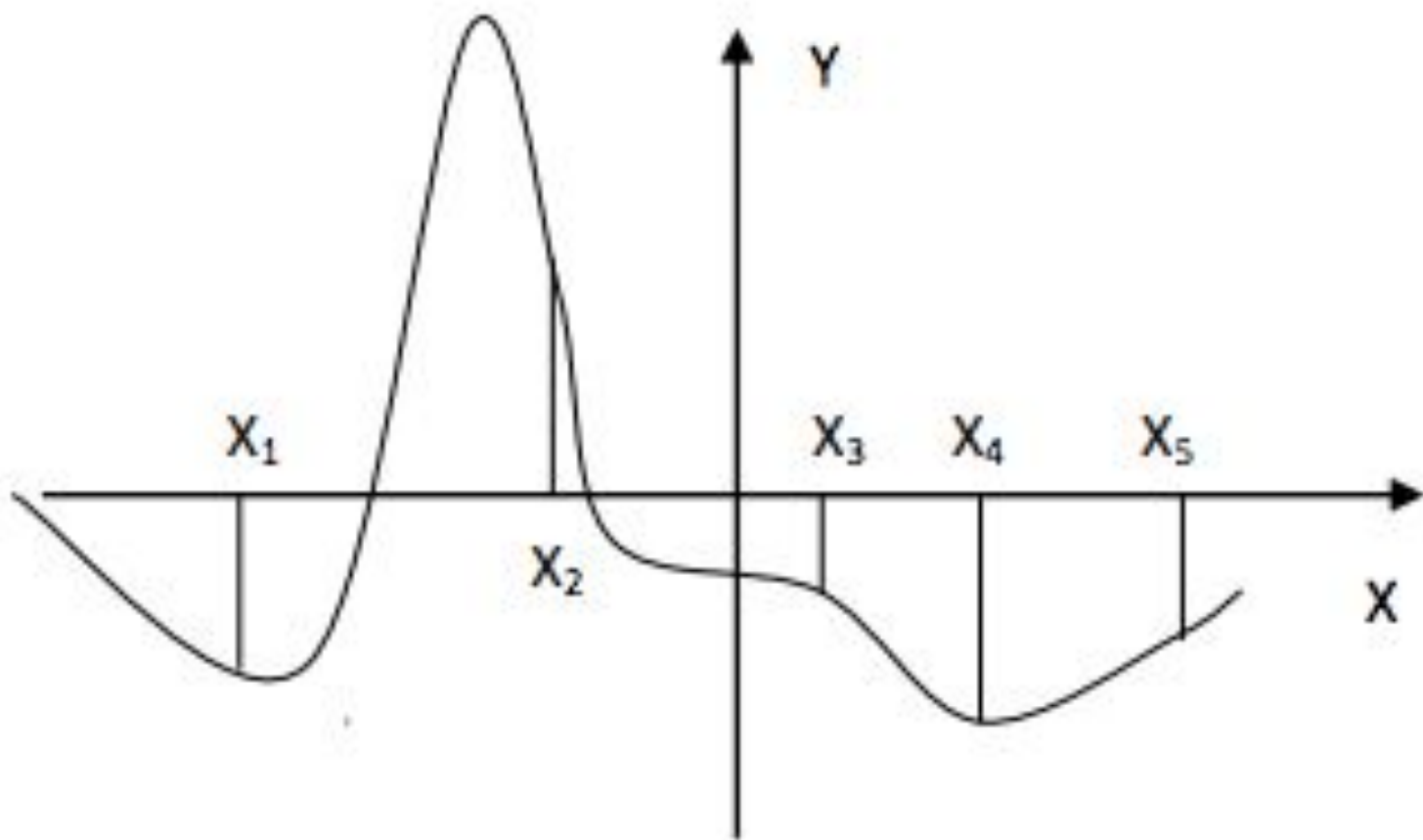
Функция $y = x^3 + 5$ - возрастает.

Если одна из функций $y=f(x)$, $y=g(x)$ возрастает, а другая убывает и если уравнение $f(x)=g(x)$, имеет корень, то только один.

Методом подбора найдем корень данного уравнения. При $x = 5$ уравнение обращается в верное числовое равенство

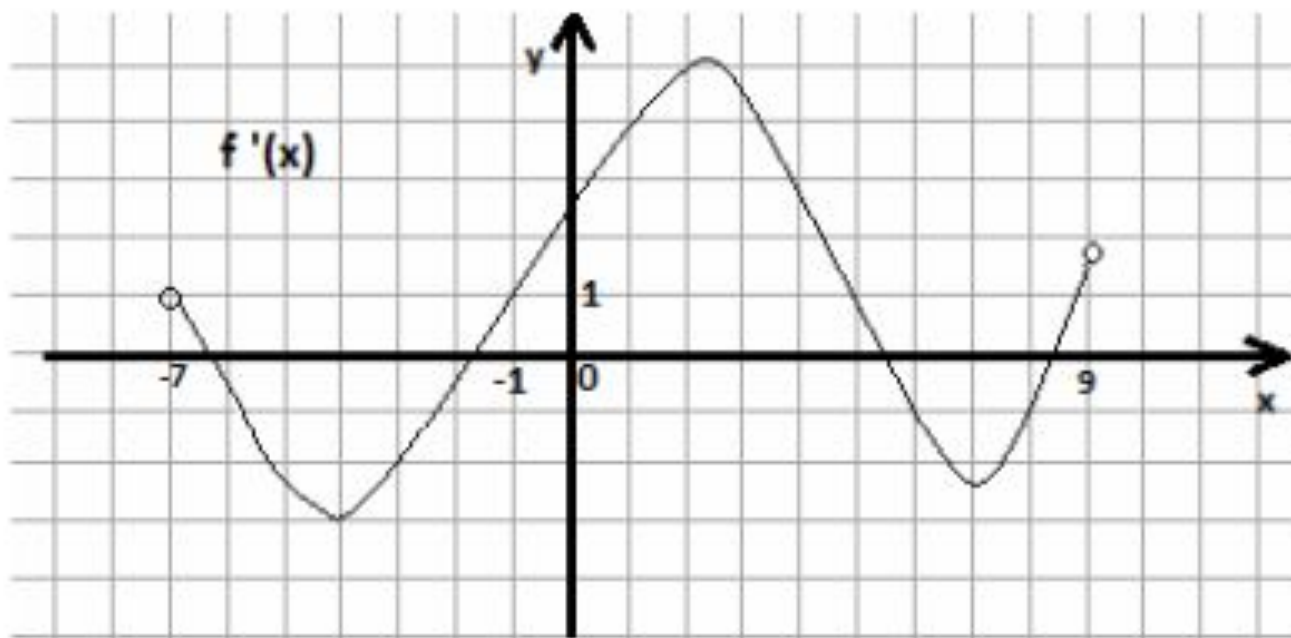
$5 = 5$. Итак, $x = 0$ - единственный корень заданного уравнения.

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 те точки, в которых функция $f(x)$ возрастает. В ответе укажите количество найденных точек.



Ответ:1

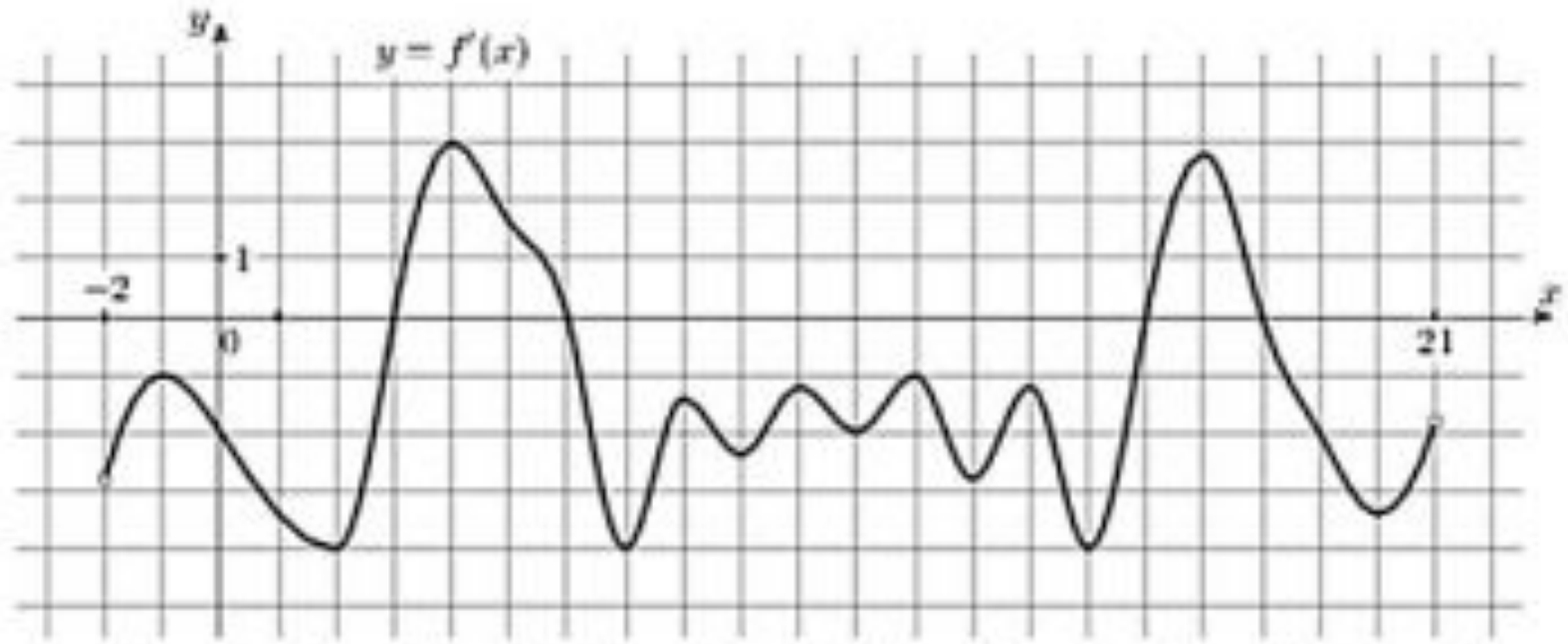
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 9)$.
Найдите сумму целых точек, при которых функция $f(x)$ убывает на данном промежутке.



Ответ:

1

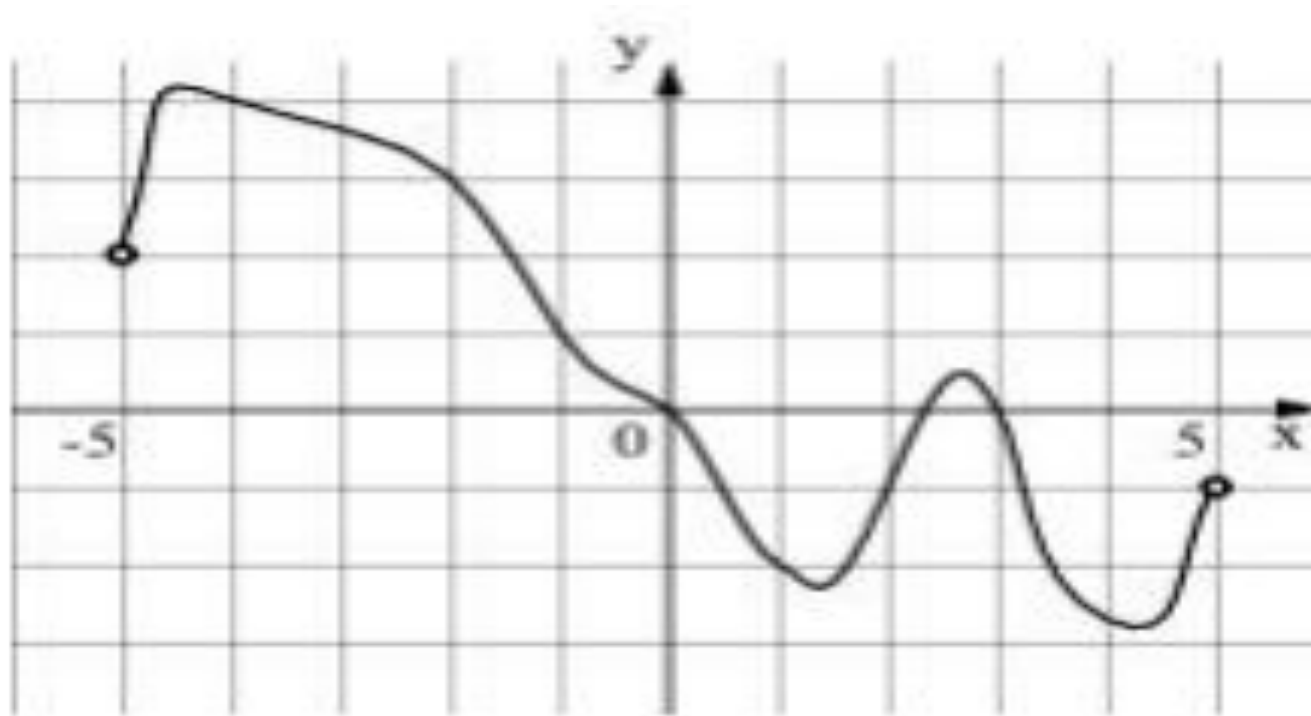
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 21)$. Найдите длину большего промежутка, при которых функция $f(x)$ возрастает на отрезке $[5; 20]$



Ответ:

2

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ:

7

**Спасибо за работу
на уроке.**