

# § 69. Независимые события. Умножение вероятностей

# Зависим

ые

Два события называют *зависимыми*, если вероятность появления одного из них меняется в зависимости от того, произойдет другое событие или

нет.

Например: на столе лежат 3 белых и 2 чёрных шара. Наудачу берут один шар, не возвращая его на стол. Если появился белый шар (событие  $A$ ), то вероятность появления белого шара во втором испытании (событие  $B$ )

$P(B) = \frac{2}{4} = 0,5$  . Если же в первом испытании появился чёрный шар (т.е.

событие  $A$  не произошло), то вероятность  $P(B) = \frac{3}{4} = 0,75$  . Таким образом,

вероятность события  $B$  зависит от того, произошло событие  $A$  или нет.

Следовательно, события  $A$  и  $B$  являются зависимыми.

# Независим

ье  
Два события называются *независимыми*, если появление одного из них не изменяет вероятность появления другого.

Например: опыт состоит в бросании двух монет. Пусть  $A$  и  $B$  – события, состоящие в том, что орёл появится соответственно на первой и второй монете. В данном случае вероятность события  $A$  не зависит от того, произошло событие  $B$  или нет. Следовательно, событие  $A$  независимо от события  $B$ .

События А и В называют независимыми, если выполняется равенство

Например подбрасывание 2 кубиков:  $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$ .

А – выпадение “1” на первом игральном кубике.

В – выпадение “6” на втором игральном кубике.

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$$

B \ A	1	2	3	4	5	6
1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

## Задача № 1

Выяснить являются ли события А и В независимыми, если:

1)  $P(A) = 0,2$  ;  $P(B) = 0,5$  ;  $P(AB) = 0,1$ .

Решение: Т.к.  $P(AB) = 0,1 = 0,2 \cdot 0,5 = P(A) \cdot P(B)$ .  
Следовательно события А и В являются независимыми.

2)  $P(A) = \frac{1}{6}$  ;  $P(B) = \frac{2}{3}$  ;  $P(AB) = \frac{2}{9}$ .

Решение: Т.к.  $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9} \neq \frac{2}{9} = P(AB)$ .  
Следовательно события А и В не являются независимыми.

## Задача № 2

Пусть наугад называется одно из первых десяти натуральных чисел и рассматриваются события:

A – названо чётное число, B – названо число, кратное пяти.

Выяснить являются ли события A и B независимыми.

Решение: Среди десяти чисел 1, 2, 3 ... 8, 9, 10 чётных чисел всего 5, а кратных пяти 2 числа, поэтому  $P(A) = \frac{5}{10}$ ;  $P(B) = \frac{2}{10}$ . Событие АВ состоит в названии числа кратного как 2, так и 5, т.е. кратного 10. Среди данных чисел, число 10 является единственным таким числом.  $P(AB) = \frac{1}{10} = 0,1$ .

$P(A) \cdot P(B) = \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{1}{10} = P(AB)$ . Следовательно события A и B являются независимыми.

### Задача № 3

За офисом наблюдают две независимые друга от друга видеокamеры . Вероятность того , что течение суток первая видеокamera выйдет из строя равна 0,001 , а вероятность того , что выйдет из строя вторая , равна 0,0005 . Найти вероятность , что в течение суток выйдут из строя обе видеокamеры.

Решение: Пусть событие А - выход из строя в течение рассматриваемых суток первой видеокamеры , В - выход из строя в течение тех же суток второй камеры. Согласно условию задачи  $P(A) = 0,001$ ;  $P(B) = 0.0005$ . Событие АВ - выход из строя в течение суток обеих видеокamer . Считая события А и В независимыми находим

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,001 \cdot 0,0005 = 5 \cdot 10^{-7}.$$

Ответ:  $5 \cdot 10^{-7}$

#### Задача № 4

Вероятность попадания в цель при одном выстреле первым орудием равна 0,8 , а вторым орудием равна 0,7. Найти вероятность попадания в цель хотя бы одним орудием, после того как они оба, стреляя по цели, сделали по одному выстрелу.

Решение: Пусть “+” обозначает попадание в цель, а “-” означает промах по цели, тогда :

1 выстрел выстрел	2
A) —	—
B) —	+
C) +	—
D) +	+

Нам необходимо найти вероятность хотя бы одного попадания. Этому условию удовлетворяют события B, C, D. Следовательно нам необходимо найти  $P(B+C+D) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - (1-0,8) \cdot (1-0,7) = 1 - 0,2 \cdot 0,3 = 1 - 0,06 = 0,94$ .

Ответ: 0,94.