МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

Метод рационализации (декомпозиции) - это метод замены одного неравенства на равносильное другое, более простое неравенство

Модуль

- $|f| - |q| > 0,$

$(|f| - |q|)(|f| + |q|) > 0$

$|f|^2 - |g|^2 > 0$

$f^2 - g^2 > 0$

$(f - g)(f + g) > 0$

Вывод: $\boxed{|f| - |q| > 0 \Leftrightarrow (f - g)(f + g) > 0}$

Квадратный корень

- $\sqrt{f} - \sqrt{g} \geq 0$

$(\sqrt{f} - \sqrt{g})(\sqrt{f} + \sqrt{g}) \geq 0$

$(\sqrt{f})^2 - (\sqrt{g})^2 \leq 0$

$f - g \leq 0$

ОДЗ:

$$\left[\begin{array}{l} f \geq 0, \\ g \geq 0; \end{array}\right.$$

Вывод: $\sqrt{f} - \sqrt{g} \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f - g \leq 0, \\ f \geq 0 \\ g \geq 0 \end{array}\right.$

Показательные неравенства

$a^f - a^g \gtrless 0$, $a \gtrless 0$, $a^f \gtrless a^g$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a < 1 \\ f \gtrless g \end{cases} \\ \begin{cases} a > 1 \\ f \gtrless q \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a - 1 < 0 \\ f - q \gtrless 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a - 1 > 0 \\ f - q \gtrless 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow (a-1)(f-q) \gtrless 0$$

<u>Вывод</u>: $a^f - a^g \gtrless 0$, $\underset{a>0}{\Leftrightarrow}$ $(a-1)(f-g) \gtrless 0$

Частный случай

$a^f - 1 \gtrless 0$; $a^f - a^0 > 0$ $\quad a>0 \quad (a-1)(f-0) \gtrless 0$

$\Leftrightarrow$

<u>Вывод</u>: $\boxed{a^f - 1 \gtrless 0 \quad a>0 \quad \Leftrightarrow \quad (a-1)f \gtrless 0}$

Пример

$$\frac{4^{x^2+3x-2} - 0{,}5^{2x^2+2x-1}}{5^x - 1} \le 0$$

ОДЗ: 5^x-1$\neq 0$

$5^x \neq 5^0$

$x \neq 0$

$$\frac{2^{2x^2+6x-4} - 2^{-2x^2-2x+1}}{5^x - 5^0} \le 0$$

$$\frac{(2-1)(2x^2+6x-4-(-2x^2-2x+1)}{(5-1)(x-0)} \le 0$$

$$\frac{2x^2+6x-4+2x^2+2x-1}{4x} \le 0$$

$$\frac{4x^2+8x-5}{4x} \le 0$$

$$Y = \frac{4x^2+8x-5}{4x}$$

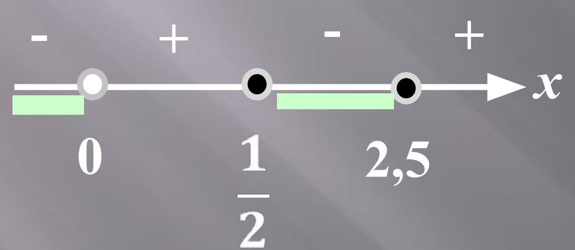
$$\frac{4x^2+8x-5}{4x}=0$$

$$\begin{cases} 4x^2+8x-5=0 \\ x\neq 0 \end{cases}$$

$$4x^2+8x-5=0$$

$$D=16\ -4\ \times(-5)=36$$

$$x_1=\frac{1}{2}\qquad x_2=\frac{5}{2}$$



$$\mathrm{x}\ \epsilon(-\infty;0)\cup\left[\frac{1}{2};2{,}5\right]$$

Логарифмические неравенства

- $log_a f - log_a g \gtrless 0$, $a>0$, $a \neq 1$, $f>0$, $g>0$

$$log_a f \gtrless log_a g \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a<1 \\ f \gtrless g \end{cases} \\ \begin{cases} a>1 \\ f \gtrless g \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a-1<0 \\ f-g \gtrless 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a-1>0 \\ f-g \gtrless 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow (a-1)(f-q) \gtrless 0$$

<u>Вывод</u>: $log_a f - log_a g \gtrless 0$, $a>0$, $a \neq 1$, $f>0$, $g>0$ $\Leftrightarrow$ $(a-1)(f-g) \gtrless 0$

Частные случаи

1) $\log_a f - 1 \gtrless 0$ $\quad \log_a f - \log_a a \gtrless 0, \quad a>0, a\neq 1, f>0 \quad (a-1)(f-a) \gtrless 0$

$\Leftrightarrow$

Вывод: $\log_a f - 1 \gtrless 0 \quad a>0, a\neq 1, f>0 \quad (a-1)(f-a) \gtrless 0$

$\Leftrightarrow$

2) $\log_a f - 0 \gtrless 0$; $\quad \log_a f - \log_a 1 \gtrless 0, \quad a>0, a\neq 1, f>0 \quad (a-1)(f-a) \gtrless 0$

$\Leftrightarrow$

Вывод: $\log_a f \gtrless 0 \quad a>0, a\neq 1, f>0 \quad (a-1)(f-1) \gtrless 0$

$\Leftrightarrow$

3) $\log_a f + \log_a g \gtrless 0$ $\quad a>0,\ a\neq 1,\ f>0,\ g>0$ $\quad \log_a f - (-\log_a g) \gtrless 0$

$\Leftrightarrow$ $\quad\Leftrightarrow$

$a>0,\ a\neq 1,\ f>0,\ g>0$ $\quad \log_a g - \log_a g^{-1} \gtrless 0$ $\quad a>0,\ a\neq 1,\ f>0,\ g>0$

$\Leftrightarrow$ $\quad\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \log_a f - \log_a \frac{1}{g} \gtrless 0$

<u>Вывод</u>: $\log_a f + \log_a g \gtrless 0$ $\quad a>0,\ a\neq 1,\ f>0,\ g>0$ $\quad (a-1)(f - \frac{1}{g}) \gtrless 0$

$\Leftrightarrow$