

*Решение простейших
тригонометрических
уравнений*

*учитель математики МБОУ СОШ №12
«Цыганкова Лидия Анатольевна»*

Для успешного решения простейших тригонометрических уравнений необхо

- 1) уметь отмечать точки на числовой окружности;**
- 2) уметь определять значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса точек числовой окружности;**
- 3) знать свойства основных тригонометрических функций;**
- 4) знать понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса.**

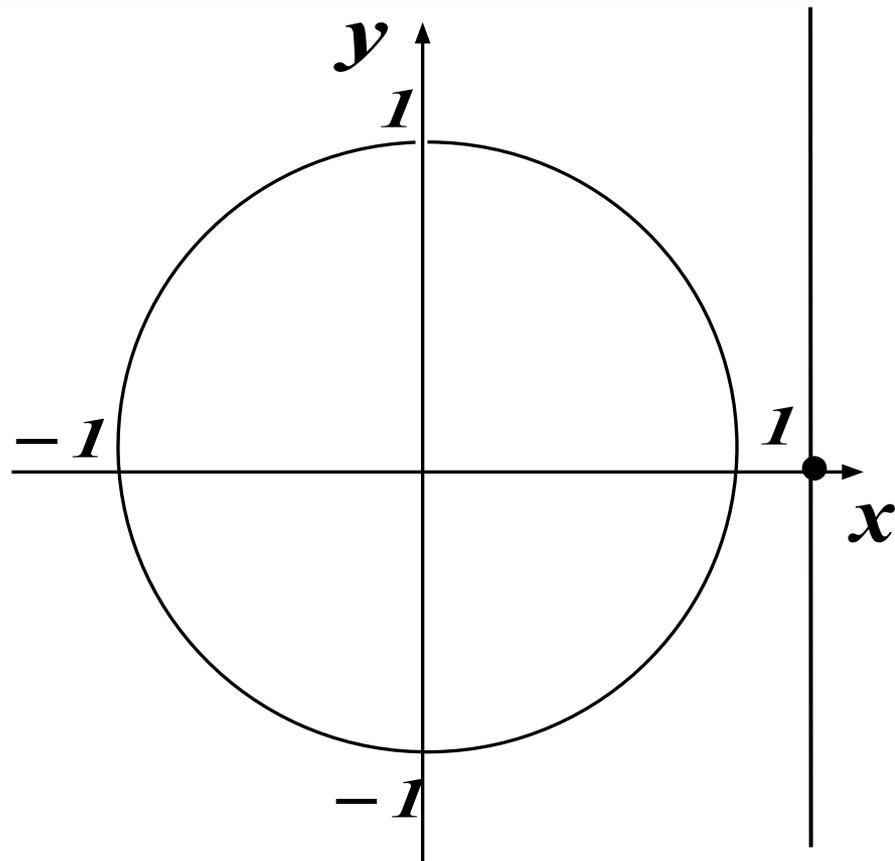
Решение уравнений $\cos t = a$.

*Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\cos t = a$.*

1) $|a| > 1$

*Нет точек пересечения с
окружностью.*

**Уравнение не имеет
решений.**



Решение уравнений $\cos t = a$.

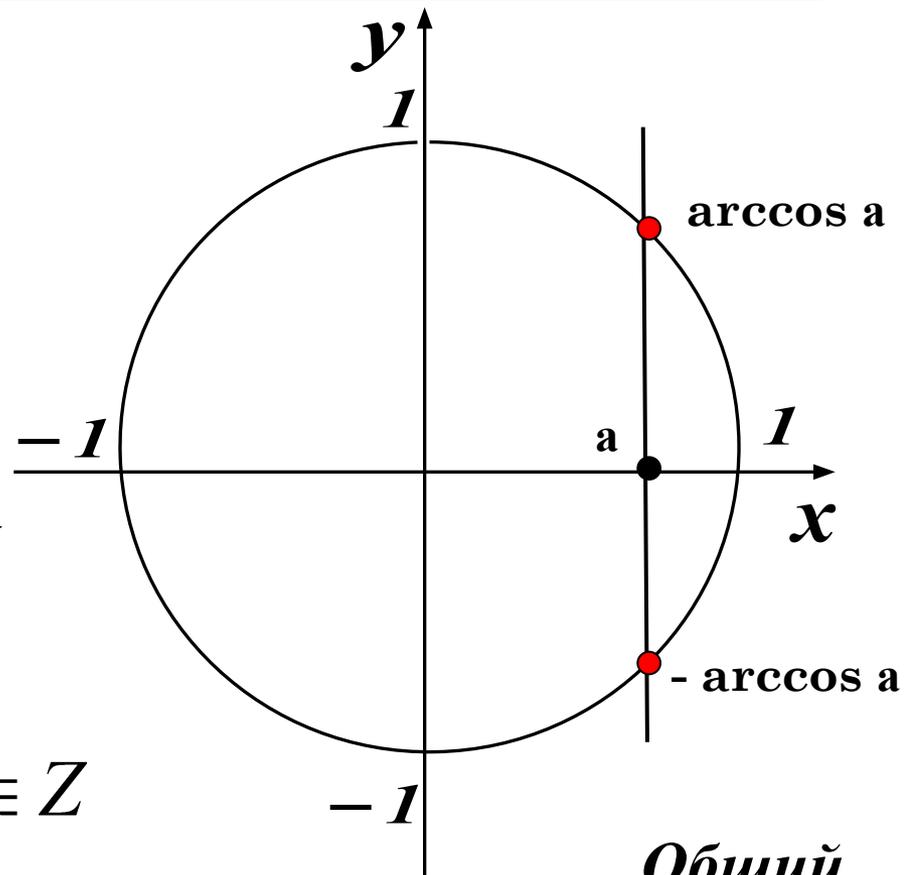
Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\cos t = a$.

2) $|a| < 1$

$$t = \begin{cases} \arccos a + 2\pi k \\ -\arccos a + 2\pi k \end{cases}$$

или

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Общий
случай

Решение уравнений $\cos t = a$.

Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\cos t = a$.

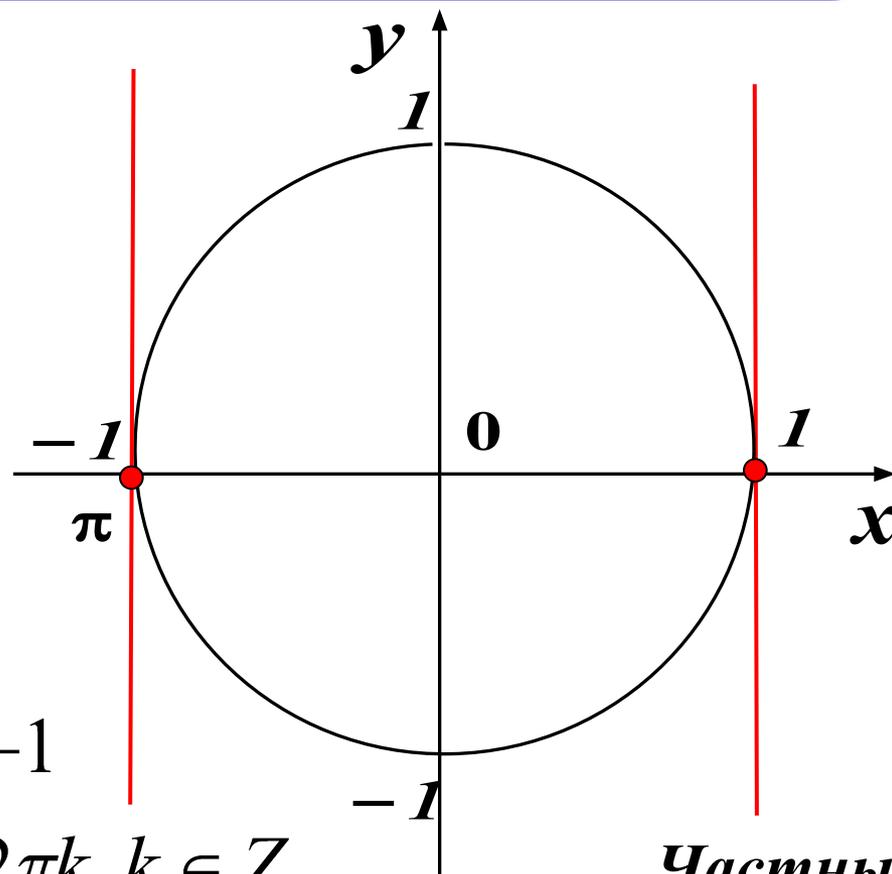
3) $|a| = 1$

$$\cos t = 1$$

$$t = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t = -1$$

$$t = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Частные
случаи

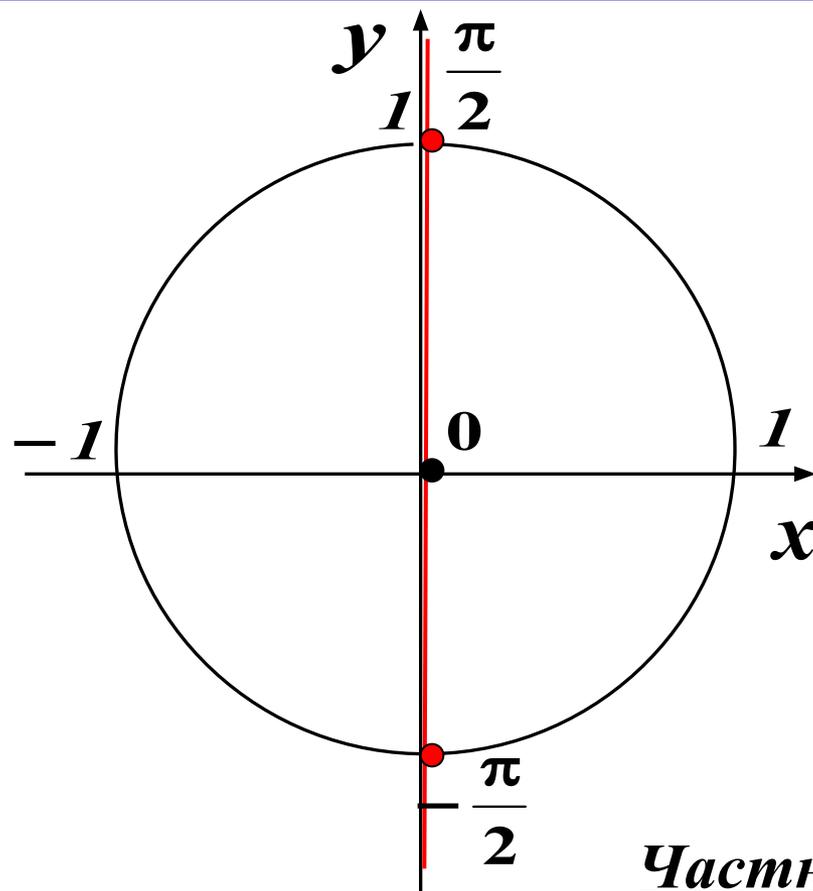
Решение уравнений $\cos t = a$.

Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\cos t = a$.

4) $a = 0$

$$\cos t = 0$$

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Частный
случай

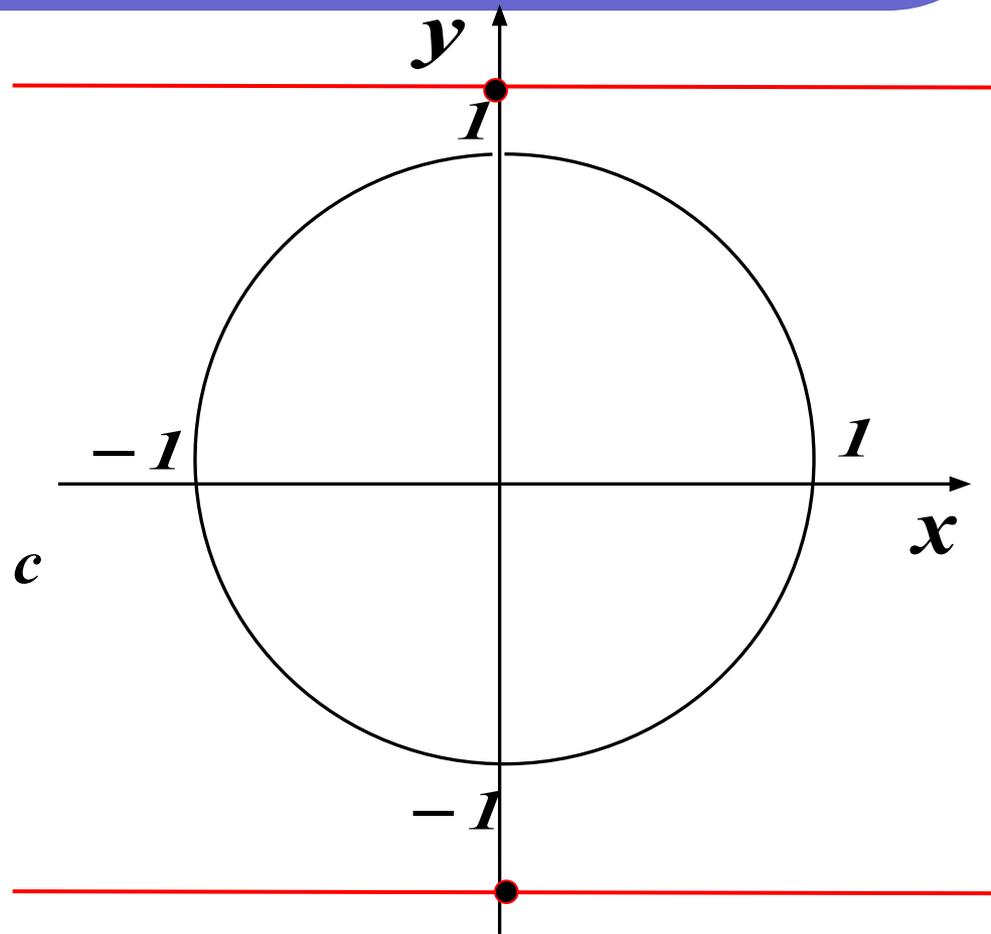
Решение уравнений $\sin t = a$.

Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\sin t = a$.

1) $|a| > 1$

Нет точек пересечения с
окружностью.

Уравнение не имеет
решений.



Решение уравнений $\sin t = a$.

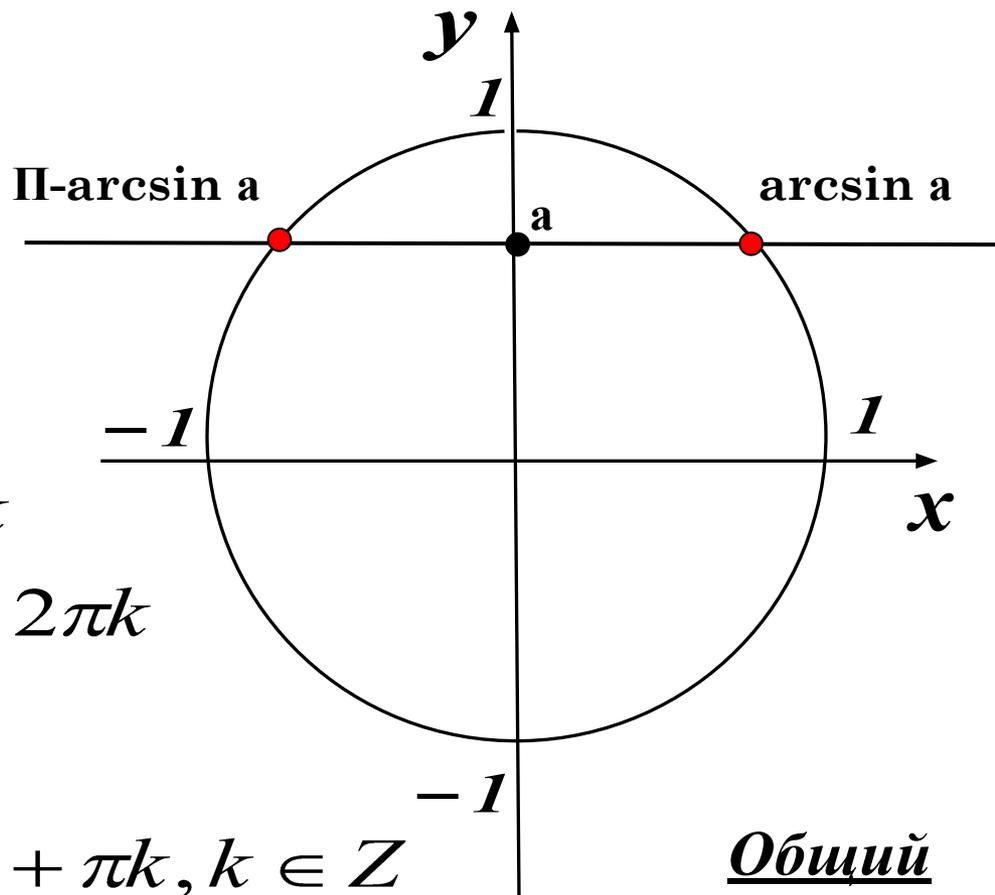
Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\sin t = a$.

2) $|a| < 1$

$$t = \begin{cases} \arcsin a + 2\pi k \\ \pi - \arcsin a + 2\pi k \end{cases}$$

или

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Общий
случай

Решение уравнений $\sin t = a$.

Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\sin t = a$.

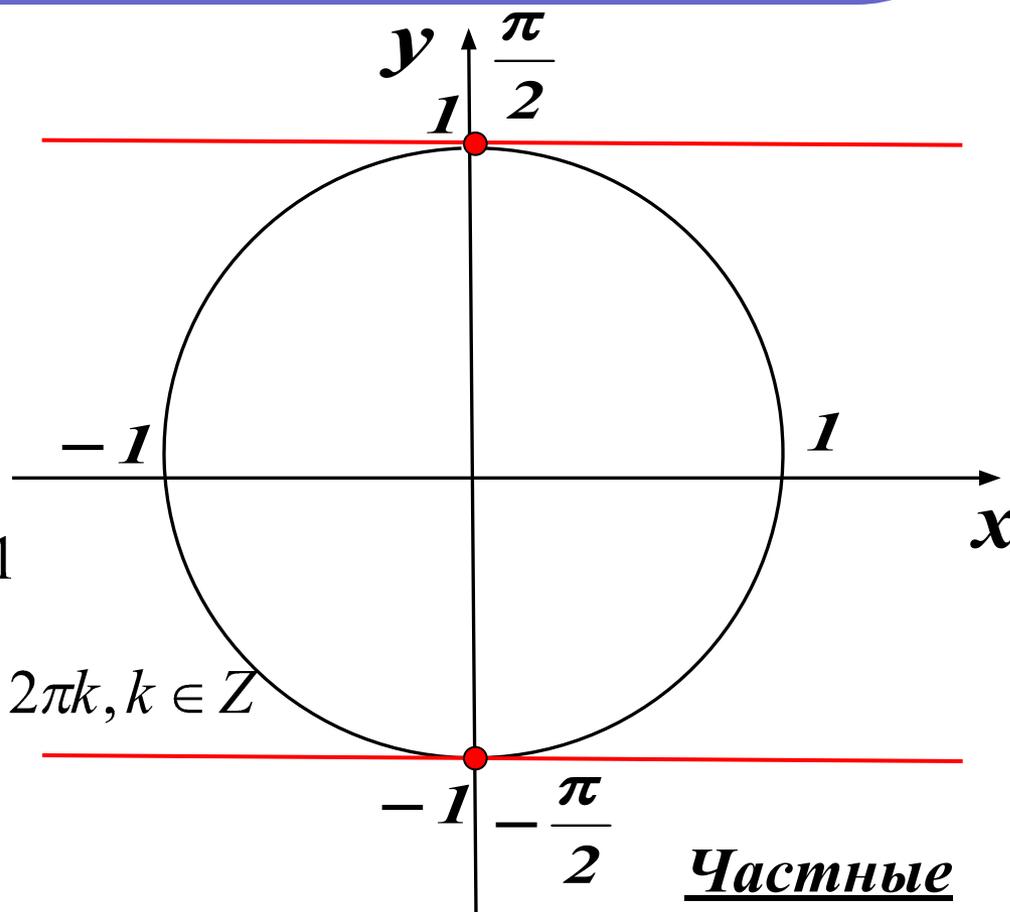
3) $|a| = 1$

$$\sin t = 1$$

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Частные
случаи.

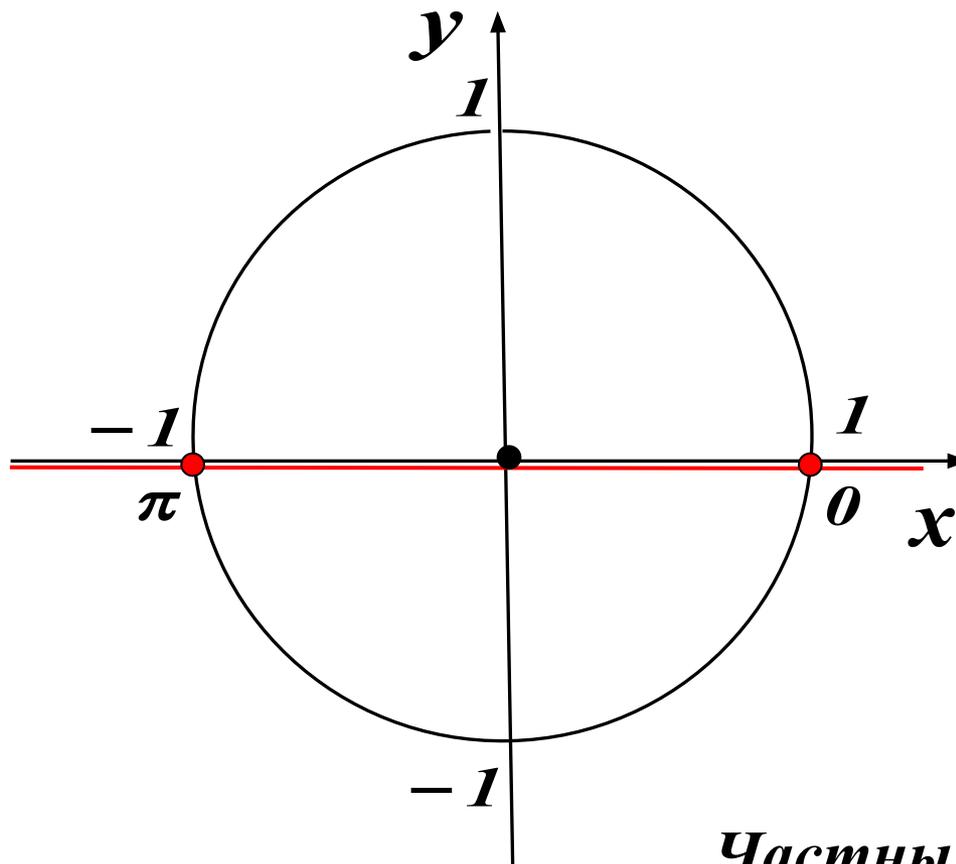
Решение уравнений $\sin t = a$.

Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\sin t = a$.

4) $a = 0$

$$\sin t = 0$$

$$t = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Частный
случай

Пример уравнения

$$2\sin 4x - \sqrt{3} = 0$$

$$\overset{t}{\sin 4x} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

Уравнение сводится к простейшему переносом слагаемого и делением обеих частей на коэффициент аргумента.

$$4x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Разделим обе части на 4.

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = (-1)^k \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

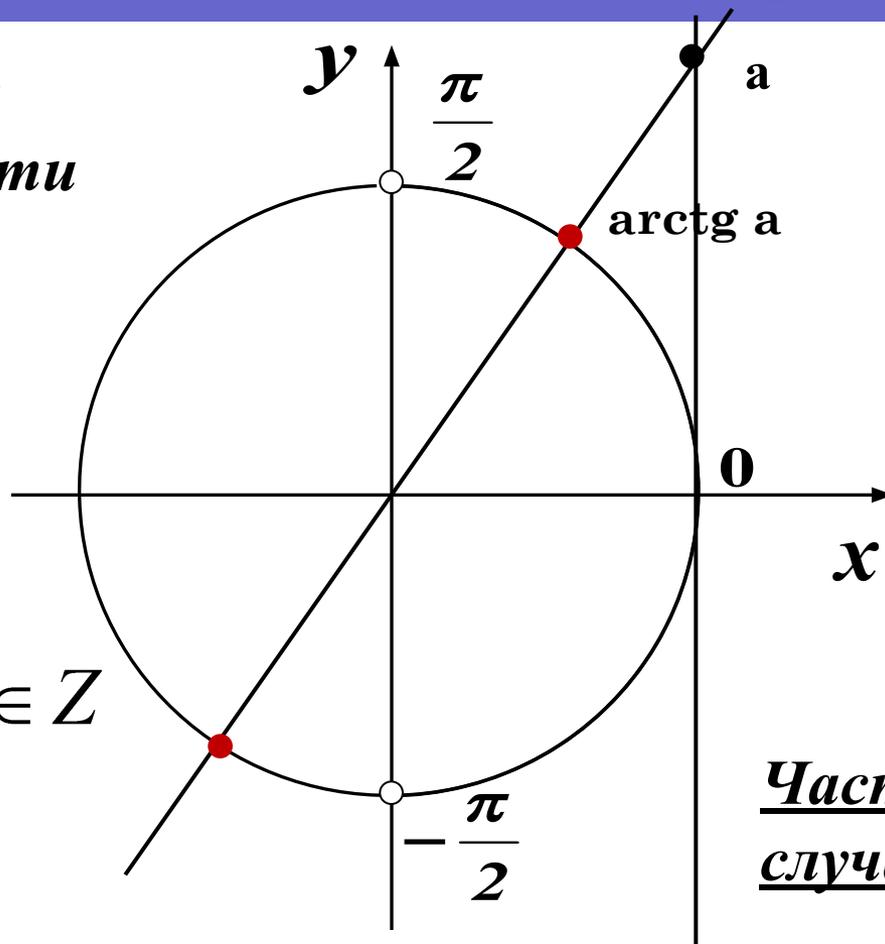
Решение уравнений $\operatorname{tg} t = a$.

Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\operatorname{tg} t = a$.

a – любое число.

$$\operatorname{tg} t = a$$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Частных
случаев нет

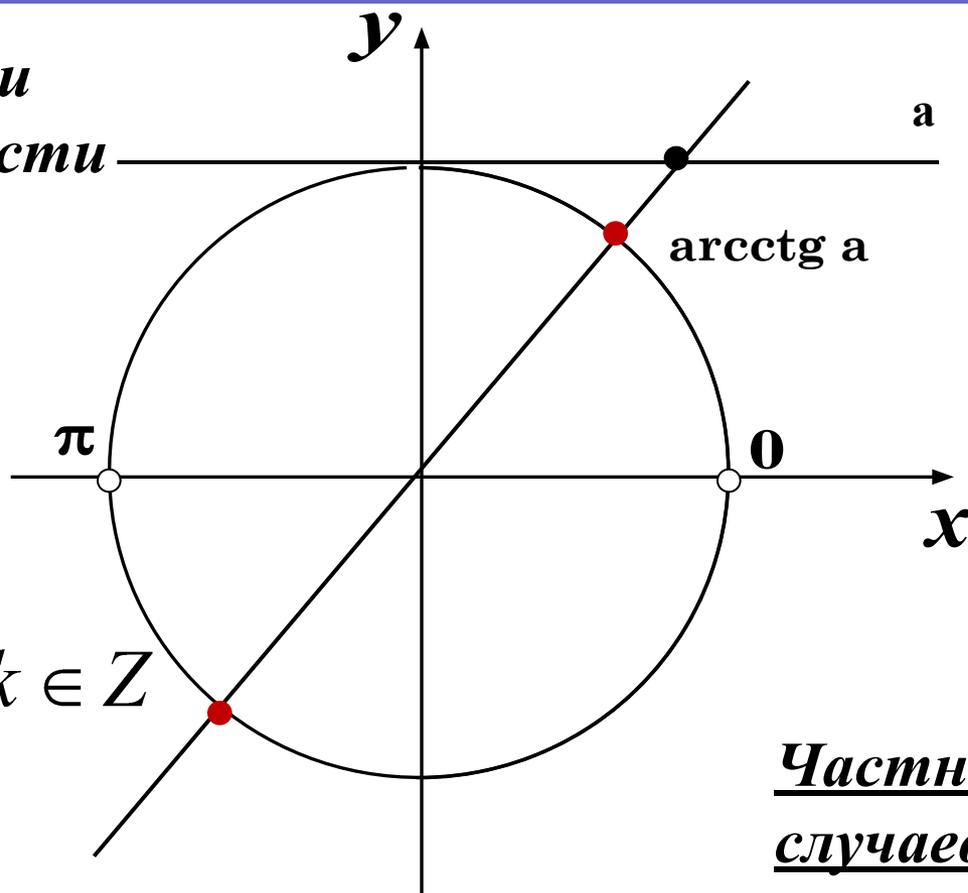
Решение уравнений $\operatorname{ctg} t = a$.

Решим при помощи
числовой окружности
уравнение $\operatorname{ctg} t = a$.

a – любое число.

$$\tilde{t} \operatorname{ctg} t = a$$

$$t = \arctg a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Частных
случаев нет

Работа в группах

$$\grave{a}) \text{Cos}x = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\hat{a}) \text{tg}\tilde{\alpha} = 1;$$

$$\acute{a}) \text{Sin}x = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\tilde{a}) \text{ctg}\tilde{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

ОТВЕТЫ

$$\grave{a}) \tilde{\theta} = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\acute{a}) \tilde{\theta} = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\hat{a}) \tilde{\theta} = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\tilde{a}) \tilde{\theta} = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Самостоятельная работа

I вариант	II вариант	III вариант
$\grave{a}) \text{Cos}x = \frac{1}{2};$	$\grave{a}) \text{ctg}\tilde{\alpha} = 1;$	$\grave{a}) \text{Sin}x = \frac{\sqrt{3}}{2};$
$\acute{a}) \text{tg}\tilde{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}};$	$\acute{a}) \text{Sin}x = -\frac{1}{2};$	$\acute{a}) \text{tg}\tilde{\alpha} = -\sqrt{3};$
$\hat{a}) \text{Sin}x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$	$\hat{a}) \text{Cos}x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$	$\hat{a}) \text{Cos}x = -1.$