

# Школа одаренных детей «Импульс» ДЕЛИМОСТЬ

## 8-9 классы

Бусыгина Наталия Сергеевна,  
учитель математики МБОУ «Лицей  
№ 24» г.Волгодонска Ростовской  
области



**Найдите наименьшее число,  
записываемое только при помощи  
двоек, единиц и нулей, которое бы  
делилось на 225.**

Число должно делиться на 25, поэтому оно оканчивается не менее, чем на два нуля.

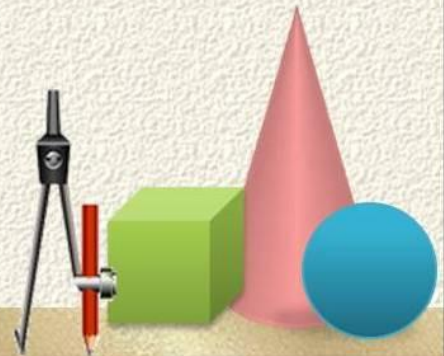
Число должно делиться на 9, поэтому сумма цифр должна делиться на 9, значит, она не менее 9. Представим 9 наименьшим числом слагаемых:  $9 = 2 + 2 + 2 + 2 + 1$ . Чтобы число было меньше, 1 должна стоять в начале числа.

**Ответ: 1222200.**



**Найдите все числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.**

- Пусть число  $A=7x + x$ ,  $A=8x$ , где  $0 < x < 7$ , т.е.  $x$  принимает значения 1, 2, 3, 5, 6.  
Тогда,  $A = 8, 16, 24, 32, 40, 48$ .  
**Ответ: 8, 16, 24, 32, 40, 48.**



При делении некоторого числа на 13 и 15 получились одинаковые частные, но первое деление было с остатком 8, а второе деление без остатка. Найти это число.

- Пусть число  $A = 13n + 8$ , тогда по условию  $A = 15n$ , решив уравнение  $13n + 8 = 15n$ , получим  $n = 4$ . Значит, число  $A = 60$ .

**Ответ: 60**



**Число 2005 представьте в виде разности квадратов двух натуральных чисел.**

- Так как  $2005=5 \cdot 401$ , а  $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ , то для нахождения решения задачи надо найти решения следующих систем уравнений

$$\begin{cases} a + b = 2005 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 401 \\ a - b = 5 \end{cases}$$

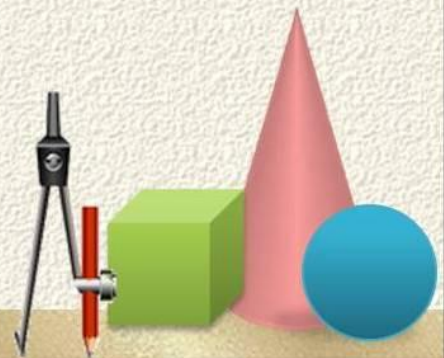
Решениями данных систем уравнения являются пары чисел:  $(1003, 1002)$ ;  $(203, 198)$ .

**Ответ:  $2005=1003^2-1002^2$  и  $2005=203^2-198^2$**



**Сумма двух натуральных чисел равна 777.  
Какое наибольшее значение может  
принимать общий делитель этих чисел?**

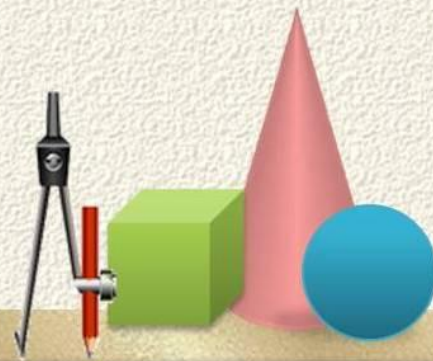
- Разложим 777 на простые множители:  
 $777 = 7 \cdot 3 \cdot 37 = 21 \cdot 37 = (7 + 14) \cdot 37 = 7 \cdot 37 + 14 \cdot 37 = 259 + 518$ .  
Наибольшим делителем чисел 259 и 518 будет 259. В других случаях наибольший общий делитель слагаемых будет меньше.
- **Ответ: 259**



Любитель арифметики перемножил первые 2002 простых числа. На сколько нулей заканчивается произведение?

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 20 (E) 100

- **Решение.** Ясно, что один ноль в произведении есть: и 2, и 5 входят в набор первых 2002 простых чисел. Так же ясно должно быть, что больше нулей в этом произведении нет, поскольку сомножители не повторяются, а других способов получить ноль на конце произведения нет. **Ответ — В.**



**Сколькими способами можно записать число 2003 в виде суммы  $a + b$ , где  $a$  и  $b$  — простые числа и  $a < b$ ?**

**(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) более 3**

- **Решение.** Заметим, что сумма двух чисел нечетна только в том случае, когда **одно их слагаемых четно, а другое — нечетно.** Поскольку четное простое число существует ровно одно — 2, если искомая запись существует, то это может быть только  $2 + 2001$ , но число 2001 очевидным образом делится на 3.

**Ответ — А.**

