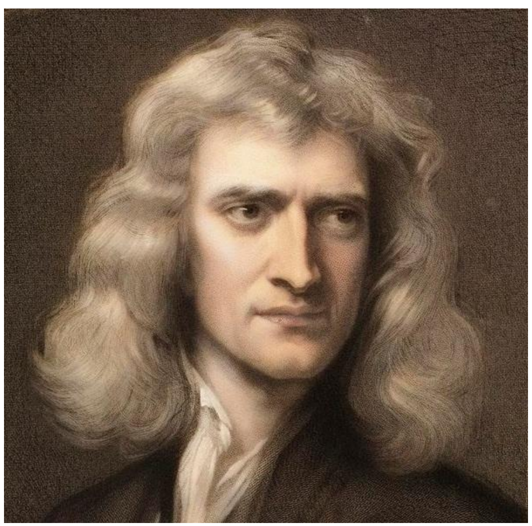
Вычисление площадей плоских фигур

преподаватель Чухина О.В.

Цель занятия

- Закрепить умения применять определённый интеграл при вычислении площадей плоских фигур

Г.Лейбниц



И.Ньютон

Символ введен Г. Лейбницем в 1675 г. Этот знак является изменением латинской буквы «S» (первой буквы слова «сумма»). Само слово «интеграл» придумал в 1690 г. Я. Бернулли. Вероятно, оно происходит от латинского «integero», которое переводится как «приводить в прежнее состояние, восстанавливать». Действительно, операция интегрирования «восстанавливает» функцию, дифференцированием которой была получена подынтегральная функция. В ходе переписки И. Бернулли и Г. Лейбниц согласились с предложением Я. Бернулли , и с 1696 г. появилось название новой ветви математики –«интегральное исчисление». Понятие «неопределенный интеграл» выделил Г. Лейбниц, а «определенный интеграл» ввел К. Фурье. Связь операций дифференцирования и интегрирования независимо друг от друга установили И.

Ньютон и Г. Лейбниц»

В.Брюсов

Смысл там, где змеи интеграла

Меж цифр и букв, меж d и f.

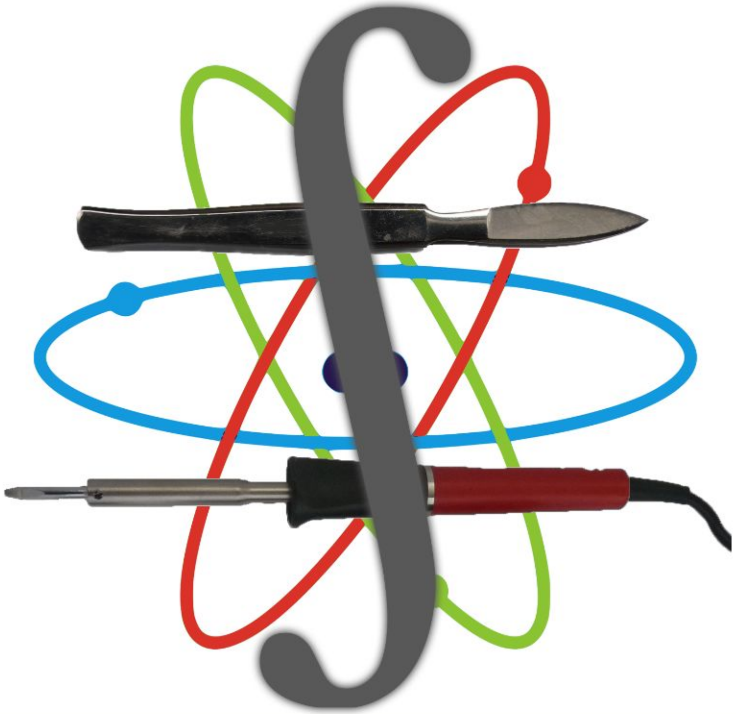
Там - власть, там творческие горны!

Пред волей чисел все – рабы.

И солнца путь вершат, покорны

Немым речам и ворожбы.

В. Брюсов



Что такое **бионика**?

Лозунг бионики «Природа знает лучше»

Знаем:

<u>Определение:</u> Функция ***F(x)*** называется первообразной для функции ***f(x)***, если $F'(x) = f(x)$.

Функция	Первообразная
$k \cdot f(x)$	$k \cdot F(x)$
$f_1(x) + f_2(x)$	$F_1(x) + F_2(x)$
$f(ax+b)$	$\frac{1}{a} F(ax+b)$

Что такое определённый интеграл?

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(\tau_k) \cdot \Delta x_k .$$

Свойства определённого интеграла

1. $\int_a^a f(x)dx = 0.$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак определённого интеграла:

$$\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx.$$

3. Определённый интеграл от суммы двух функций равен сумме определённых интегралов от этих функций:

$$\int_a^b (f_1(x) \pm f_2(x))dx = \int_a^b f_1(x)dx \pm \int_a^b f_2(x)dx$$

4. При перестановке пределов интегрирования определённый интеграл меняет знак на противоположный:

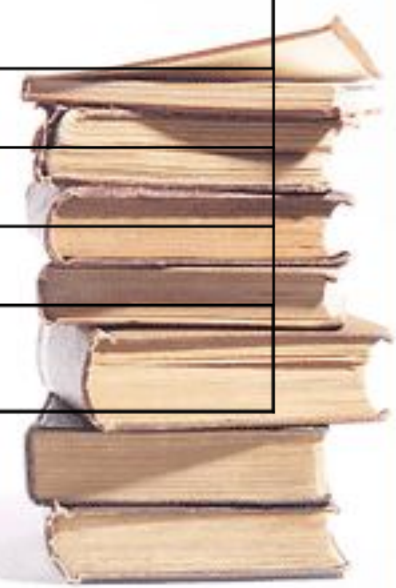
$$\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx.$$

5. Интеграл по отрезку равен сумме интегралов по его частям:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx,$$ *где a<c<b.*

Самостоятельная работа

Вариант 1	Вариант2
1. Найти первообразную функции	
А) cosx	А) sinx
Б) x^2	Б) x^3
В) $\frac{2}{x}$	В) $\frac{5}{x}$
Г) 6x	Г) 4x
Д) $4x^3$	Д) $6x^2$
1. Вычислить интеграл	
С) $\int_1^2 (7x^3-5)dx$	с) $\int_0^2 (2x^2+x)dx$



ответы

Вариант 1	Вариант 2
А) sinx+C	А) –cosx+C
Б) $\frac{x^3}{3}$+C	Б)$\frac{x^4}{4}$+C
В) 2lnx+C	В) 5lnx+C
Г) $3x^2$+C	Г) $2x^2$+C
Д) x^4+C	Д) 2 x^3+C
С) $21\frac{1}{4}$	С) $7\frac{1}{3}$

Критерии отметки :

«3» - 4 правильных ответа

«4» - 5 правильных ответов

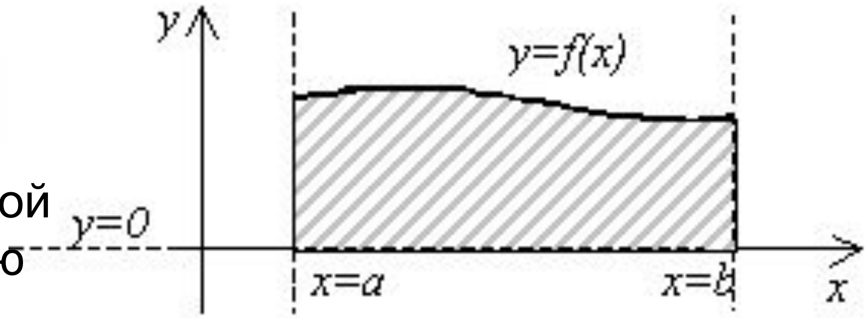
«5» - 6 правильных ответов

Знаем:

1.Как вычислить интеграл $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

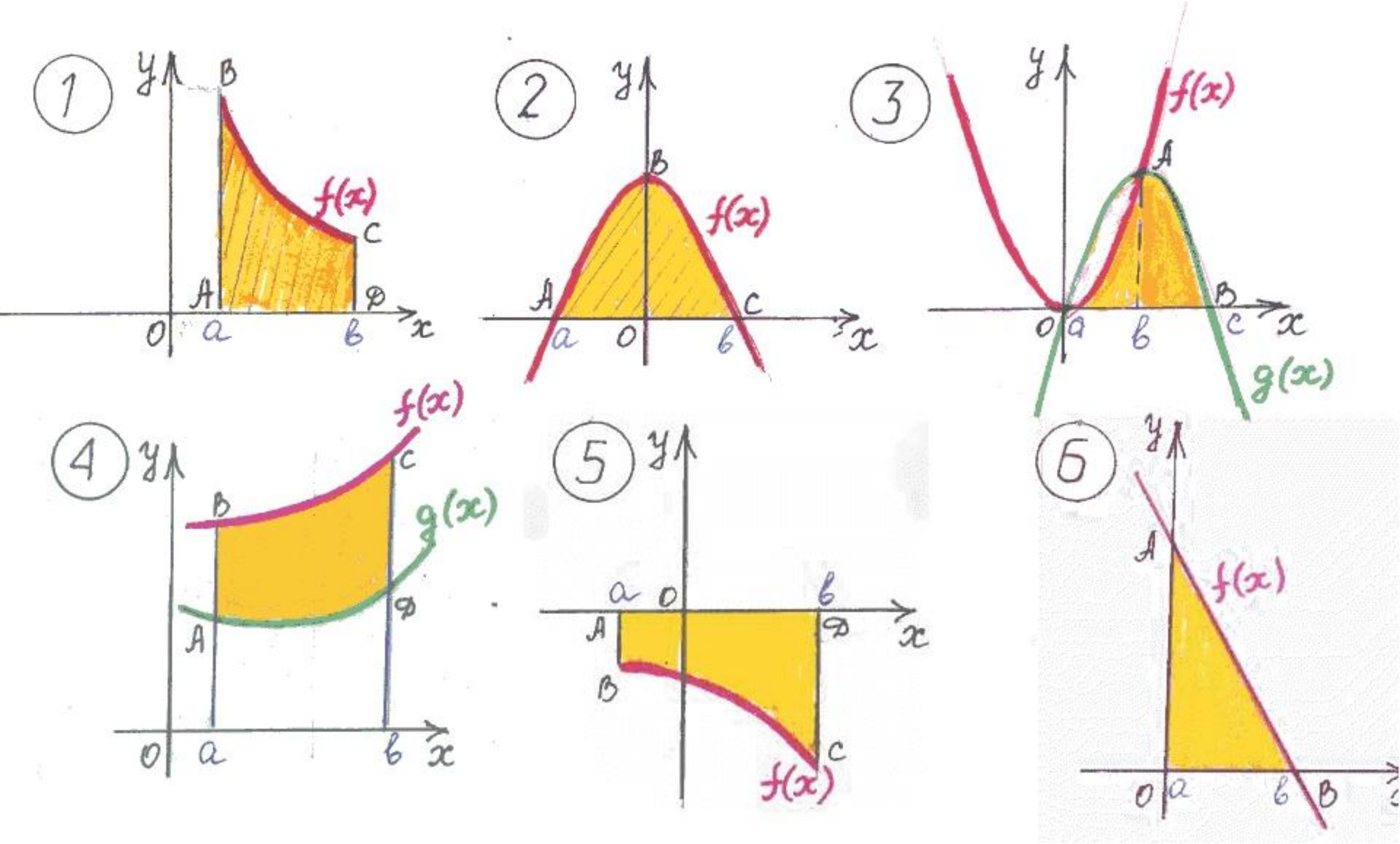
2. Что такое криволинейная трапеция

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком неотрицательной и непрерывной на отрезке [*a*;*b*] функции *f*, осью *Ox* и прямыми *x* = *a* и *x* = *b*.



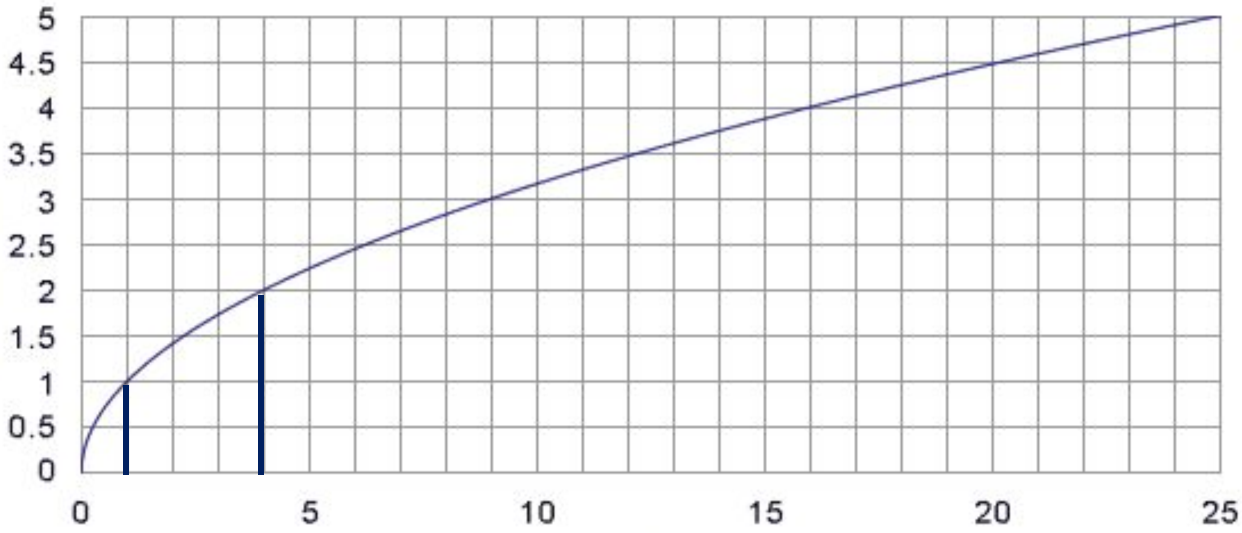
3. Как связаны площадь криволинейной трапеции с интегралом

Выберите из этих фигур те, которые являются криволинейными трапециями



Найдите площадь фигуры, ограниченной:

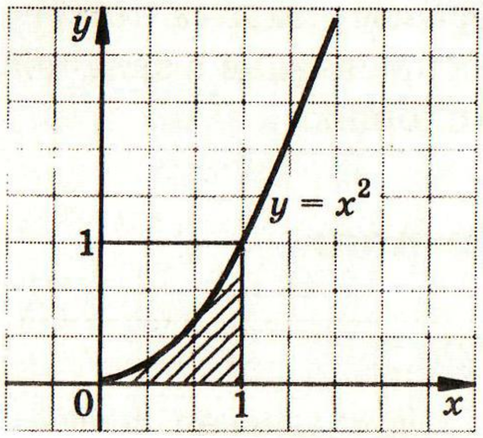
$y=\sqrt{x}$, $x=1$, $x=4$, $y=0$



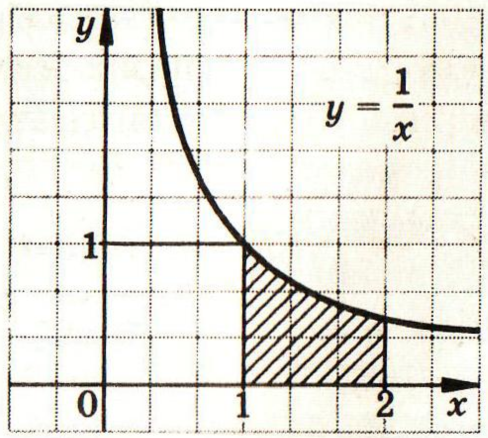
$$\int_1^4 \sqrt{x}\,dx = \frac{2x\sqrt{x}}{3}\ \Big|_1^4 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

Найдите площадь фигуры:

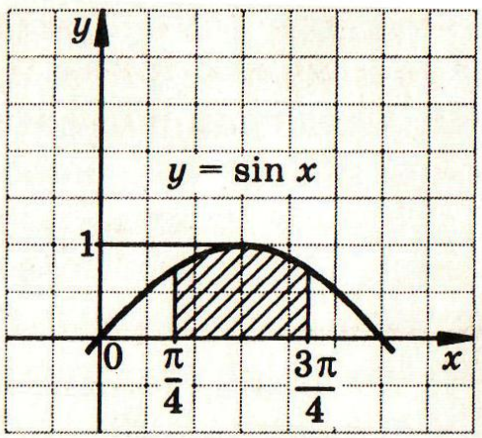
I В



II В



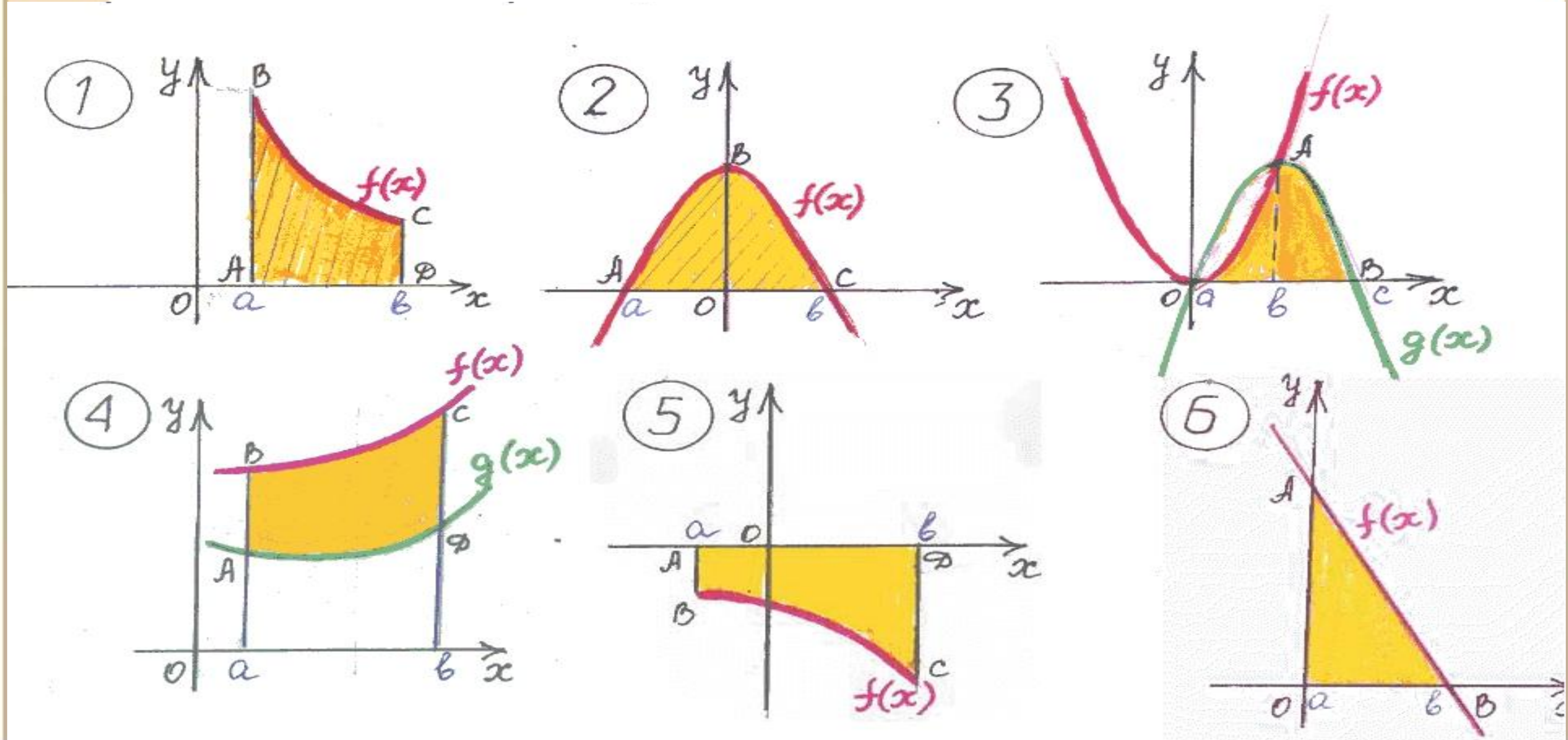
III В



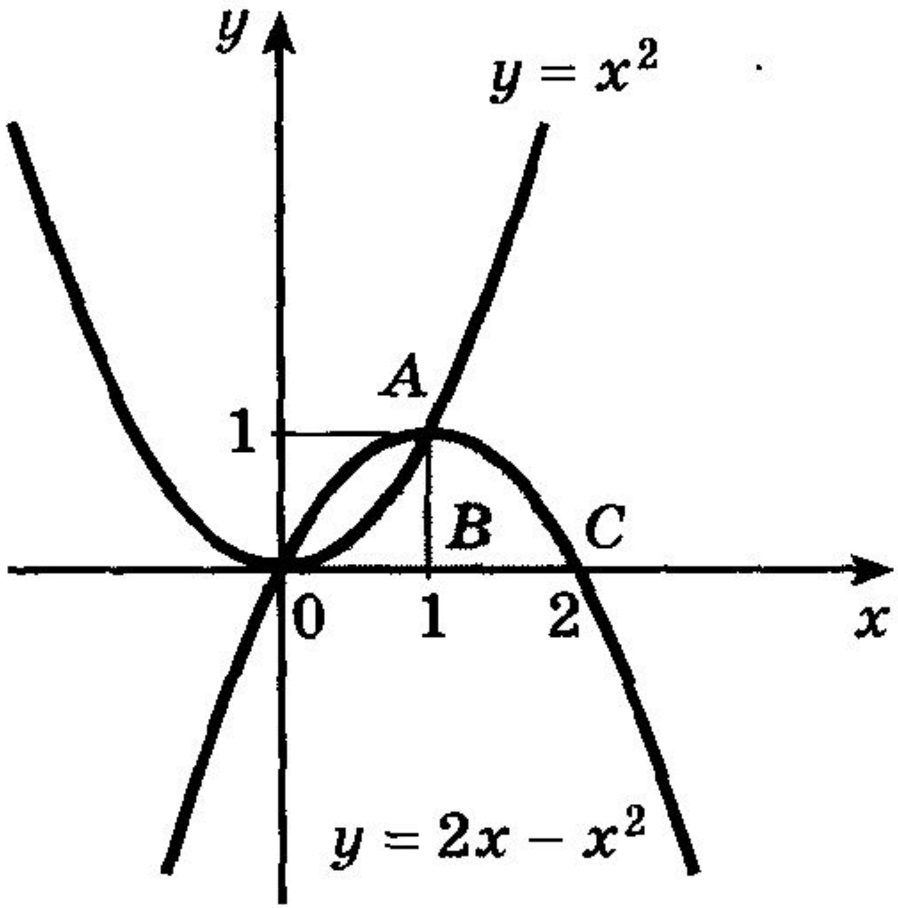
Задача 4.

- $$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Как вычислить площадь фигуры, если она не является криволинейной трапецией?

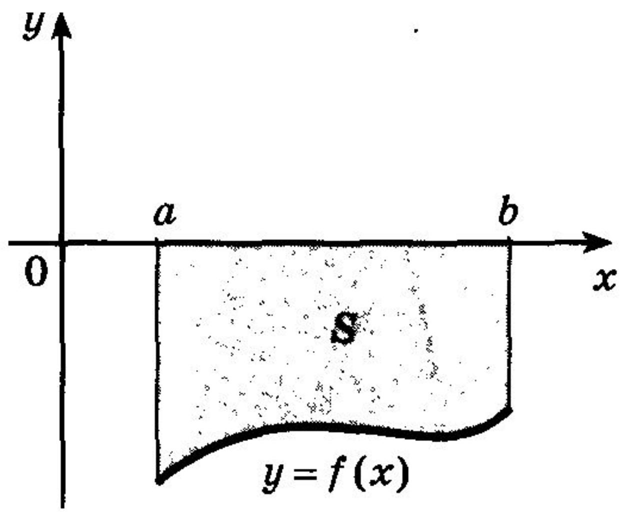


Задача 5:

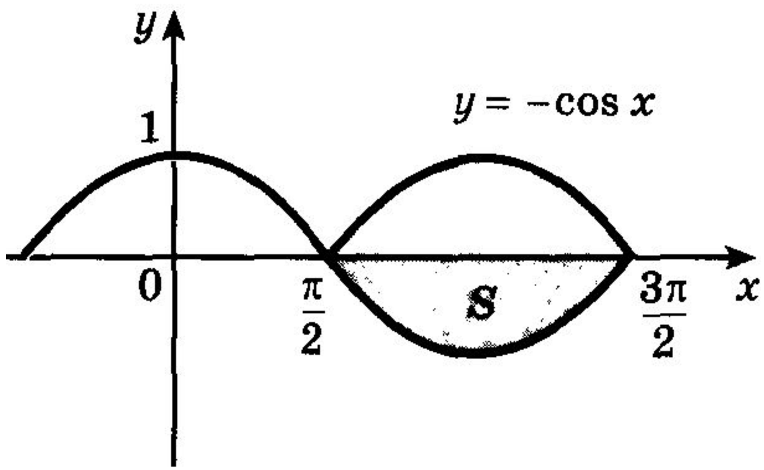


$$S = \int_0^1 x^2\,dx + \int_1^2 (2x - x^2)\,dx = \frac{x^3}{3}\Bigg|_0^1 + \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_1^2 = 1.$$

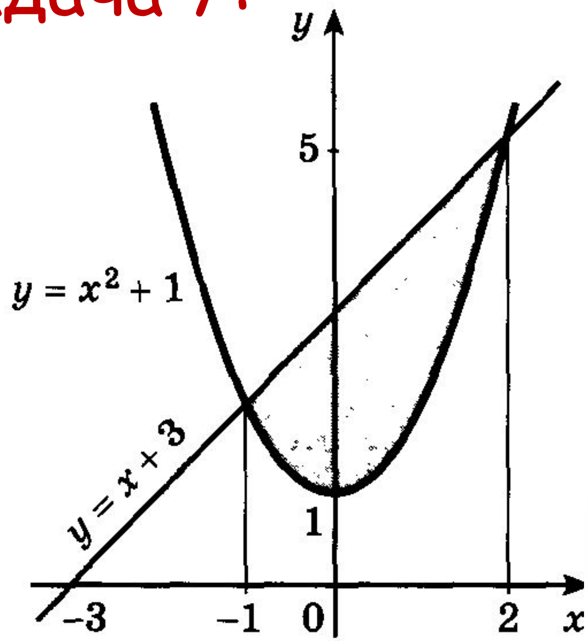
Задача 6:



$$S = \int_a^b (-f(x))\,dx.$$



Задача 7:



$$S_1 = \int_{-1}^{2} (x+3)\,dx,$$

$$S_2 = \int_{-1}^{2} (x^2+1)\,dx,$$

$$S = S_1 - S_2 = \int_{-1}^{2} (x+3)\,dx - \int_{-1}^{2} (x^2+1)\,dx = 4{,}5.$$

Домашнее задание:

Вариант 35,36 стр.215

Составить свою задачу на нахождение площади плоской фигуры и решить её.

Считай перед сном интегралы – овечки для слабаков!

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!