Тригонометрические уравнения. Отбор корней.

Алгебра

10 класс

Подготовка к решению заданий С1

Что необходимо знать для решения тригонометрических уравнений?

- Принципы решения (формулы для решения простейших уравнений).
- Управлять преобразованиями с использованием формул.
- Пользоваться единичной окружностью для отбора корней.

Цель

Научиться объединять умения в одно решение.

Задачи

- Закрепить использование формул для решения простейших уравнений.
- Узнавать ситуации для использования формул преобразования.
- Отрабатывать навык отбора корней на единичной окружности.
- Использовать способ ограничений для проверки правильности отбора корней.

Каждому уравнению поставьте в соответствие номер правильного ответа.

- А) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- Б) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- В) $\mathrm{tg}\, x = -1$
- Г) $\mathrm{ctg}\, x = -1$

- 1) $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$
- 2) $x = \frac{3\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$
- 3) $x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$
- 4) $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}; \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z} \end{array}\right.$

Ответ: 4312

На единичной окружности отметьте точки соответствующие углам, которые обладают следующими свойствами:

- 1) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, 2) $\sin\alpha =- \frac{\sqrt{2}}{2}$, 3) $\sin\alpha = 0$,

4) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$, 5) $\cos\alpha =$ - $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 6) $\cos\alpha = 0$,

7) tg α=1 , 8) tg α=$\sqrt{3}$, 9) tg α=$-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Упражнение 1. Решите уравнение $\sin 2x+\cos 2x=1$. Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{6}; 2\pi\right]$.

Решение.

$2\sin x\cos x+cos^2x-sin^2x-1=0$;

$2\sin x\cos x-2sin^2x=0$;

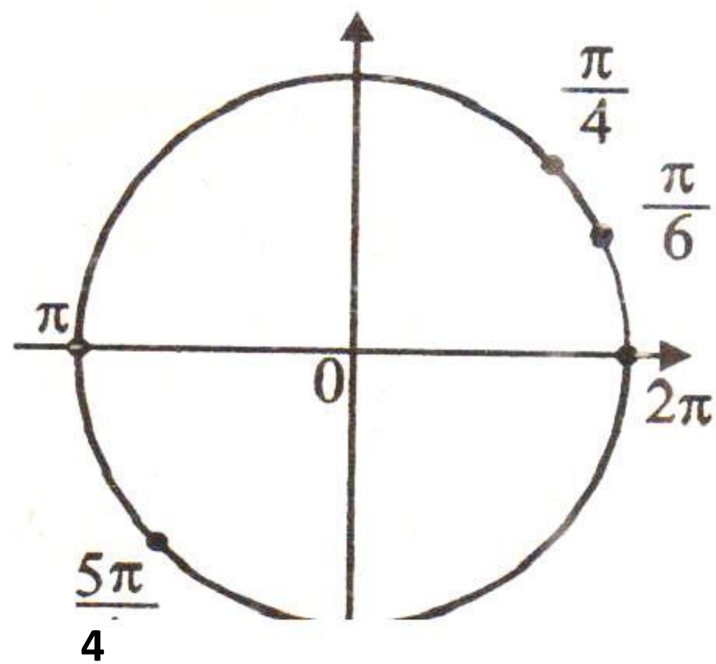
$\sin x\ (\cos x-\sin x)=0$;

1) $\sin x=0$; $x=\pi k$, $k\in Z$.

2) $\sin x=\cos x$; $\text{tg}\, x=1$; $x=\frac{\pi}{4}+\pi n$, $n\in \mathbf{Z}$

Отберём корни, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{6}; 2\pi\right]$.

$\frac{\pi}{4}; \pi; \frac{5\pi}{4}; 2\pi$



Проверим отбор корней с помощью ограничений.

- 1)$x=\pi k$, $k\in Z$: $\frac{\pi}{6}\le\pi k\le 2\pi$; $\frac{1}{6}\le k\le 2$; $k=1$, $k=2$;

$x_1=\pi$; $x_2=2\pi$.

2) $x=\frac{\pi}{4}+\pi n$, $n\in \mathbf{Z}$: $\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{4}+\pi n\le 2\pi$; $\frac{1}{6}\le\frac{1}{4}+n\le 2$;

$-\frac{1}{12}\le n\le 1\frac{3}{4}$; $n=0$, $n=1$;

$x_3=\frac{\pi}{4}$; $x_4=\frac{5\pi}{4}$.

Ответ: а)$x=\pi k$, $k\in Z$; $x=\frac{\pi}{4}+\pi n$, $n\in \mathbf{Z}$;

б) $\frac{\pi}{4}$; π; $\frac{5\pi}{4}$; 2π

Упражнение 2. Решите уравнение $\cos 3x = 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$. Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

- Упростим $\cos 3x = \cos(2x + x) = \cos 2x \cos x$ - $\sin 2x \sin x = (cos^2 x - sin^2 x)\cos x$- $2sin^2 x\cos x = (2cos^2 x - 1)\cos x$- $2\cos x(1 - cos^2 x) = 4cos^3 x - 3\cos x$.

Получим уравнение: $4cos^3 x - 3\cos x = - 2\cos x$,

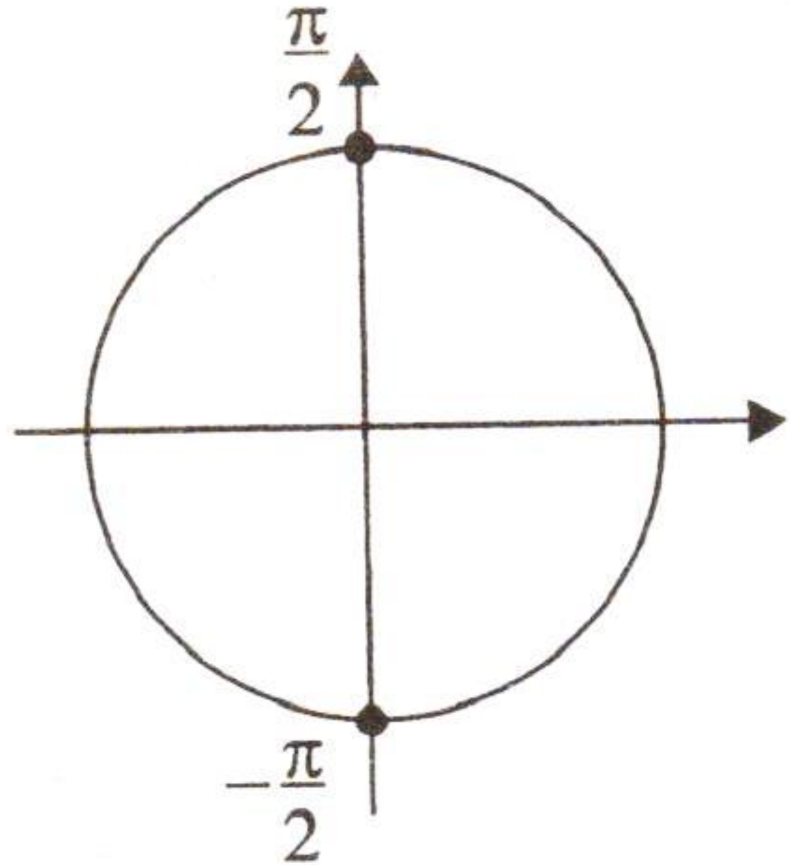
$\cos x\left(4cos^2 x - 1\right) = 0$,

$\cos x = 0$ или $cos^2 x = \frac{1}{4}$; $(\cos x = \pm\frac{1}{2})$

1) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in$ **Z;**
2) $x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in Z$

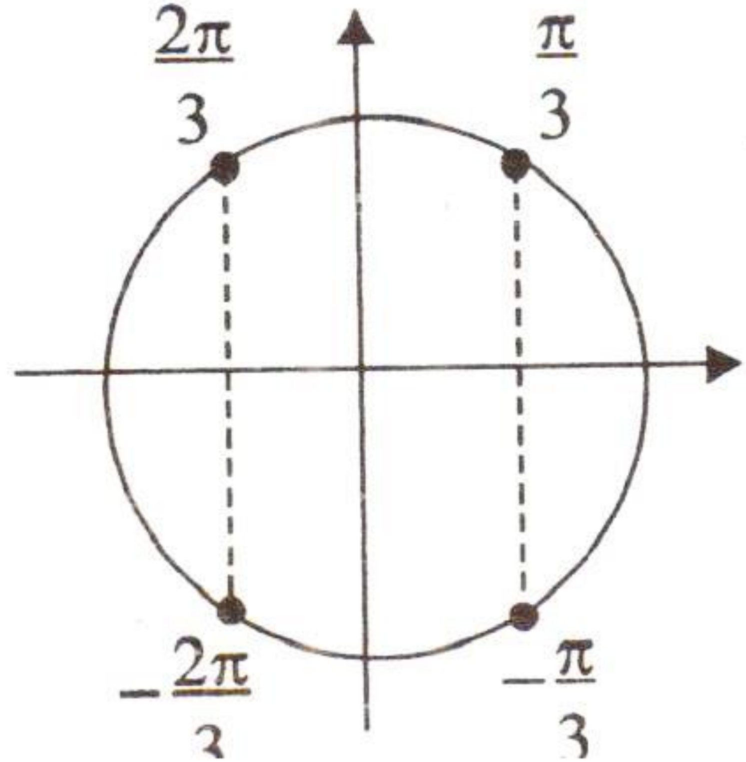
1) $\cos x = 0$;

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$;

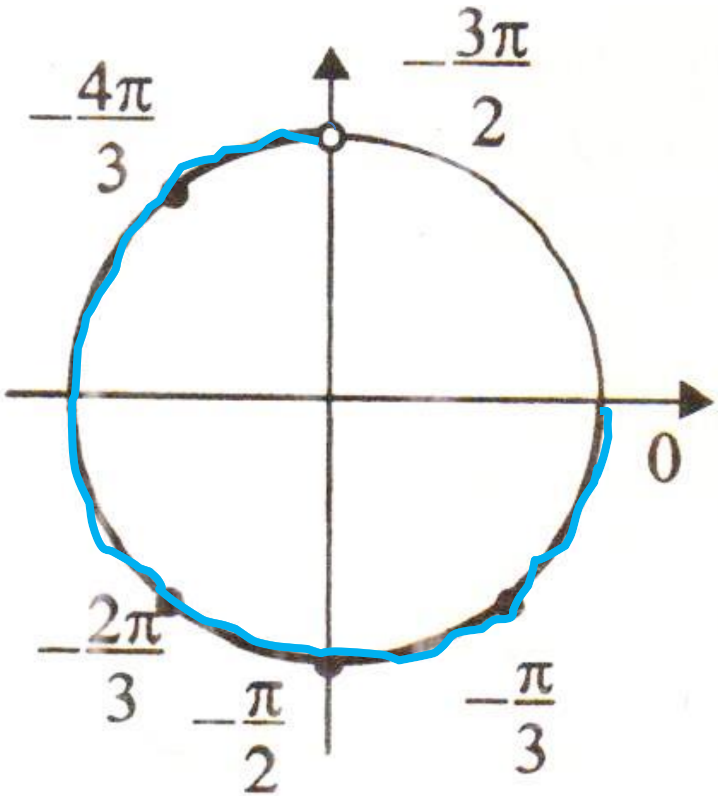


2) $\cos x = \pm\frac{1}{2}$;

$x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in Z$



Отбор корней с помощью окружности



Ответ:

$-\frac{4\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}.$

Самостоятельное решение

- Решите уравнение:

$$\sin(3\pi - 2x) + 1 = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi - x).$$

Домашнее задание

- №21.29, с.61
- Определите некоторые промежутки, на которых решённые уравнения не имеют корней.