Логарифмы

Учитель математики
МАОУ лицей №3
города Кропоткин
Краснодарского края
Зозуля Елена Алексеевна

Логарифмическая функция
Решение задач

Логарифмические уравнения

Логарифмические неравенства
Решение задач

Свойства логарифмов

Решение задач

Логарифм

<u>Логарифм</u>

Логарифмом числа <u>*b*</u> по основанию <u>*a*</u> называется показатель степени (n), в которую надо возвести <u>*a*</u>, чтобы получить <u>*b*</u> **<u>($a^n = b$)</u>**

$$\log_a b$$

(произносится: логарифм числа <u>b</u> по основанию <u>a</u>)

Логарифм ($\log_a b$) имеет смысл при $a>0$, $a \neq 1$, $b>0$!

Свойства логарифмов

1° Основное логарифмическое тождество:

$a^{\log_{\mathbf{a}} \mathbf{b}} = \mathbf{b}$;

2° $\log_{\mathbf{a}} \mathbf{1} = 0$;

3° $\log_{\mathbf{a}} \mathbf{a} = 1$;

4° Логарифм произведения:

$\log_{\mathbf{a}}(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) = \log_{\mathbf{a}} \mathbf{b} + \log_{\mathbf{a}} \mathbf{c}$ $(b>0,\ c>0)$,

$\log_{\mathbf{a}}(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) = \log_{\mathbf{a}} |\mathbf{b}| + \log_{\mathbf{a}} |\mathbf{c}|$ $(bc>0)$;

Свойства логарифмов

5° Логарифм частного:

$\log_a(\mathbf{b/c}) = \log_a \mathbf{b} - \log_a \mathbf{c}$ $(b>0,\ c>0)$,

$\log_a(\mathbf{b/c}) = \log_a|\mathbf{b}| - \log_a|\mathbf{c}|$ $(bc>0)$;

6° Свойство степени числа:

$\log_a(\mathbf{b}^c) = c\cdot\log_a \mathbf{b}$;

7° Свойство степени основания:

$\log_{(a^c)} \mathbf{b} = (1/c)\cdot\log_a \mathbf{b}$;

Свойства логарифмов

8° Формула перехода к новому основанию:

$\log_a b = (\log_c b)/(\log_c a)$;

9° $\log_a b = 1/\log_b a$;

10° Замена основания и показателя функции:

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

Виды логарифмических уравнений

1.Решение логарифмических уравнений на основании определения логарифма

$$\log_3(2x+1)=2$$

Ответ: 4

2.Метод потенцирования

$$\log_{x-6}\left(x^2 - 5\right) = \log_{x-6}\left(2x + 19\right)$$

Ответ: корней нет

3. Приведение логарифмического уравнения к квадратному

$$\lg^2 x = 3 - 2\lg x$$

Ответ: 0,001; 10

4. Уравнения, решаемые приведением логарифмов к одному и тому же основанию

$$\log_{3x} 3 = \log_{x^2} 3$$

Ответ: 3

5. Уравнения, решаемые логарифмированием его обеих частей

$$x^{\lg x+2} = 1000$$

Ответ:

0,001; 10

Заполни пропуски

$$Log_x b + Log_x a = Log_x (ba)$$

$$Log_x a - Log_x b = Log_x (a/b)$$

$$Log_x b^p = pLog_x (b)$$

Вычисли

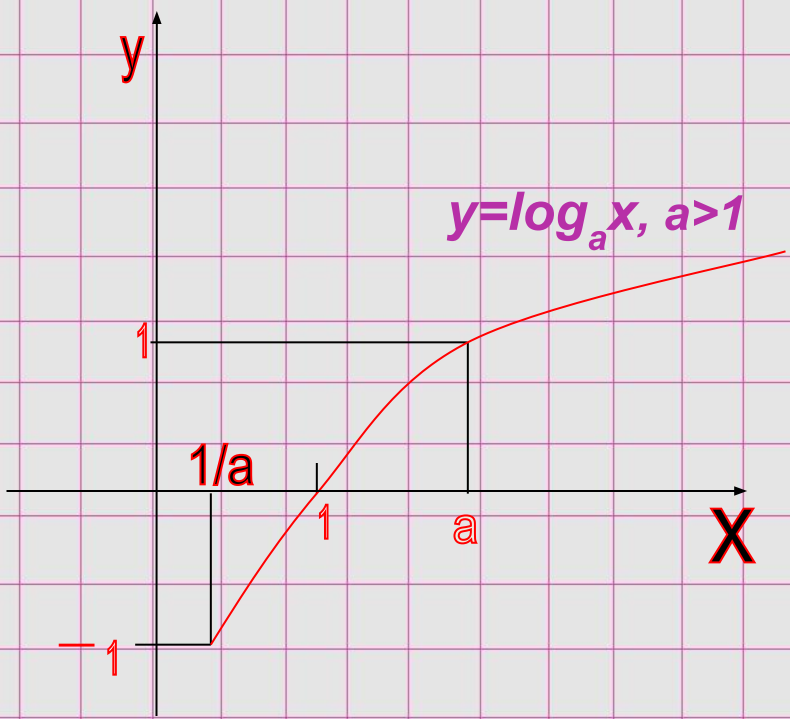
$\lg 2 + \lg 5$ 1

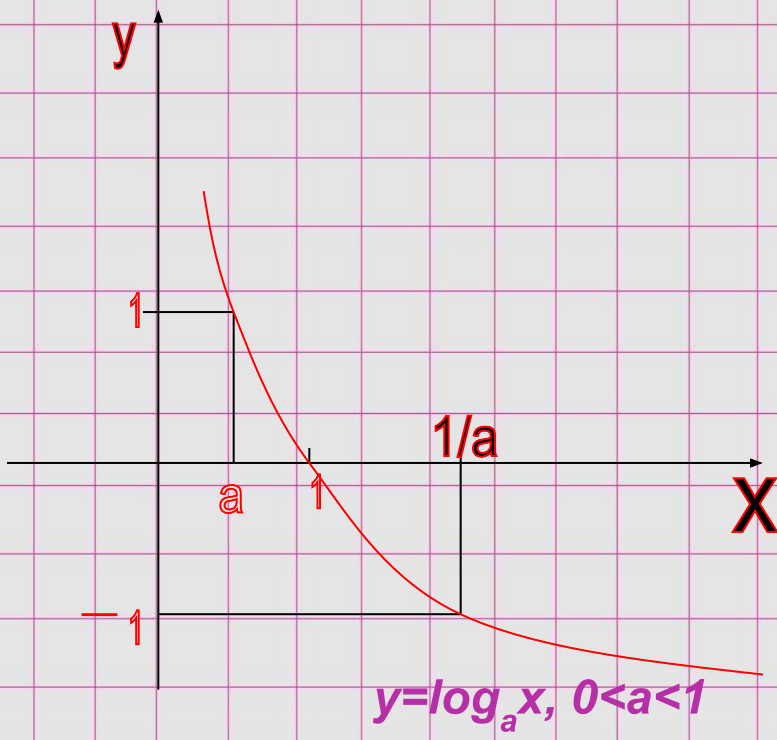
$\log_3 3 - 0{,}5 \log_3 9$ 0

$\log_2 \frac{1}{8}$ -3

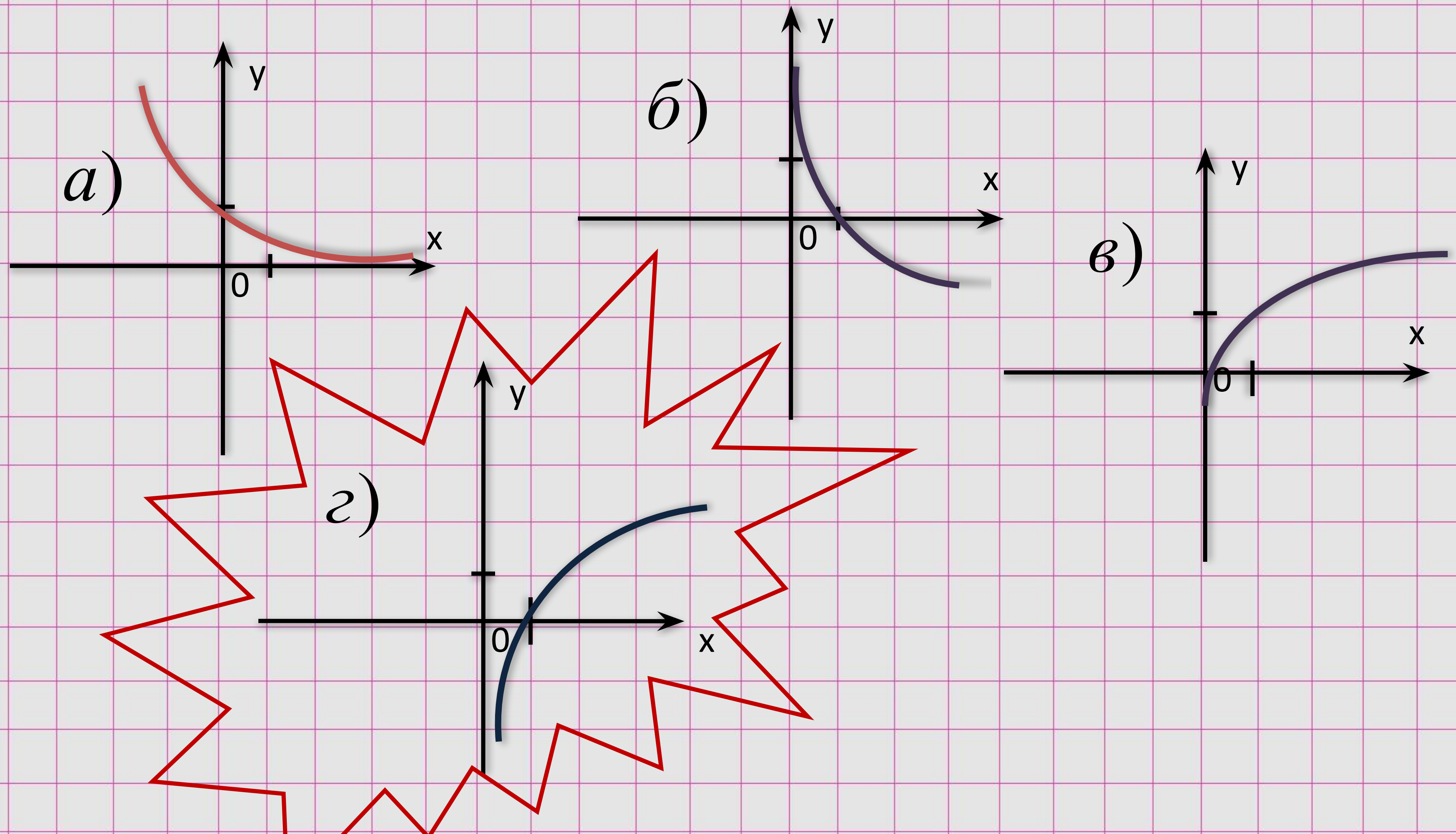
$\log_4 16 + \log_3 27$ 5

Логарифмическая функция и её график:



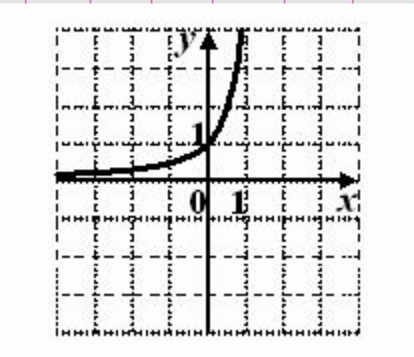


Найти график функции $y = \log_2 x$

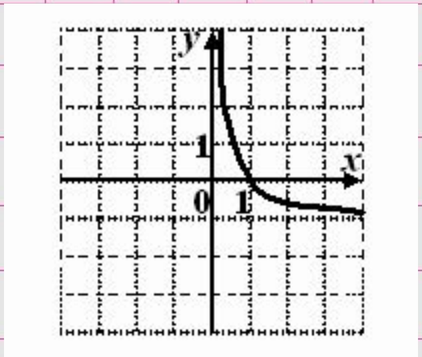


Найти график функции $y = \lg x$

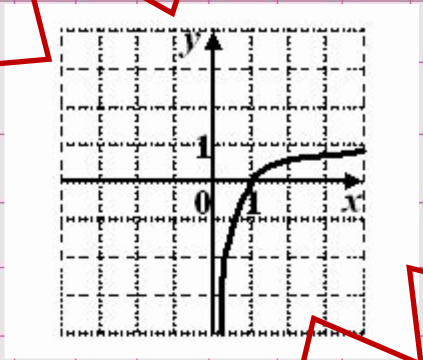
а)



б)



в)



г)

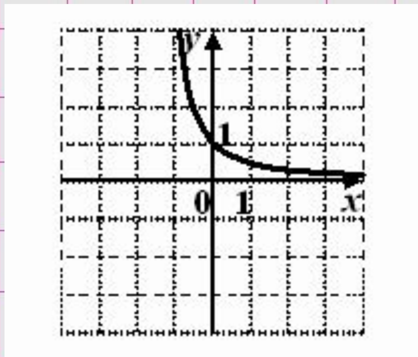
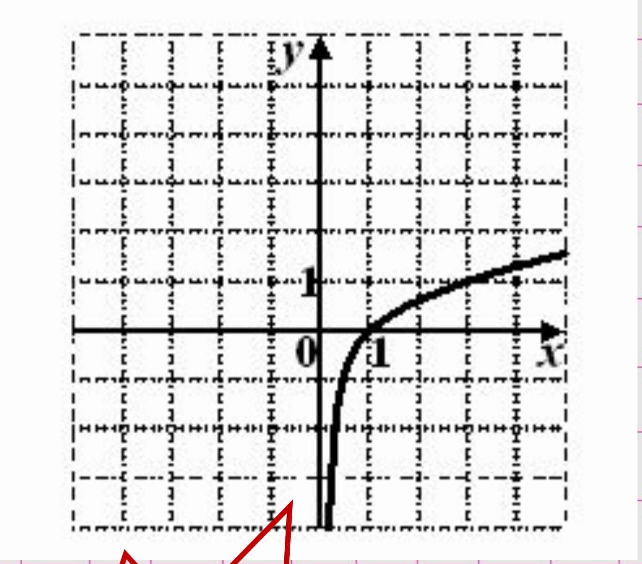


График какой функции изображен на рисунке?



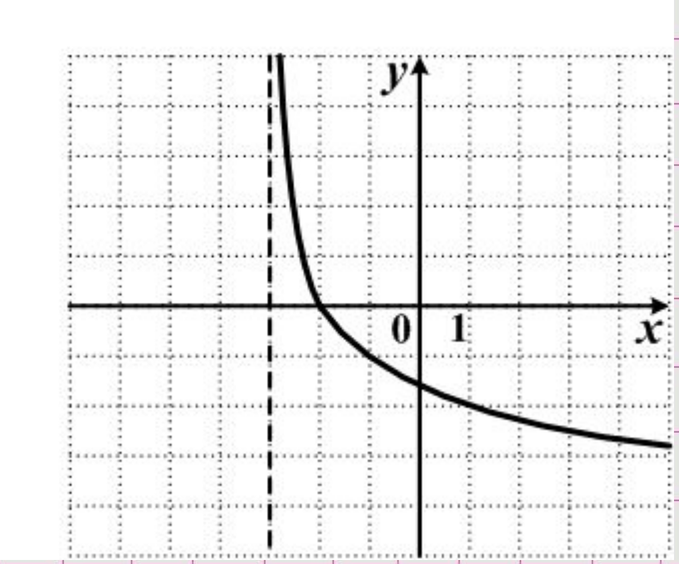
$y = \log_{\frac{1}{3}} x$

$y = \log_3 x$

$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

$y = 3^x$

График какой функции изображен на рисунке?



$y = 2^{-x} + 3$

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x+3)$

$y = 2^{x} - 3$

$y = \log_{2}(x-3)$

Логарифмические неравенства

- **Логарифмическим неравенством называют неравенства вида**

$$\log_a f(x) > \log_a g(x),$$

где a - положительное число, отличное от 1.

- **При $\underline{a>1}$ $\log_a f(x) > \log_a g(x)$**

$<=>$ $f(x)>0,\ g(x)>0,\ f(x)>g(x)$

- **При $\underline{0 < a < 1}$ $\log_a f(x) > \log_a g(x)$**

$<=>$ $f(x)>0,\ g(x)>0,\ f(x) < g(x)$

- $\log_3 (2x-4) > \log_3 (14-x)$
- Ответ: $6<x<14$

- $\log_9 (3x-4) > \frac{1}{2}$

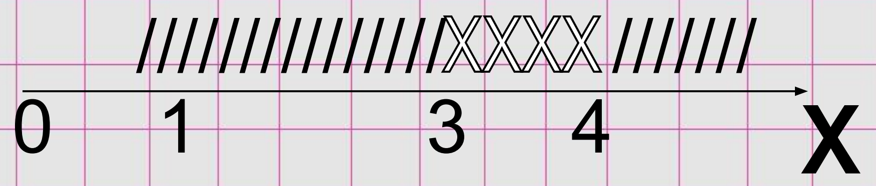
- Ответ: $x > 2\frac{1}{3}$

- $\log_{\frac{1}{3}} (2x-4) > \log_{\frac{1}{3}} (14-x)$
- Ответ: $2<x<6$

Решить неравенство:

- $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \le 1$
- Решение:
- О.Д.З. $X>3$.
- Используя свойства логарифма, получаем: $\log_2(x-3)(x-2) \le \log_2 2$.
- Логарифмическая функция с основанием 2 является возрастающей (т.к. $2>1$), поэтому при $x>3$ неравенство $\log_2(x-3)(x-2) \le \log_2 2$ выполняется при $(x-3)(x-2)\le 2$. Это неравенство можно записать в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} (x-3)(x-2) \le 2 \\ X>3 \end{cases}$$



Ответ: $3<X\le 4$.

Логарифмы важны очень!
Ты про них не забывай!
Ты учить их можешь ночью!
Повторять - с утра вставай!