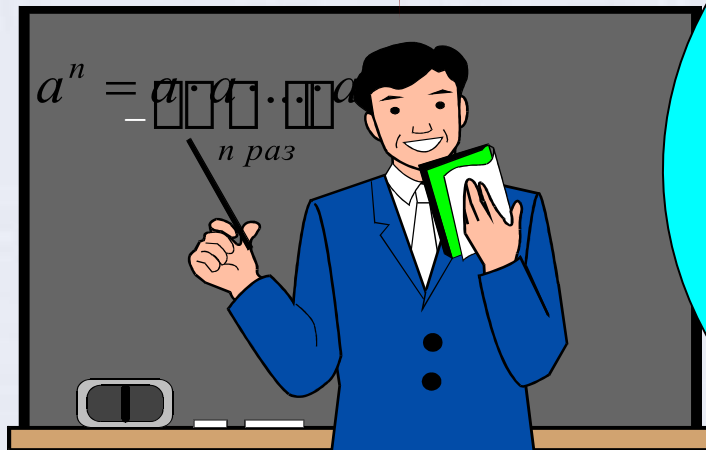


**Степень с
натуральным и
целым
показателем.
Корень n -ой
степени.**

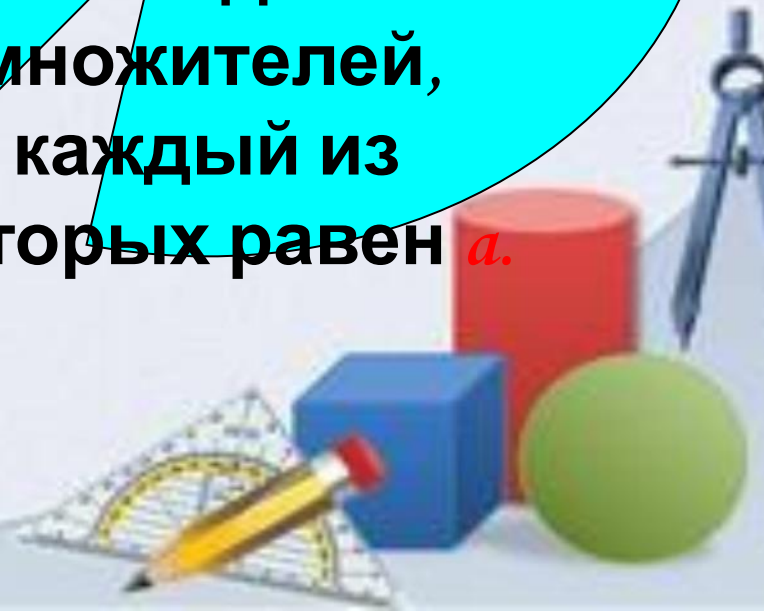


Степень с натуральным показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$



Степенью числа a с натуральным показателем n называется произведение n множителей, каждый из которых равен a .



Свойства степени



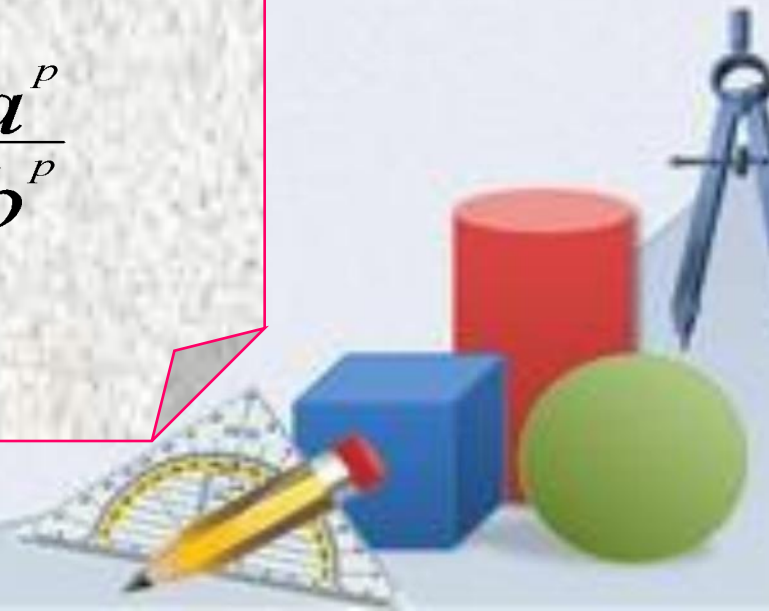
$$a^p a^q = a^{p+q}$$

$$a^p \div a^q = a^{p-q}$$

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

$$(ab)^p = a^p b^p$$

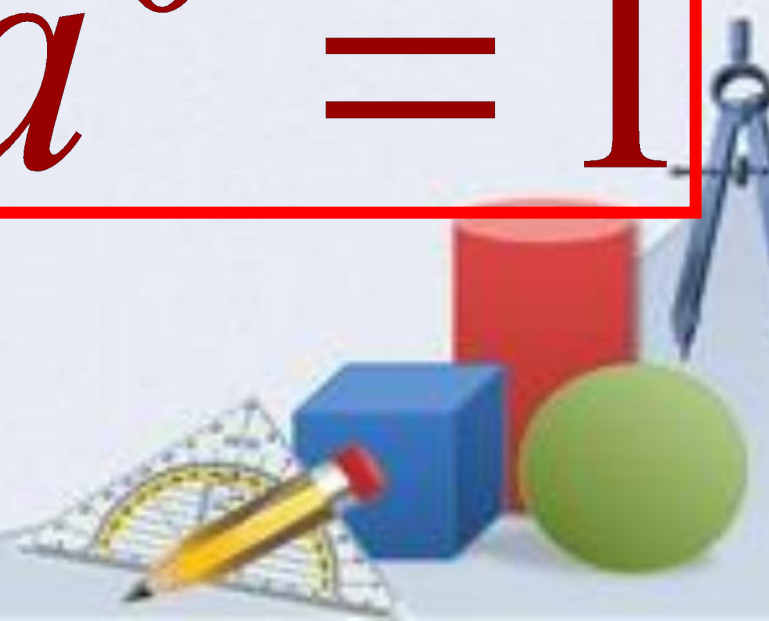
$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$



Определение степени с нулевым показателем

в
н
о
г
о
н
у
л
ю
,
с
н
у
л
е
в
ы
м
п

$$a^0 = 1$$



$$1,674 \cdot 10^{-24}$$

В чём смысл этой записи?

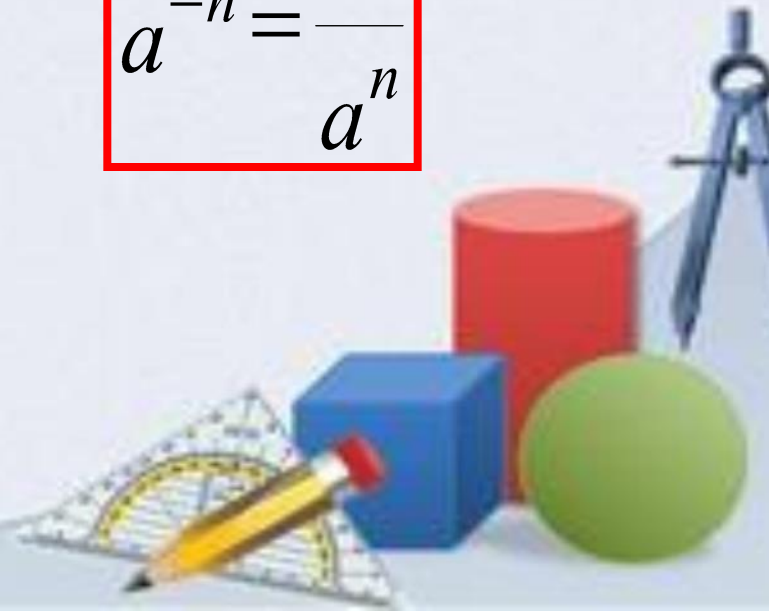


Определение степени с целым отрицательным показателем

Если $a \neq 0$ и $n \in \mathbb{N}$, то



$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$



ВЫЧИСЛИТЕ:

$$3^2 = \quad ; \quad 0,01^3 =$$

$$4^2 = \quad ; \quad (-6)^2 =$$

$$5^0 = \quad ; \quad 1^{23} =$$

$$0^6 = \quad ; \quad 0^0 =$$



**Представьте число в виде
произведения двух одинаковых
множителей двумя способами:**

25

1/81

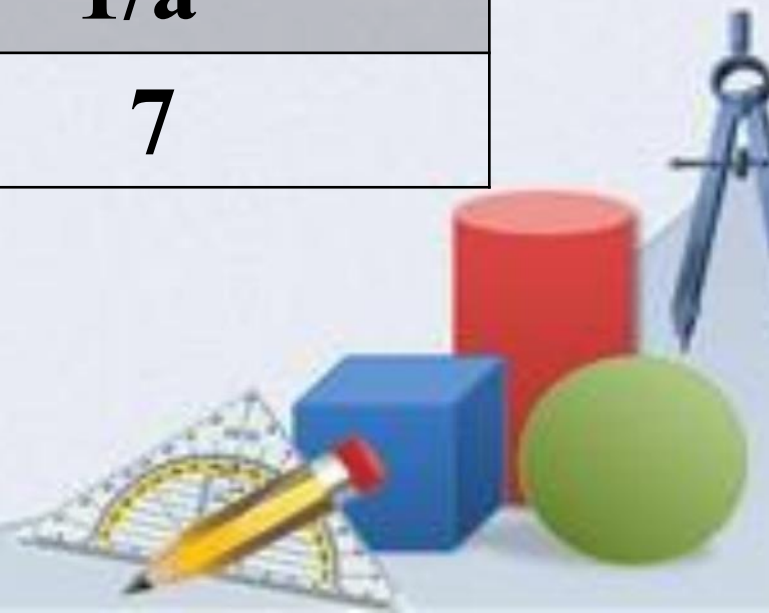
1/25

1/a²



Найдите число, обратное данному:

6 →	0
1/7 →	x^2
0 →	1/6
a^2 →	$1/a^2$
$1/x^2$ → ($x \neq 0$)	7



Взгляните на число

$$10^{-24}$$

**Как вы думаете, это
положительное или
отрицательное число?**



Выполните задание

**1) Уловите закономерность и продолжите
ряд чисел**

...1000, 100, 10, ...

(1, 1/10, 1/100, 1/1000...)



2) Представим каждое из этих чисел в виде степени числа 10:

**...1000, 100, 10, 1, 1/10,
1/100, 1/1000...**

**... 10^3 , 10^2 , 10^1 , 10^0 , $1/10^1$,
 $1/10^2$, $1/10^3$...**



Представьте степени в виде дробей с положительными показателями

№1 вариант	Ответ	2 вариант	Ответ	ба лл ы
1	3^{-4}	5^{-3}		
2	y^{-1}	x^{-1}		
3	$(m-n)^{-2}$	$(c-d)^{-2}$		
3	$(m-n)^{-2}$	$(c-d)^{-2}$	$1/(c-d)^2$	2

Заменить дробь степенью

№1 вариант	Ответ	2 вариант	Ответ	баллы	
1	$1/5^8$	5^{-8}	$1/8^5$	8^{-5}	1
2	$1/(b + c)^{10}$	$(b + c)^{10}$	$1/(b-c)^9$	$(b-c)^{-9}$	1
3	$1/(x - y)$	$(x - y)^{-1}$	$1/(x + y)$	$(x + y)^{-1}$	2



Вычислите

№1 вариант	Ответ	2 вариант	Ответ	баллы
1 3^{-2}	$1/9$	2^{-4}	$1/16$	1
2 $(-1/4)^{-3}$	-64	$(-1/6)^{-2}$	36	1
3 $0,001^{-1}$	1000	$0,0001^{-1}$	10000	2

Вписать такие основания и показатели степени, чтобы получились верные равенства

а) $a^{-6} \cdot a^4 = a^{-2}$

б) $a^{-2} \cdot a^7 = a^5$

в) $a^{-2} \cdot a^{-3} = a^{-5}$

г) $a^8 \cdot a^{-3} = a^5$

д) $(a^4)^{-2} = a^{-8}$

е) $3^{-5} \cdot \underline{5}^{-5} = 15^{-5}$



1. Выполнить действия

а) $a^{-6} \cdot a \cdot a^{-4} = \underline{a^{-11}}$;

б) $a^{-8} : a^{-5} = \underline{a^{-3}}$;

в) $(a^{-4})^{-2} = \underline{a^8}$;

г) $a^{-15} : a^{-15} = \underline{1}$;

д) $(2a^3)^{-3} = \underline{\frac{1}{8}a^{-9}}$;

е) $a^{-3} \cdot a = \underline{a^{-2}}$.

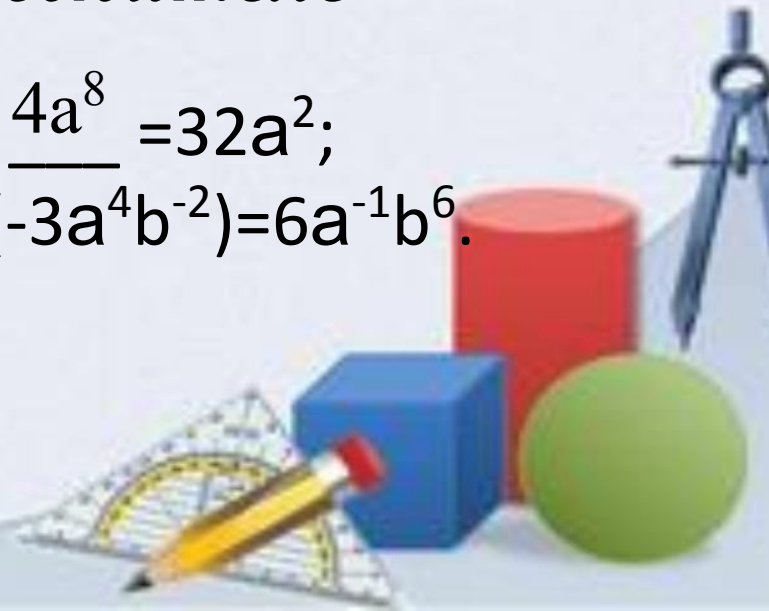
2. Вписать недостающий множитель

а) $3a^{-5} \cdot \underline{4a^{-5}} = 12a^{-10}$;

б) $(2a^{-2})^3 \cdot \underline{4a^8} = 32a^2$;

в) $\underline{6a^{-2}b^{-4}} \cdot 4a^{-7}b = 24a^{-9}b^{-3}$;

г) $\underline{-2a^{-5}b^8} \cdot (-3a^4b^{-2}) = 6a^{-1}b^6$.

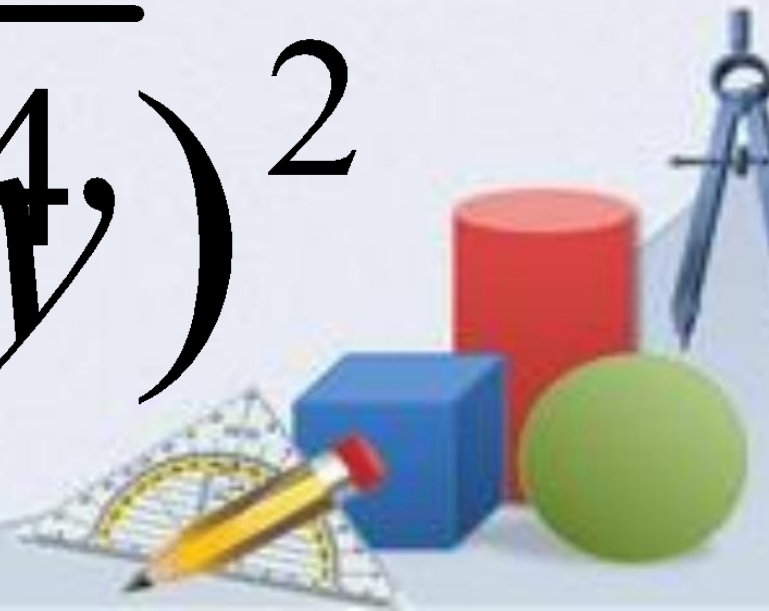


Представьте выражение в виде степени

$$\frac{1}{y^6}$$

1

$$(x^3 a^{-4} y)^2$$



Упростите

$$(x^3 - 1)(x^3 - 4) = 4$$

x⁸ · x⁻⁶



Представьте выражение x^{-12} в виде произведения двух степеней с основанием x , если один множитель известен.

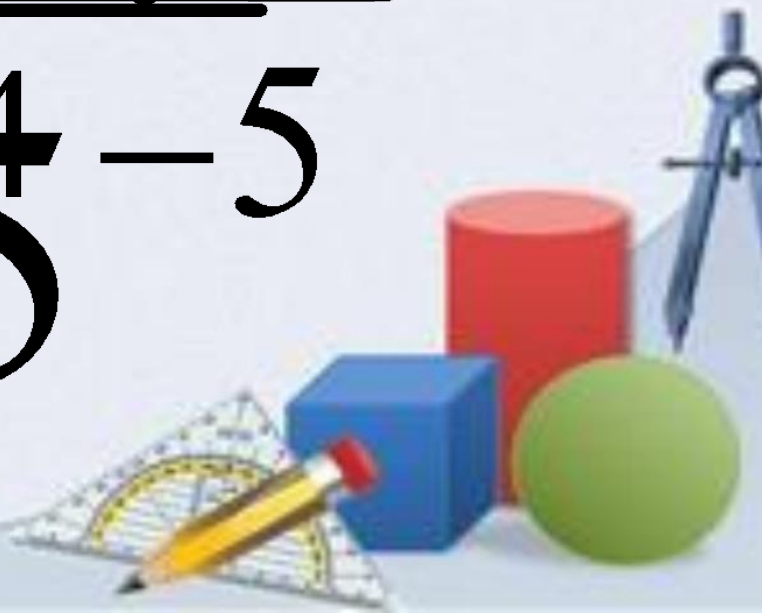
$$x^{-12}$$

x^{-2}	$\frac{1}{8}a^{-9}$
$\frac{1}{8}a^{-9}$	x^5
x^{14}	$\frac{1}{8}a^{-9}$
$\frac{1}{8}a^{-9}$	x
x^{-18}	$\frac{1}{8}a^{-9}$



Вычислите

$$\frac{2^{-18} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{5^{-10}}{2^{-12}}} \right)^3 \cdot 2^{-32}}{5^{-3} \cdot 7^{-4} \cdot 5^{-5}}$$



Расположите в порядке убывания


$0,2^{-6}$; $0,2^0$; $0,2$; $(0,2)^{-4}$; $0,2^3$

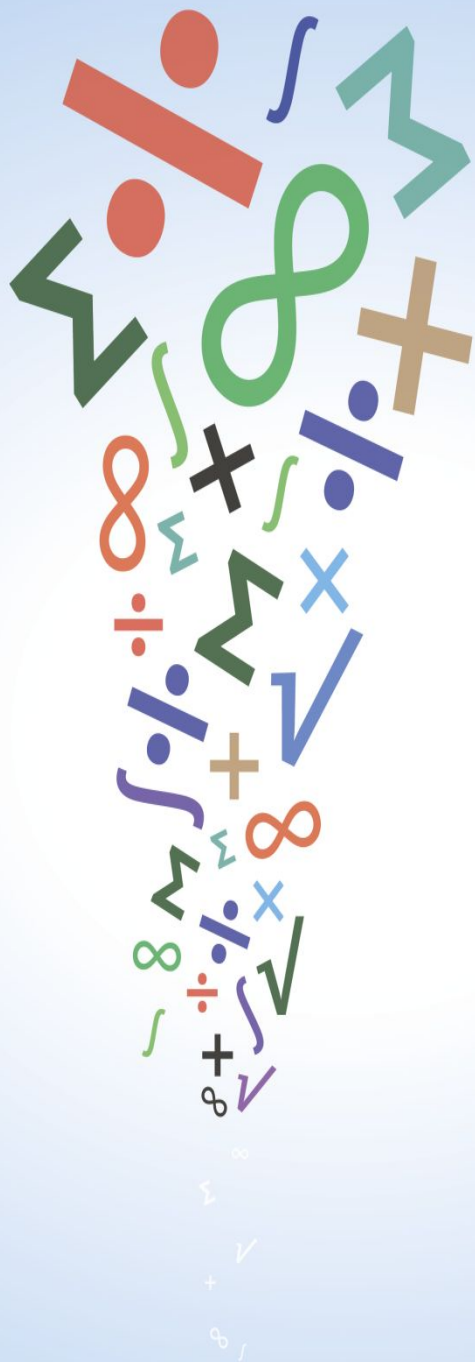


При каких значениях x верно
равенство

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2x} = \frac{1}{2x} \\ \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \end{array} \right. \quad x \neq 0$$

28,00
16

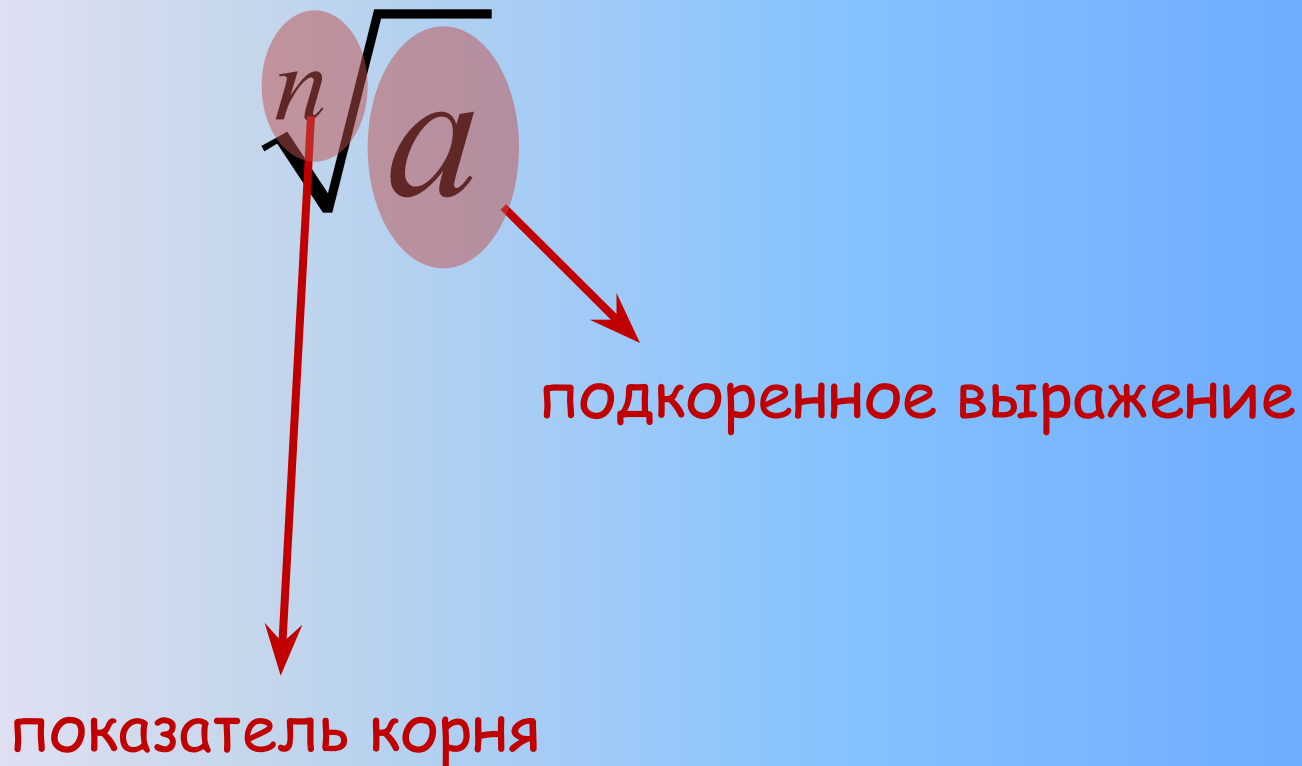




Корень n-ой степени

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$
$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

Корнем n - ой степени из числа a называется такое число, n - ая степень которого равна a .



$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$



$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$



$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9} \rightarrow \frac{1}{8}a^{-9}$$

1
- a - 9
8



$$\frac{1}{8}a^{-9}$$



$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

Корень нечетной степени из отрицательного числа можно выразить через арифметический корень.

$$\sqrt[8]{1} = \sqrt[8]{a^{-9}}$$
$$\sqrt[8]{1} = \sqrt[8]{a^{-9}}$$
$$\sqrt[8]{1} = \sqrt[8]{a^{-9}}$$



Свойства корней

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot k]{a^k}, k > 0$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$$

$$\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n \cdot k]{a}, k > 0$$

$$0 < a < b, \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$$

Покажем на примерах, как используются свойства корней и рациональных степеней в вычислениях.

- **Пример 1. Вычислить**

$$\sqrt[3]{4\sqrt{2}} \sqrt[12]{4}$$



Решение. 1) Упростим сначала первую часть выражения.

Используя свойство $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, получим $\sqrt[3]{4\sqrt{2}} = \sqrt[3]{4} \sqrt[3]{\sqrt{2}}$.

Теперь применим свойства $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot k]{a}, k > 0$ и $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n \cdot k]{a}, k > 0$:

$$\sqrt[3]{4} \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{4^2 \sqrt{2}}$$

Применим теперь свойство $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$:

$$\sqrt[6]{4^2 \sqrt{2}} = \sqrt[6]{4^2 \cdot 2} = \sqrt[6]{16 \cdot 2} = \sqrt[6]{32}$$

В итоге мы получили:

$$\sqrt[3]{4\sqrt{2}} = \sqrt[6]{32}$$

2) По свойству $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot k]{a^k}, k > 0$:

$$\sqrt[12]{4} = \sqrt[12]{2^2} = \sqrt[6]{2}$$

Подставим результаты вычислений из 1) и 2) в выражение

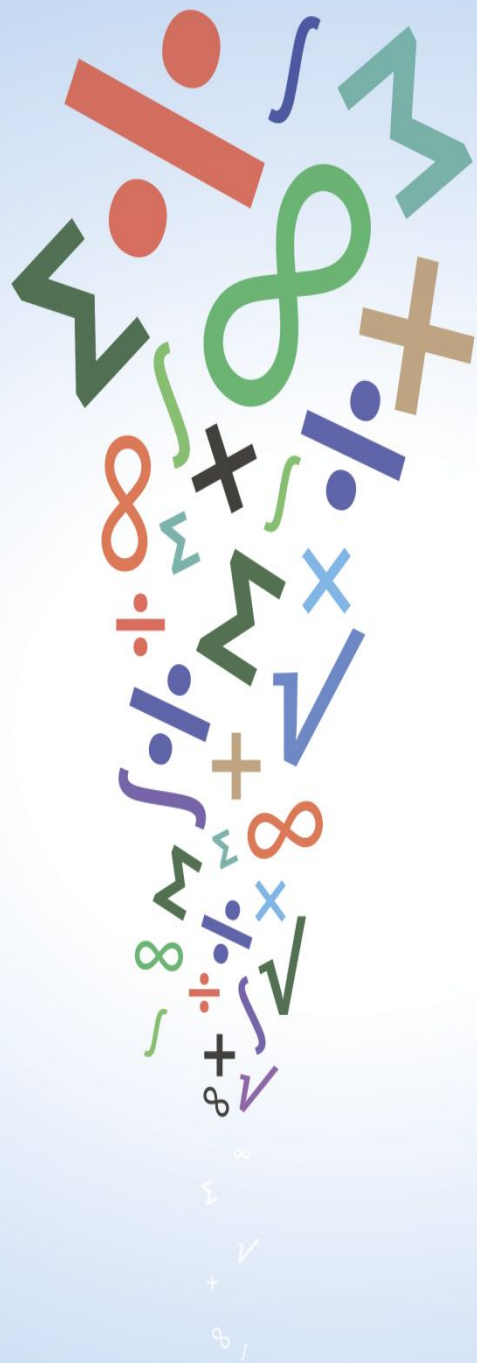
$$\sqrt[3]{4\sqrt{2}} \sqrt[12]{4} = \sqrt[6]{32} \sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{32 \cdot 2} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

Здесь мы использовали свойства $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ и $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$ арифметических корней.

Ответ: 2.

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$





Степень с рациональным показателем

$$\frac{1}{\infty} = a^{-9}$$
$$\infty = a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$



$$\frac{1}{8} a^{-9}$$

$$\frac{1}{8} a^{-9} \quad \frac{1}{8} a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

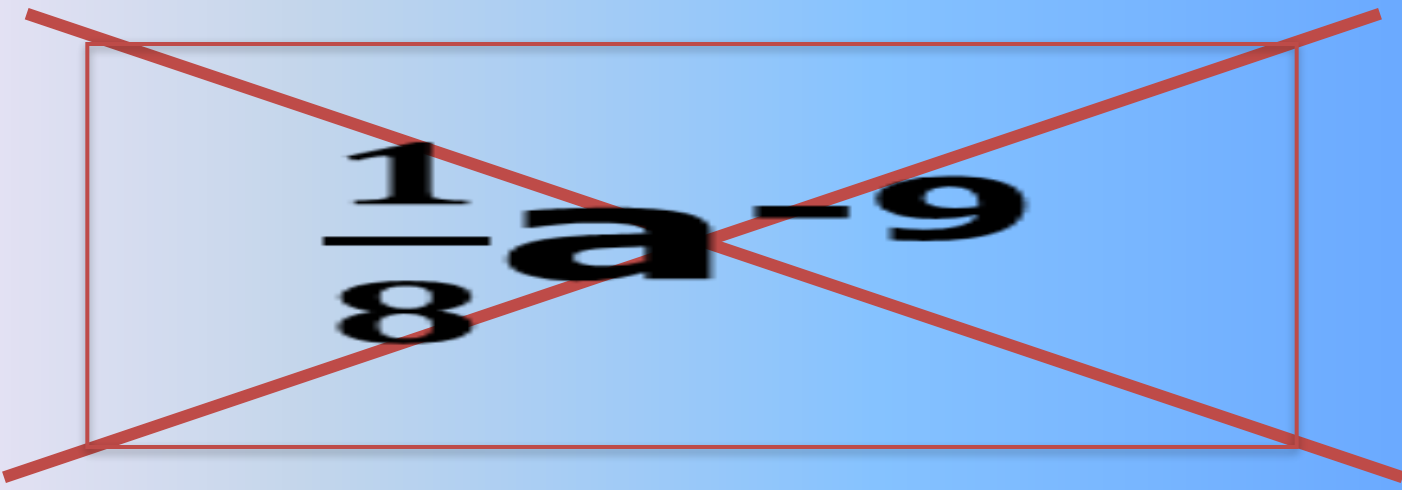
$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

*Степень с основанием, равным нулю,
определяется только для положительного
дробного показателя:*

$$\frac{1}{8} a^{-9}$$

$$\frac{1}{8} a^{-9}$$

Для отрицательных оснований степень с дробным показателем не рассматривается.



$\frac{1}{8} a^{-9}$

Свойства степени с целым показателем справедливы и для степени с любым рациональным показателем.

1 2 - 9

1 2 - 9

1 2 - 9

1 2 - 9



$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$



Решение

:

- Упростим выражение:

Ответ: 50.

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

Решение

:

- *Разложим на множители числитель и знаменатель дроби:*

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$

$$\frac{1}{8}a^{-9}$$