Повторение.
Производная.

Вычислите производные функций:

1) $y = x^3$;

2) $y = \cos x$;

3) $y = \sqrt{x}$;

4) $y = \pi$;

5) $y = tgx$;

6) $y = \frac{7}{x}$;

7) $y = 99$;

8) $y = ctgx$;

9) $y = \sin 2x$

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$f(x)$	$f'(x)$
C (const)	0
kx+b	k
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$f(x)$	$f'(x)$
sinx	cosx
cosx	- sinx
tgx	
ctgx	

Сформулируйте

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

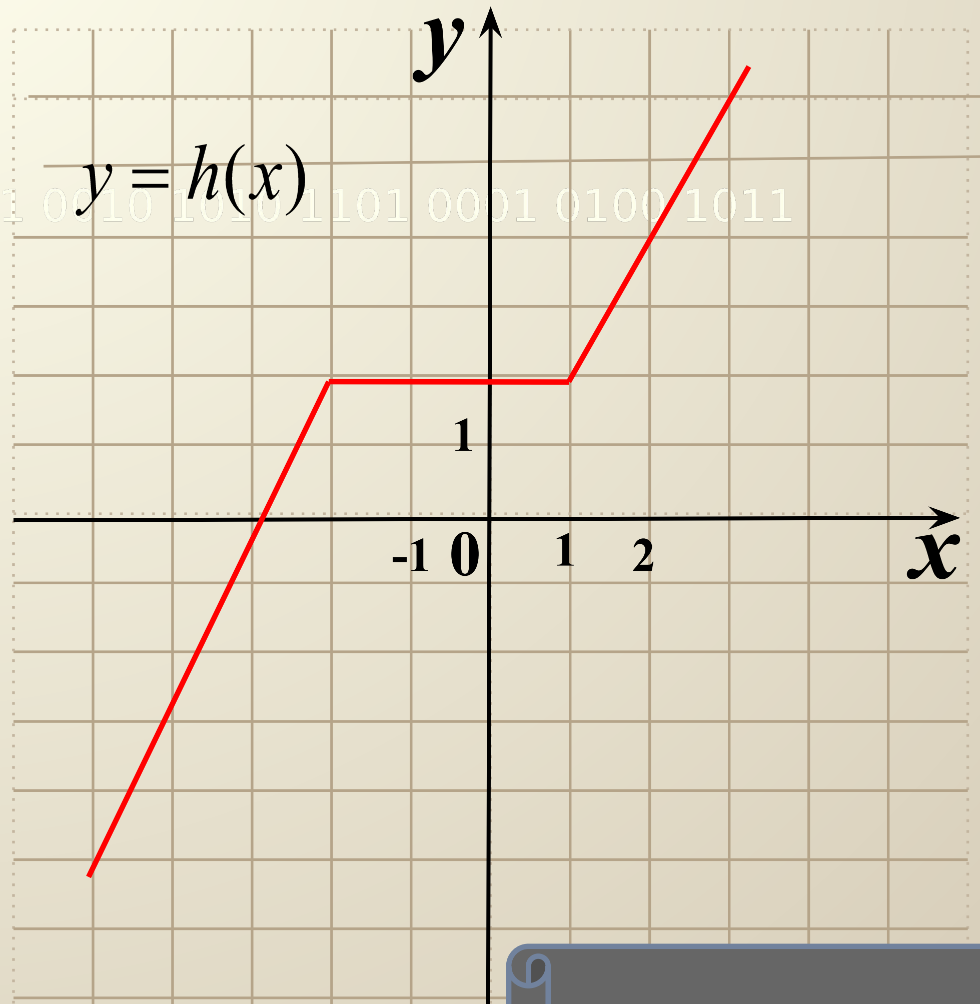
- Геометрический смысл производной
- Физический смысл производной
- Теоремы о возрастании и убывании функции

Точка движется прямолинейно по закону

$$S(t) = 2t^3 - 3t.$$

Вычислите скорость движения точки в момент времени $t_0 = 2$с.

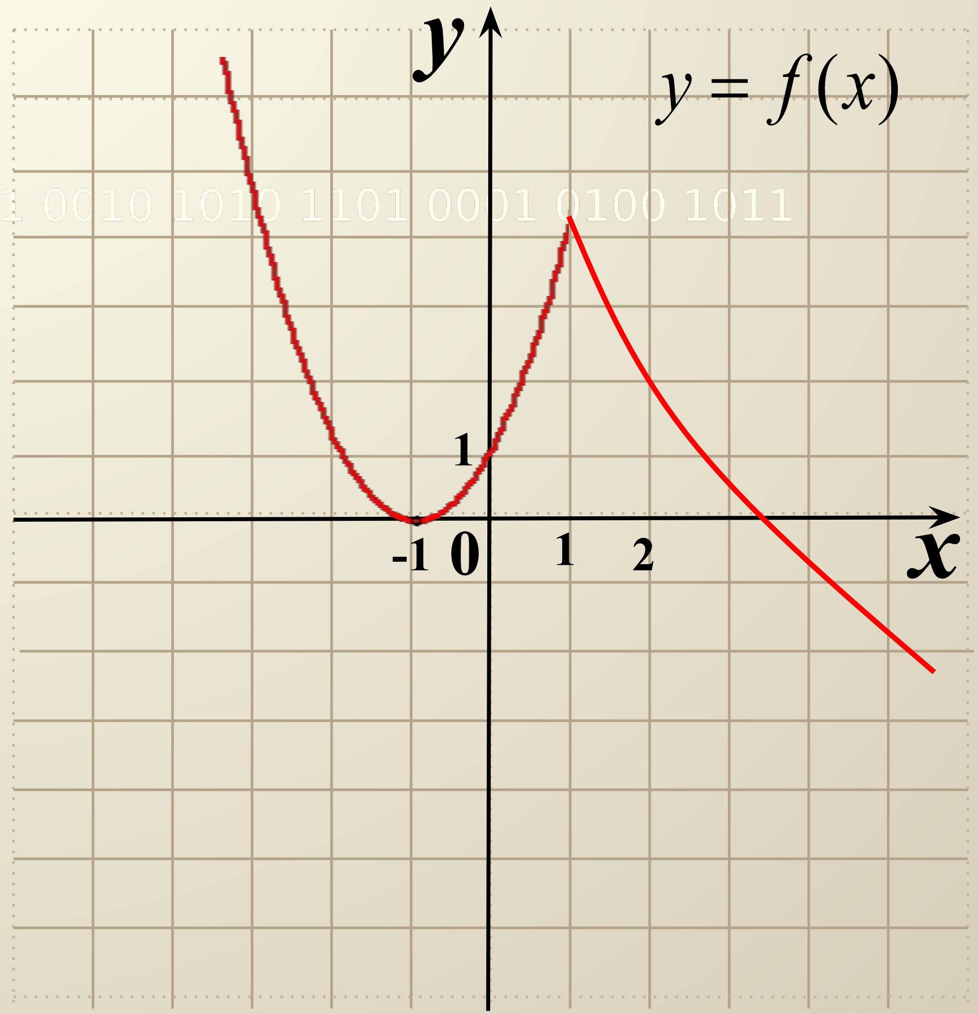
Ответ. 21.



По характеру изменения графика функции укажите, на каких промежутках производная положительна

Ответ:

$h'(x) > 0$ на $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$

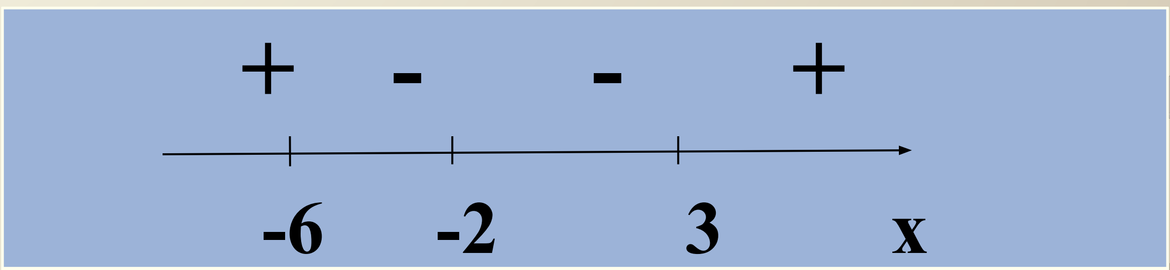


По характеру изменения графика функции укажите, на каких промежутках производная отрицательна.

Ответ:

$f'(x) < 0$ на $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$

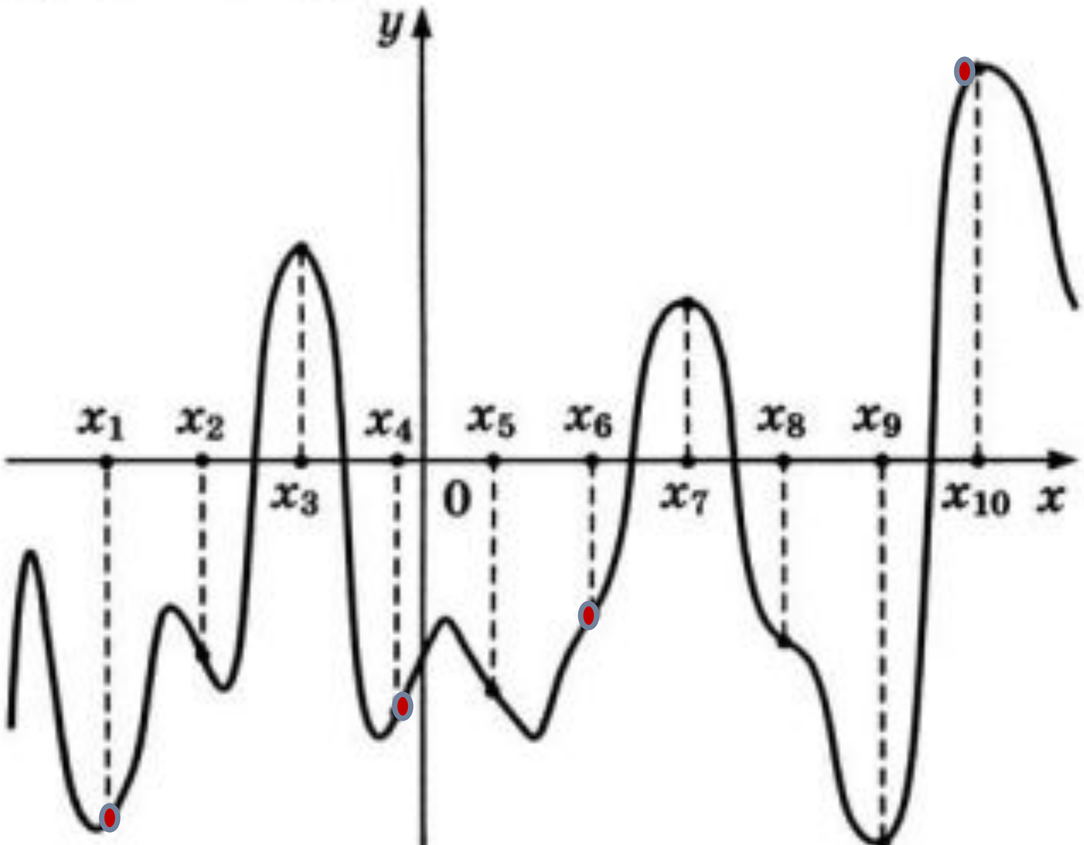
На заданной схеме представлены промежутки постоянства знака производной f’(x).



Назовите точку минимума функции

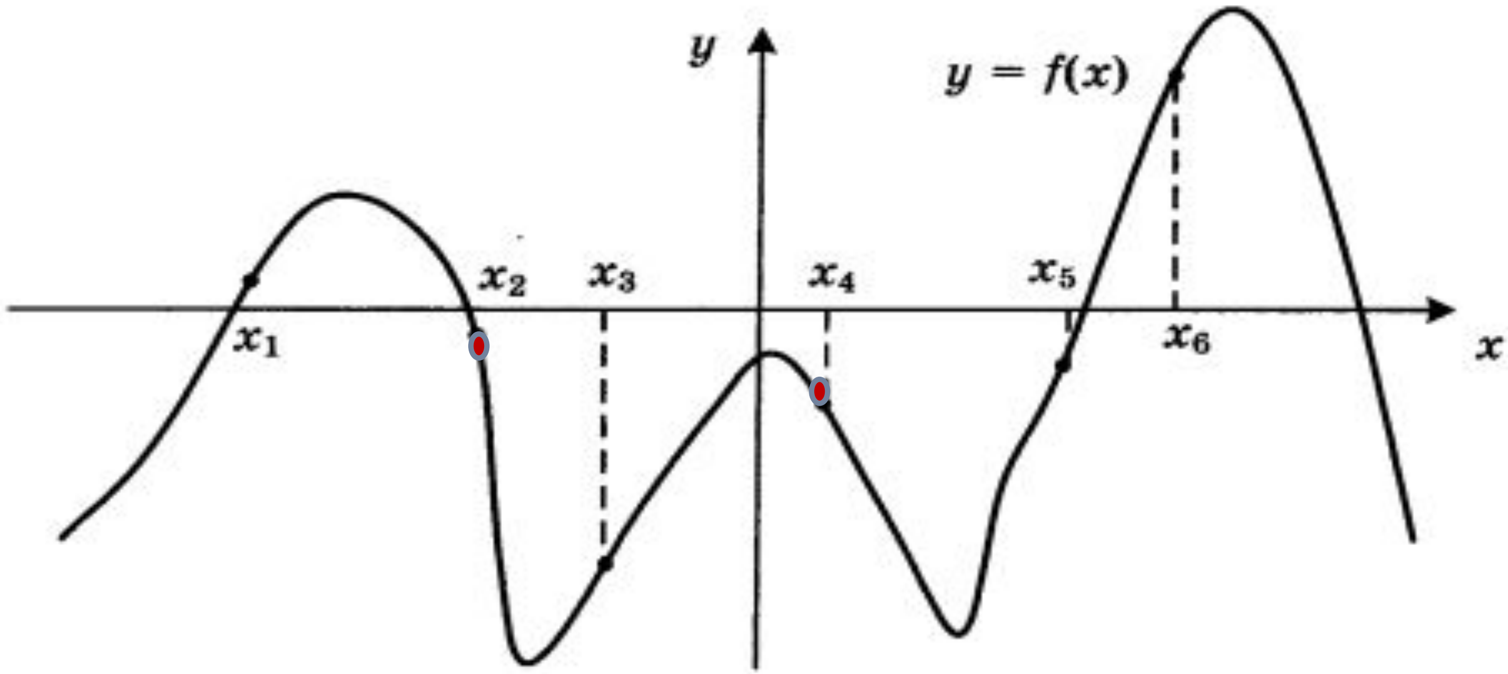
Ответ. -3.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, …, x_{10}. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна?



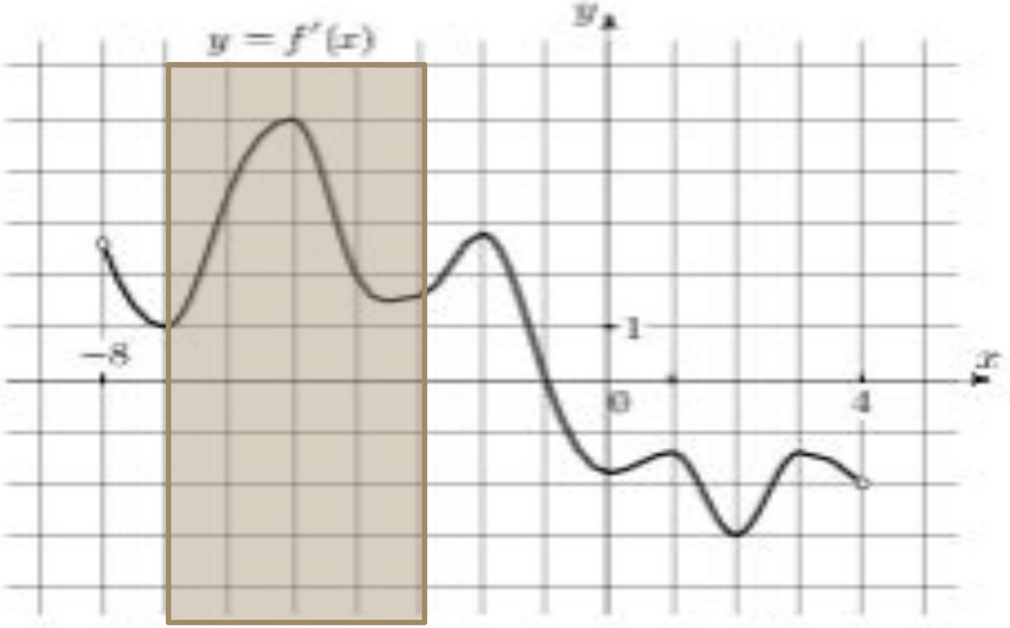
Ответ: 4

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



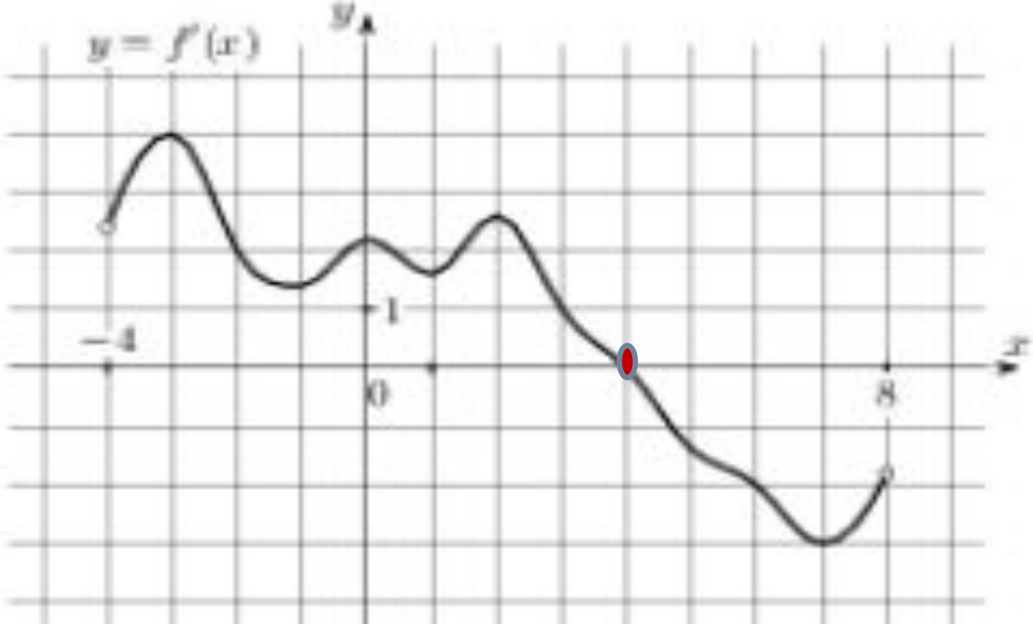
Ответ: 2

На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале (−8; 4). В какой точке отрезка $[-7; -3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение.



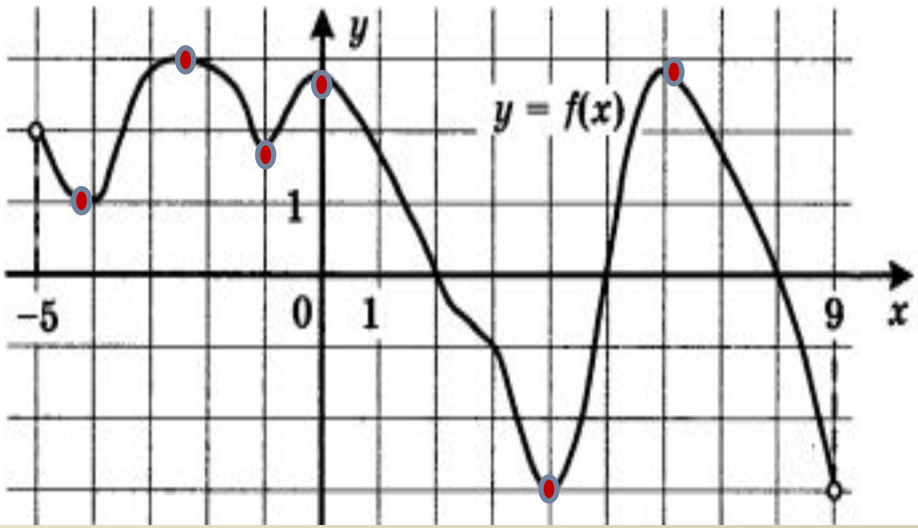
Ответ: – 7

На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4;\ 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-2;\ 6]$.



Ответ: 4

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: 6

ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$(U+V)' = U' + V'$$

$$(CU)' = CU', C - const$$

$$(UV)' = U'V + UV'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

Найдите производные функций:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$а)\ f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$б)\ f(x) = x^2 \cdot (2x - 7)$$

$$в)\ f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$$

$$г)\ f(x) = x^{-4}$$

$$д)\ f(x) = 3x^7 - \frac{5}{x^3}$$

$$a)\ f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = (x^2)' - \left(\frac{1}{x}\right)' =$$

$$= 2x - \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 2x + \frac{1}{x^2}$$

$$б)\ f(x) = x^2 \cdot (2x - 7)$$

$$f'(x) = (x^2)' \cdot (2x - 7) + (x^2) \cdot (2x - 7)' =$$

$$= 2x \cdot (2x - 7) + x^2 \cdot 2 = 4x^2 - 14x + 2x^2 =$$

$$= 6x^2 - 14x$$

$$в)\ f(x)=\frac{x^2}{x^3-1}$$

$$f'(x)=\frac{(x^2)'\cdot(x^3-1)-x^2\cdot(x^3-1)'}{(x^3-1)^2}=$$

$$=\frac{2x\cdot(x^3-1)-x^2\cdot 3x^2}{(x^3-1)^2}=\frac{2x^4-2x-3x^4}{(x^3-1)^2}=$$

$$=\frac{-x^4-2x}{(x^3-1)^2}$$

г) $f(x) = x^{-4}$

$$f'(x) = (x^{-4})' = -4x^{-4-1} = -4x^{-5}$$

д) $f(x) = 3x^7 - \dfrac{5}{x^3}$

$$f'(x) = \left(3x^7 - \frac{5}{x^3}\right)' = (3x^7)' - (5x^{-3})' =$$

$$= 3 \cdot 7x^6 - 5 \cdot (-3x^{-3-1}) = 21x^6 + 15x^{-4} =$$

$$= 21x^6 + \frac{15}{x^4}$$

Найдите наибольшее значение функции $y=-x^3+3x^2+9x-29$ на отрезке[-1;4].

Решение.

1. $y(-1)=-(-1)^3+3\cdot(-1)^2+9\cdot(-1)-29=1+3-9-29=-34$;

$y(4)=-4^3+3\cdot 4^2+9\cdot 4-29=-64+48+36-29=-9$.

2. $y'=-3x^2+6x+9$

$y'=0,\ -3x^2+6x+9=0,$

$x^2-2x-3=0,$

$x_1=-1,\ x_2=3$;

$-1\notin(-1;4),\quad 3\in(-1;4),$

$y(3)=-3^3+3\cdot 3^2+9\cdot 3-29=-27+27+27-29=-2$

3. $У_{\text{наибольшее}}=-2.$

Ответ. -2.