

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Повторение.
Производная.



Вычислите производные функций:

$$1) y = x^3;$$

$$2) y = \cos x;$$

$$3) y = \sqrt{x};$$

$$4) y = \pi;$$

$$5) y = \operatorname{tg} x;$$

$$6) y = \frac{7}{x};$$

$$7) y = 99;$$

$$8) y = \operatorname{ctg} x;$$

$$9) y = \sin 2x$$



ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$f(x)$	$f'(x)$
C (const)	0
$kx+b$	k
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$f(x)$	$f'(x)$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	
$\operatorname{ctg} x$	

4 2 5

Сформулируйте

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- Геометрический смысл производной
- Физический смысл производной
- Теоремы о возрастании и убывании функции



Точка движется прямолинейно по закону

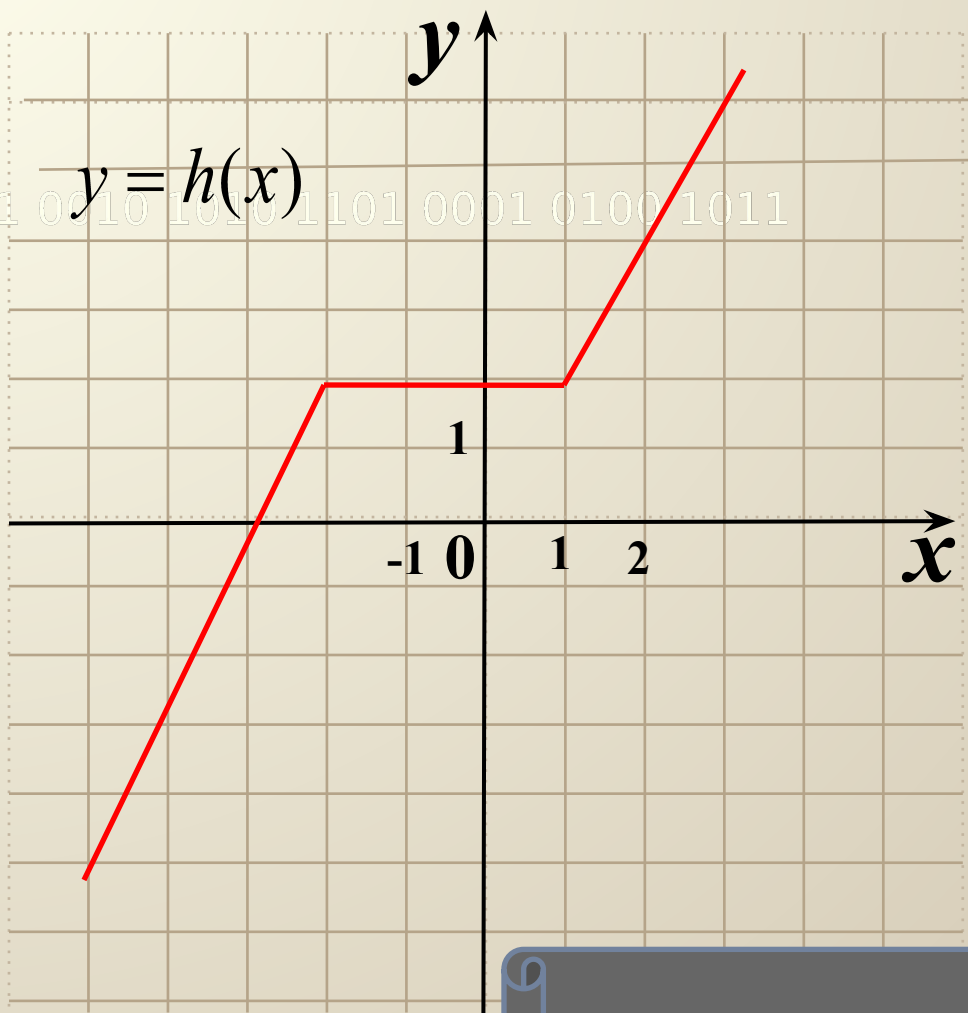
0011 0010 1010 1101 0001 0101 1111

$$S(t) = 2t^3 - 3t.$$

Вычислите скорость движения точки
в момент времени $t_0 = 2$ с.

Ответ. 21.

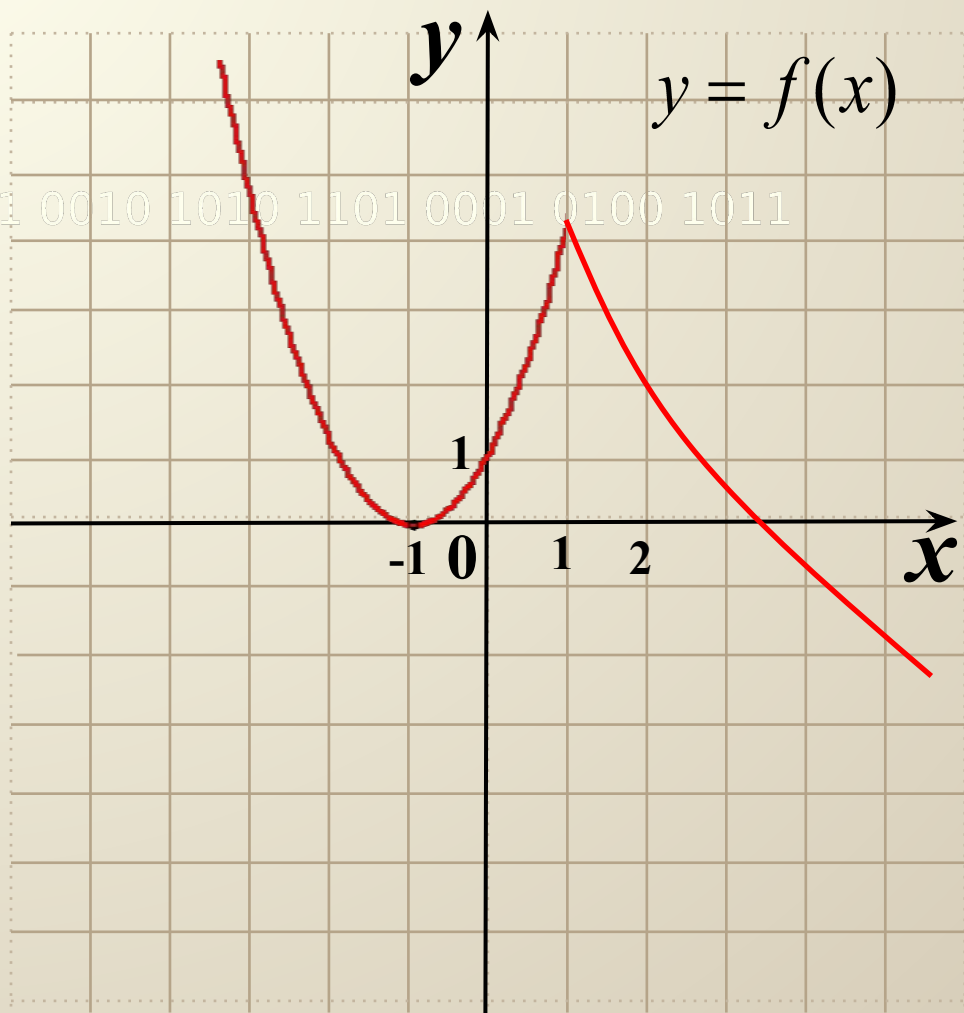




По характеру изменения графика функции укажите, на каких промежутках производная положительна

Ответ:

$$h'(x) > 0 \quad \text{на} \quad (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$$



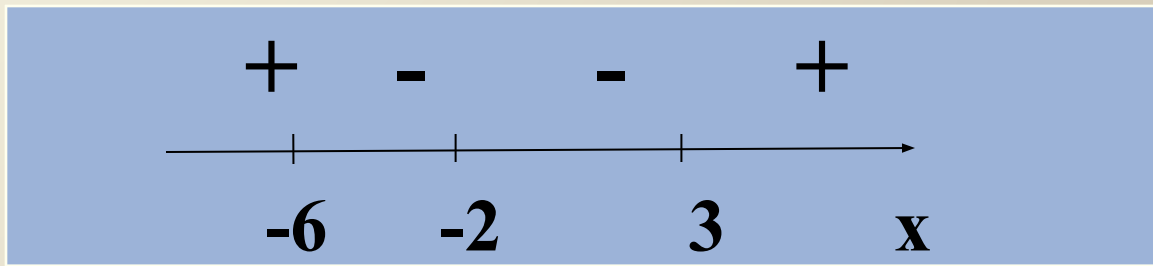
По характеру изменения графика функции укажите, на каких промежутках производная отрицательна.

Ответ:

$$f'(x) < 0 \quad \text{на} \quad (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

На заданной схеме представлены промежутки постоянства знака производной $f'(x)$.

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

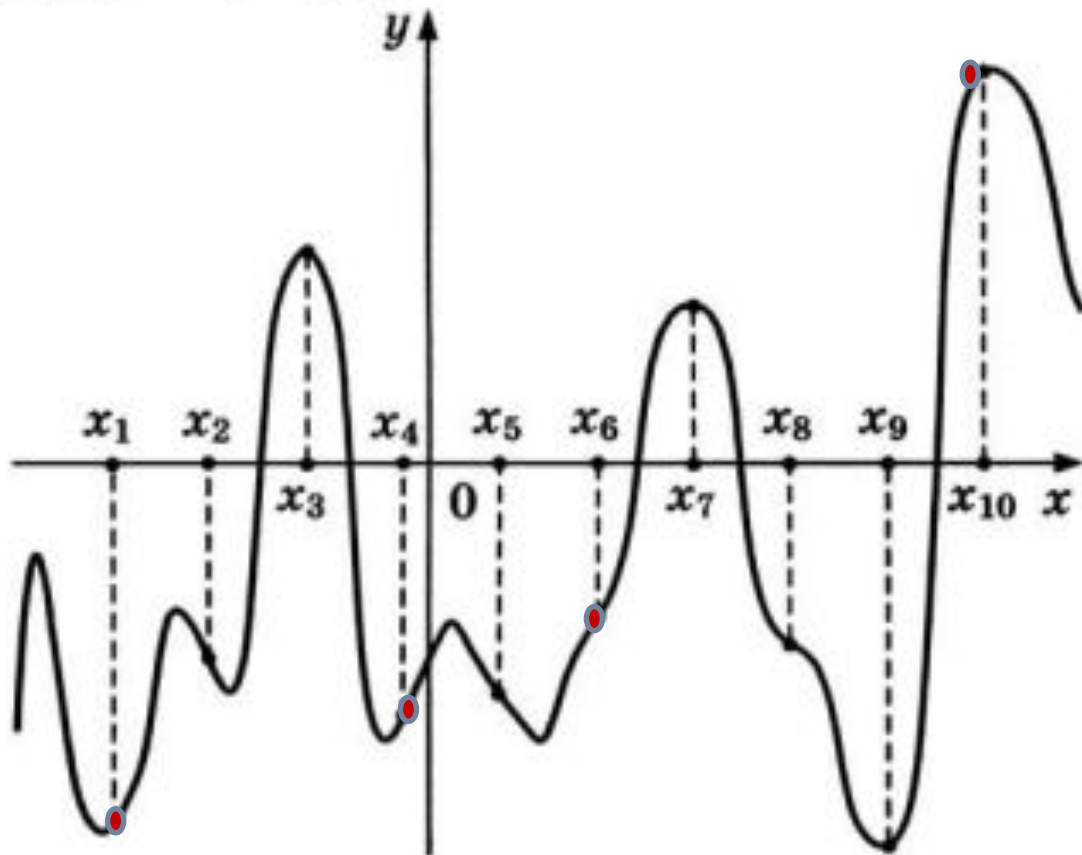


Назовите точку минимума функции

Ответ. -3.

1 2
4 5

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна?

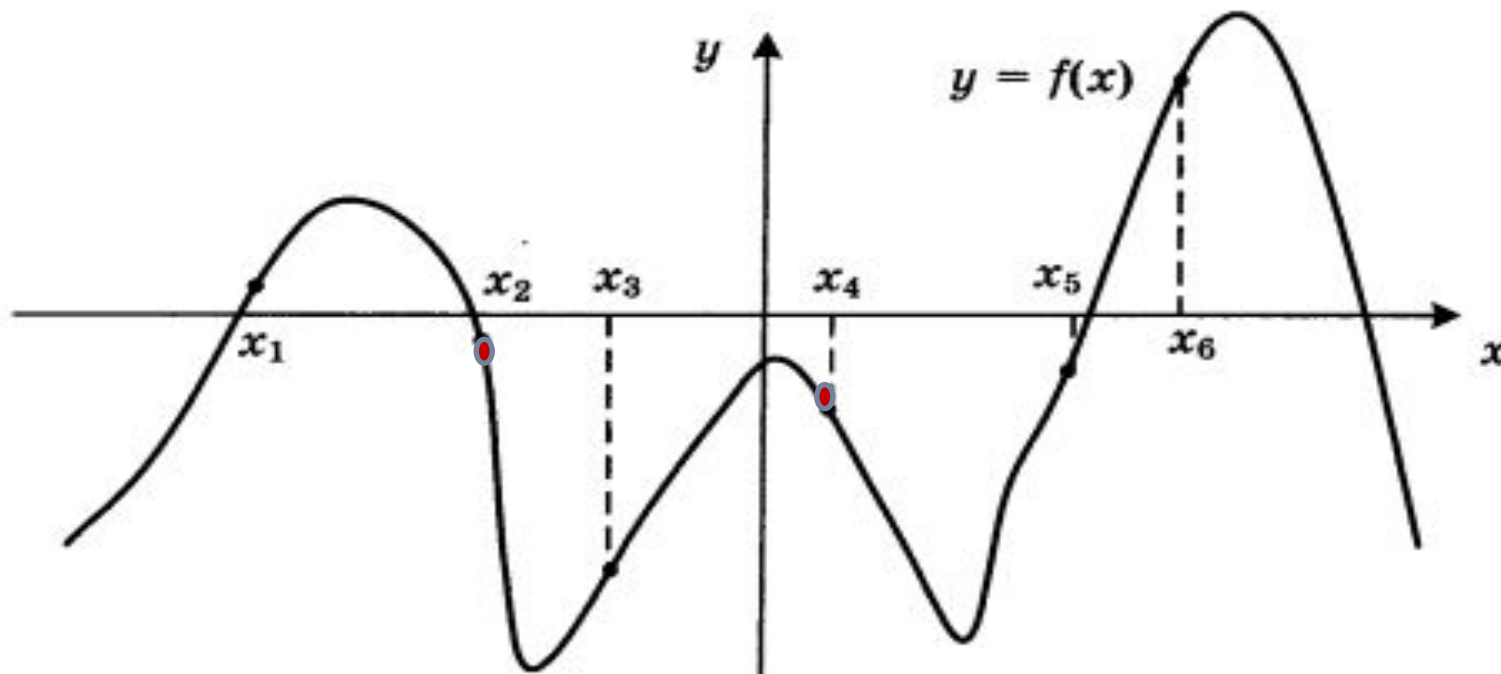


Ответ: 4



001

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

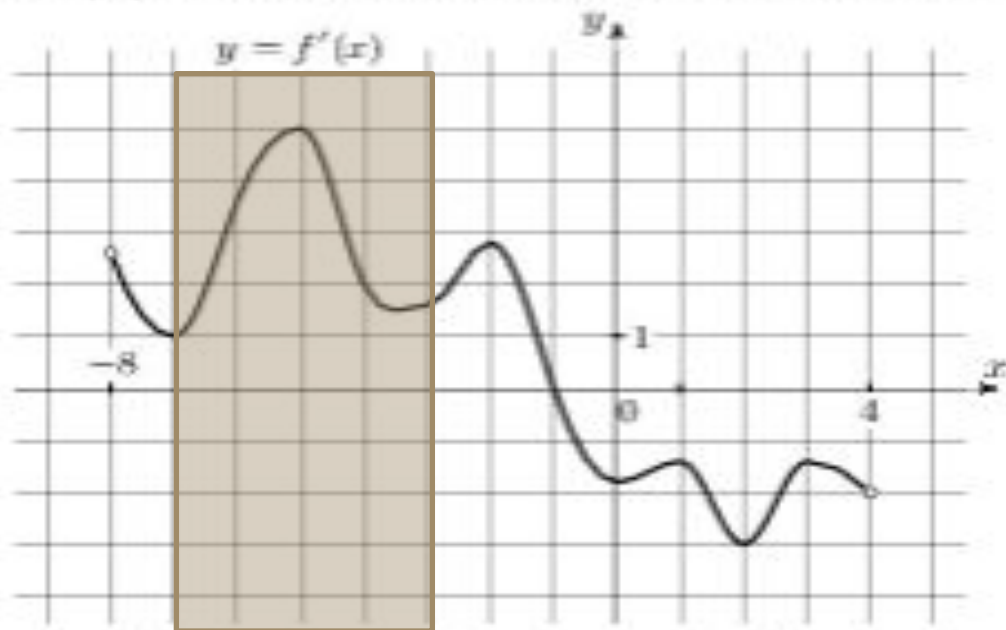


Ответ: 2



0011

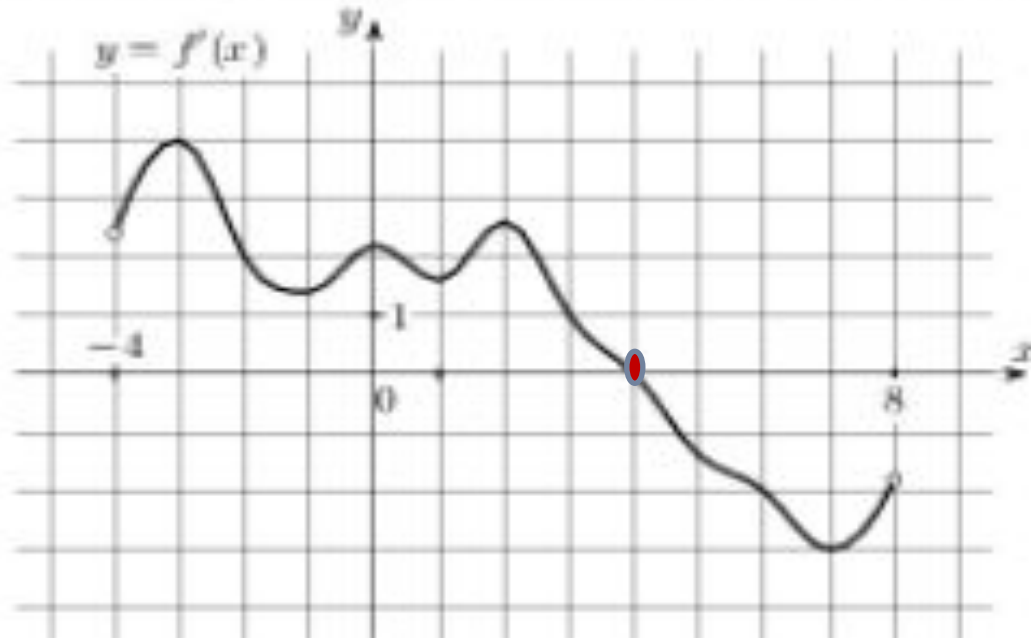
На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение.



Ответ: -7

45

На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-2; 6]$.

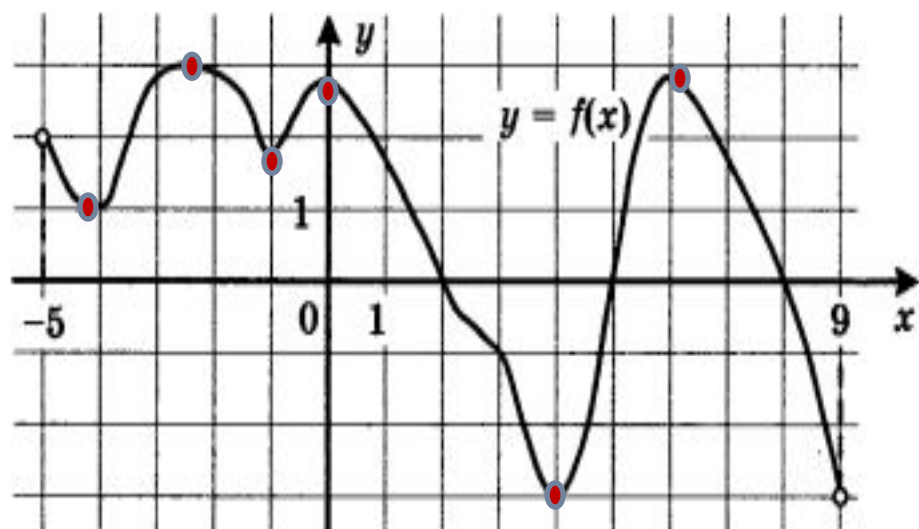


Ответ: 4

45

0011 0010

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: 6

4
5

ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$(U + V)' = U' + V'$$

$$(CU)' = CU', C - \text{const}$$

$$(UV)' = U'V + UV'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

Найдите производные функций:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

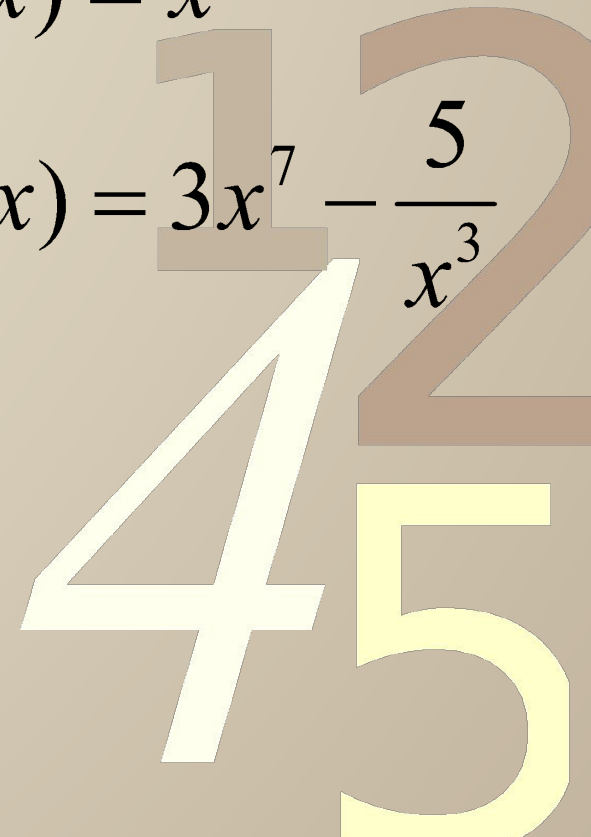
$$a) f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$б) f(x) = x^2 \cdot (2x - 7)$$

$$в) f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$$

$$г) f(x) = x^{-4}$$

$$д) f(x) = 3x^7 - \frac{5}{x^3}$$



$$a) f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

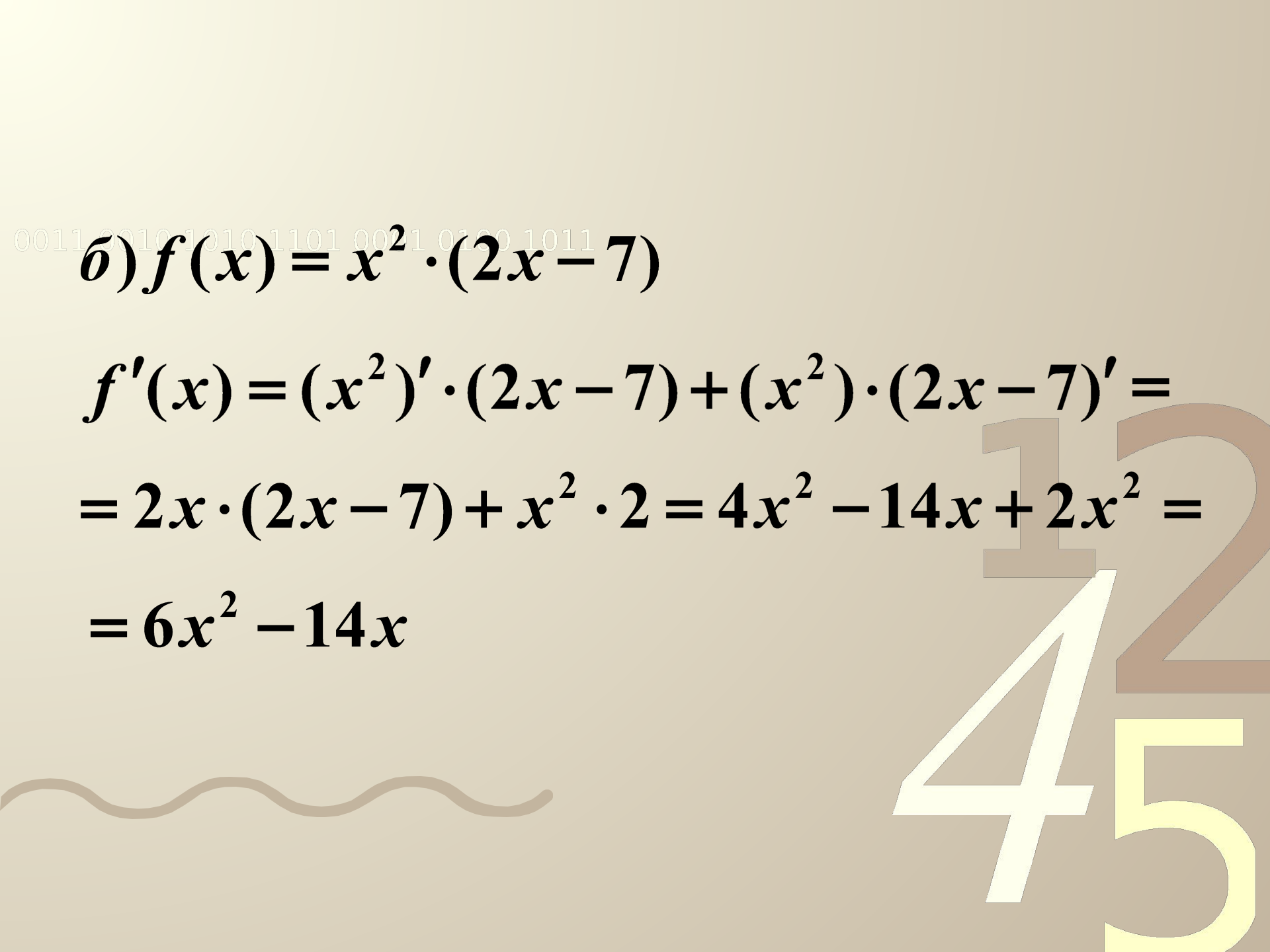
$$f'(x) = (x^2 - \frac{1}{x})' = (x^2)' - (\frac{1}{x})' =$$

$$= 2x - (-\frac{1}{x^2}) = 2x + \frac{1}{x^2}$$



0011 0010 1010 1101 0021 0100 1011

$$b) f(x) = x^2 \cdot (2x - 7)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^2)' \cdot (2x - 7) + (x^2) \cdot (2x - 7)' = \\ &= 2x \cdot (2x - 7) + x^2 \cdot 2 = 4x^2 - 14x + 2x^2 = \\ &= 6x^2 - 14x \end{aligned}$$


$$e) f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2)' \cdot (x^3 - 1) - x^2 \cdot (x^3 - 1)'}{(x^3 - 1)^2} =$$

$$= \frac{2x \cdot (x^3 - 1) - x^2 \cdot 3x^2}{(x^3 - 1)^2} = \frac{2x^4 - 2x - 3x^4}{(x^3 - 1)^2} =$$

$$= \frac{-x^4 - 2x}{(x^3 - 1)^2}$$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$2) f(x) = x^{-4}$$

$$f'(x) = (x^{-4})' = -4x^{-4-1} = -4x^{-5}$$

1
2
4
5

$$d) f(x) = 3x^7 - \frac{5}{x^3}$$

$$f'(x) = \left(3x^7 - \frac{5}{x^3}\right)' = (3x^7)' - (5x^{-3})' =$$

$$= 3 \cdot 7x^6 - 5 \cdot (-3x^{-3-1}) = 21x^6 + 15x^{-4} =$$

$$= 21x^6 + \frac{15}{x^4}$$

Найдите наибольшее значение функции

$$y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29 \text{ на отрезке } [-1; 4].$$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Решение.

$$1. y(-1) = -(-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot (-1) - 29 = 1 + 3 - 9 - 29 = -34;$$

$$y(4) = -4^3 + 3 \cdot 4^2 + 9 \cdot 4 - 29 = -64 + 48 + 36 - 29 = -9.$$

$$2. y' = -3x^2 + 6x + 9$$

$$y' = 0, -3x^2 + 6x + 9 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$x_1 = -1, x_2 = 3;$$

$$-1 \notin (-1; 4), 3 \in (-1; 4),$$

$$y(3) = -3^3 + 3 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 - 29 = -27 + 27 + 27 - 29 = -2$$

$$3. y_{\text{наибольшее}} = -2.$$

Ответ. -2.

