Департамент профессионального образования Томской области

Областное государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

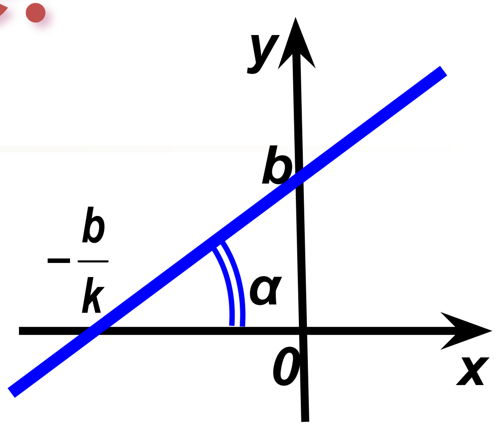
«Томский коммунально-строительный техникум»

Презентация к уроку математики на тему: «Функции и их графики»

Преподаватель: Шевчук Наталья Сергеевна

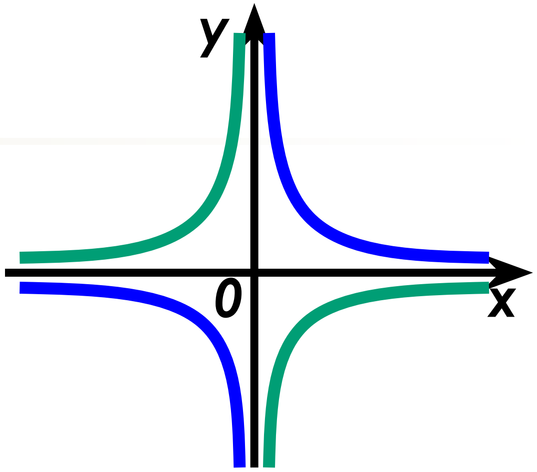
Томск – 2016 г.

Содержание:



- Функции и их графики.
- Преобразование графиков функций.
- Свойства функций.

Функции



❶ Линейная функция

❷ Квадратичная функция

❸ Степенная функция

❹ Обратная пропорциональность

❺ Показательная функция

❻ Логарифмическая функция

❼ Тригонометрические функции

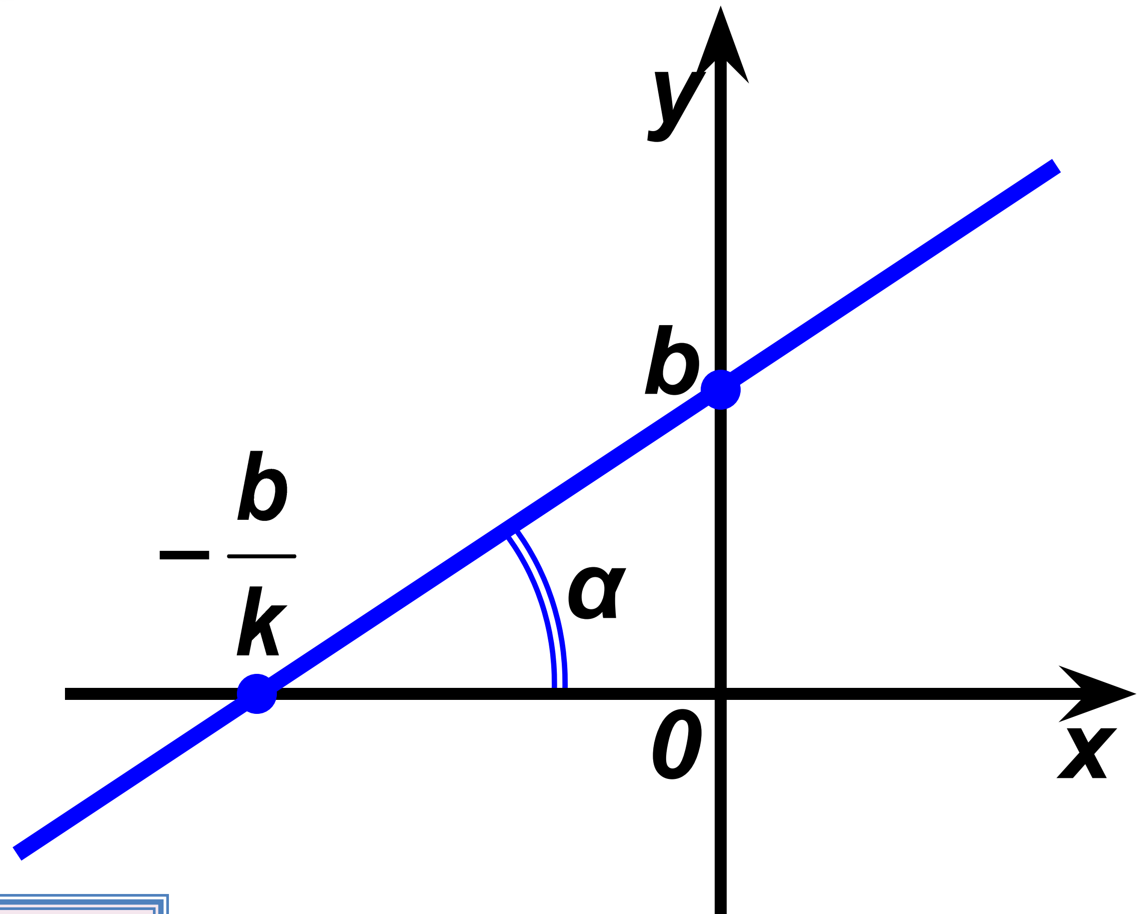
Линейная функция

$y = kx + b$

b – свободный коэффициент

k – угловой коэффициент

$k = \operatorname{tg} \alpha$



Свойства линейной функции

Квадратичная функция

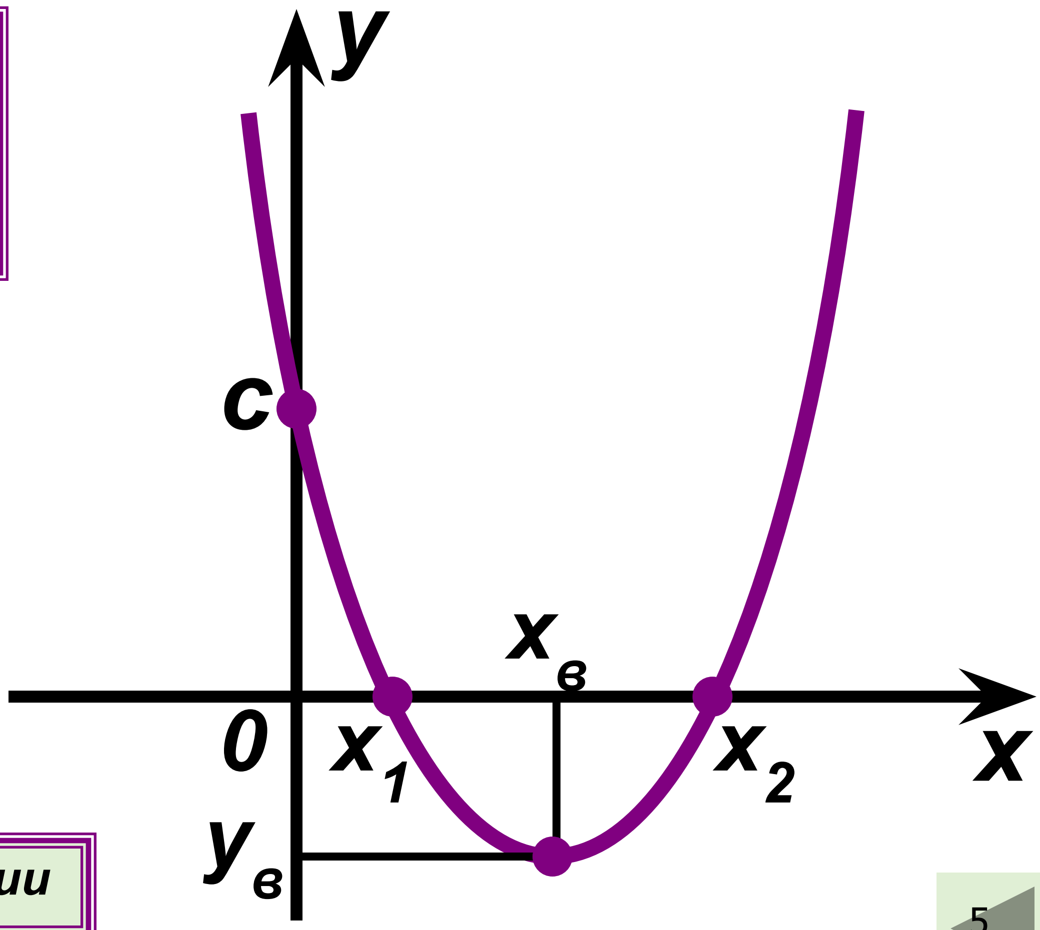
$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_в = -\frac{b}{2a}$$

$$y_в = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Свойства квадратичной функции

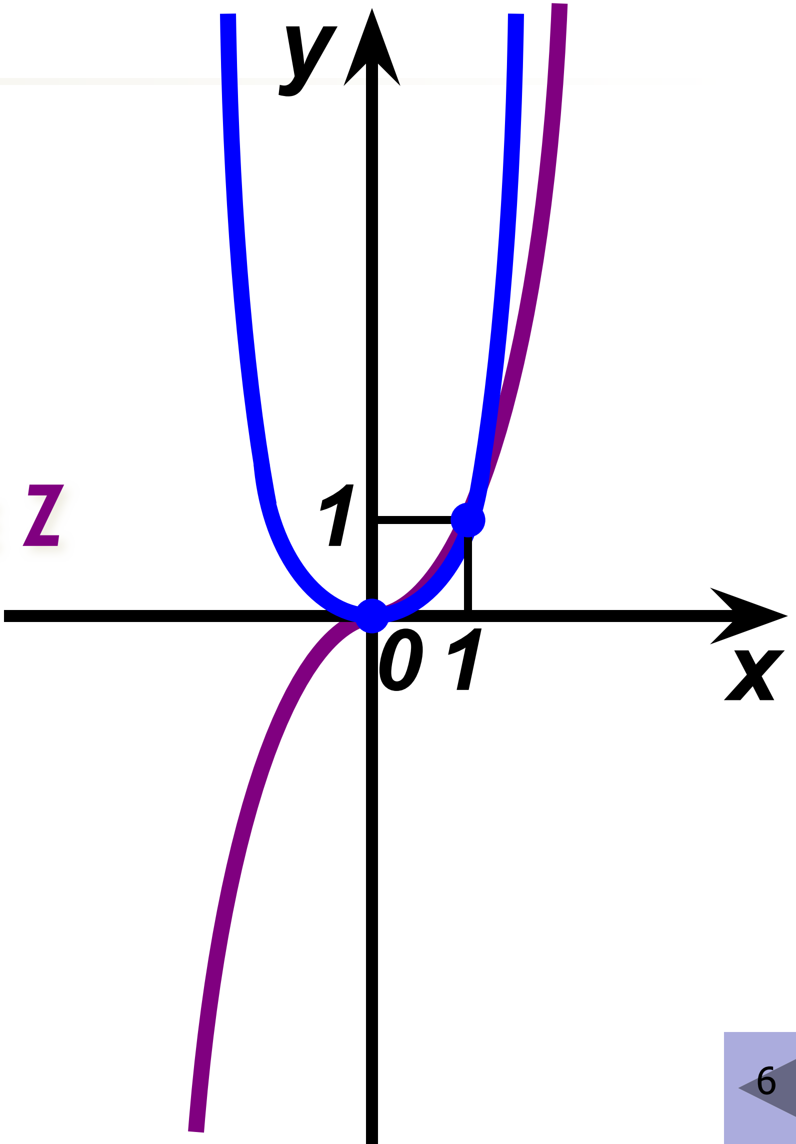


Степенная функция

$y = x^n$

$y = x^n$, где $n = 2k$, $k \in Z$

$y = x^n$, где $n = 2k+1$, $k \in Z$

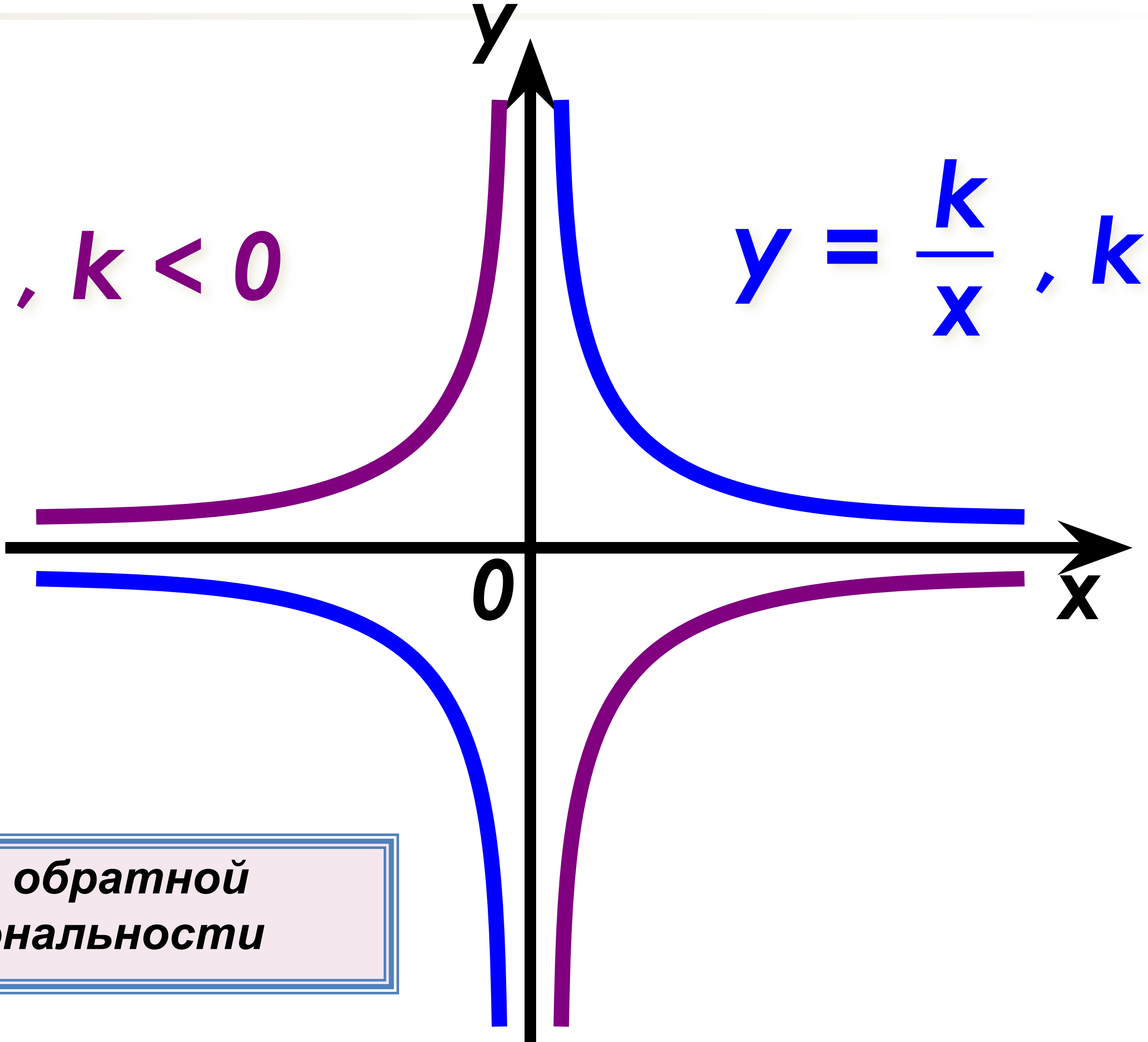


Свойства степенной функции

Обратная пропорциональность

$y = \frac{k}{x}, k < 0$

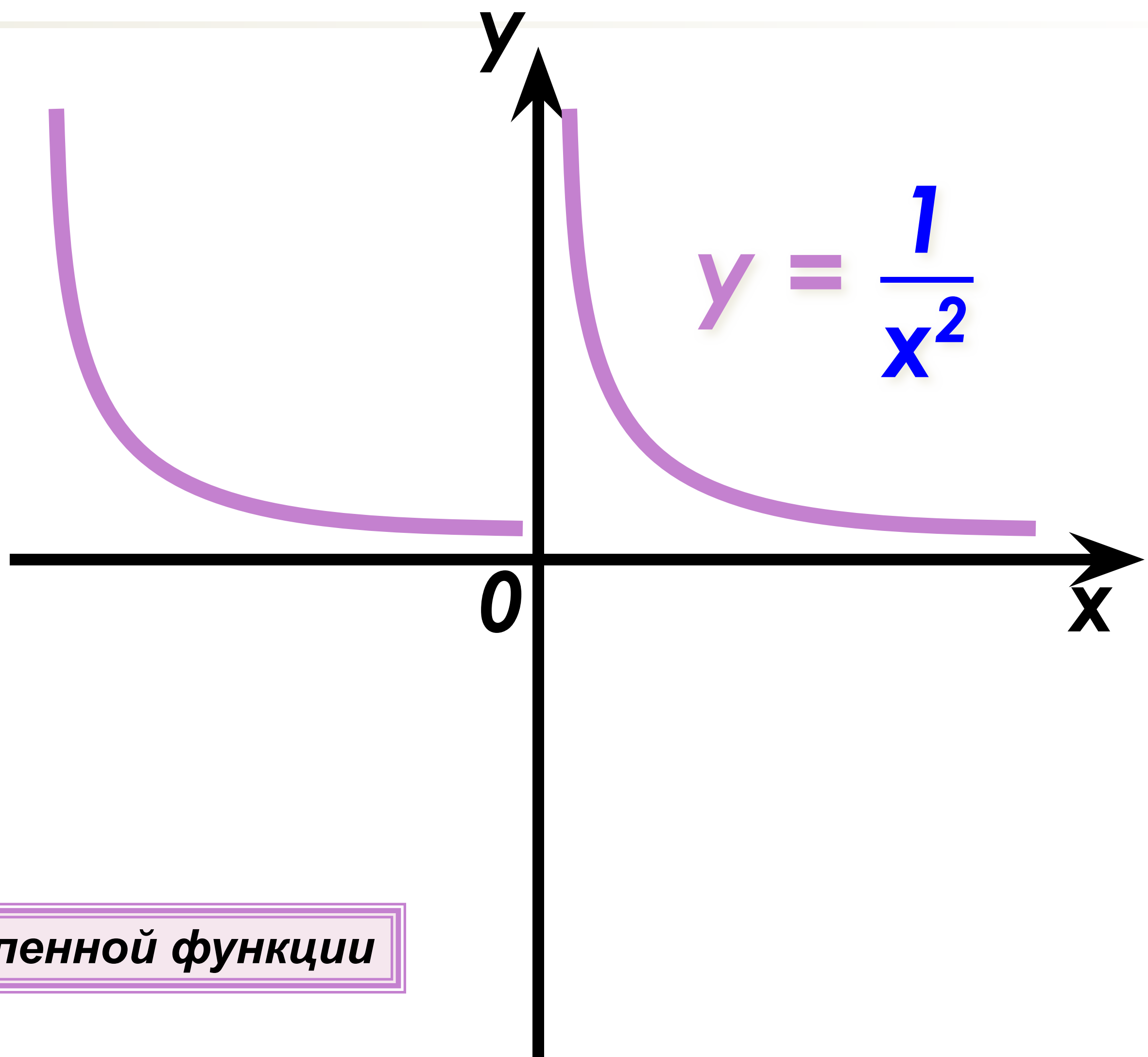
$y = \frac{k}{x}, k > 0$



Свойства обратной пропорциональности

Степенная функция

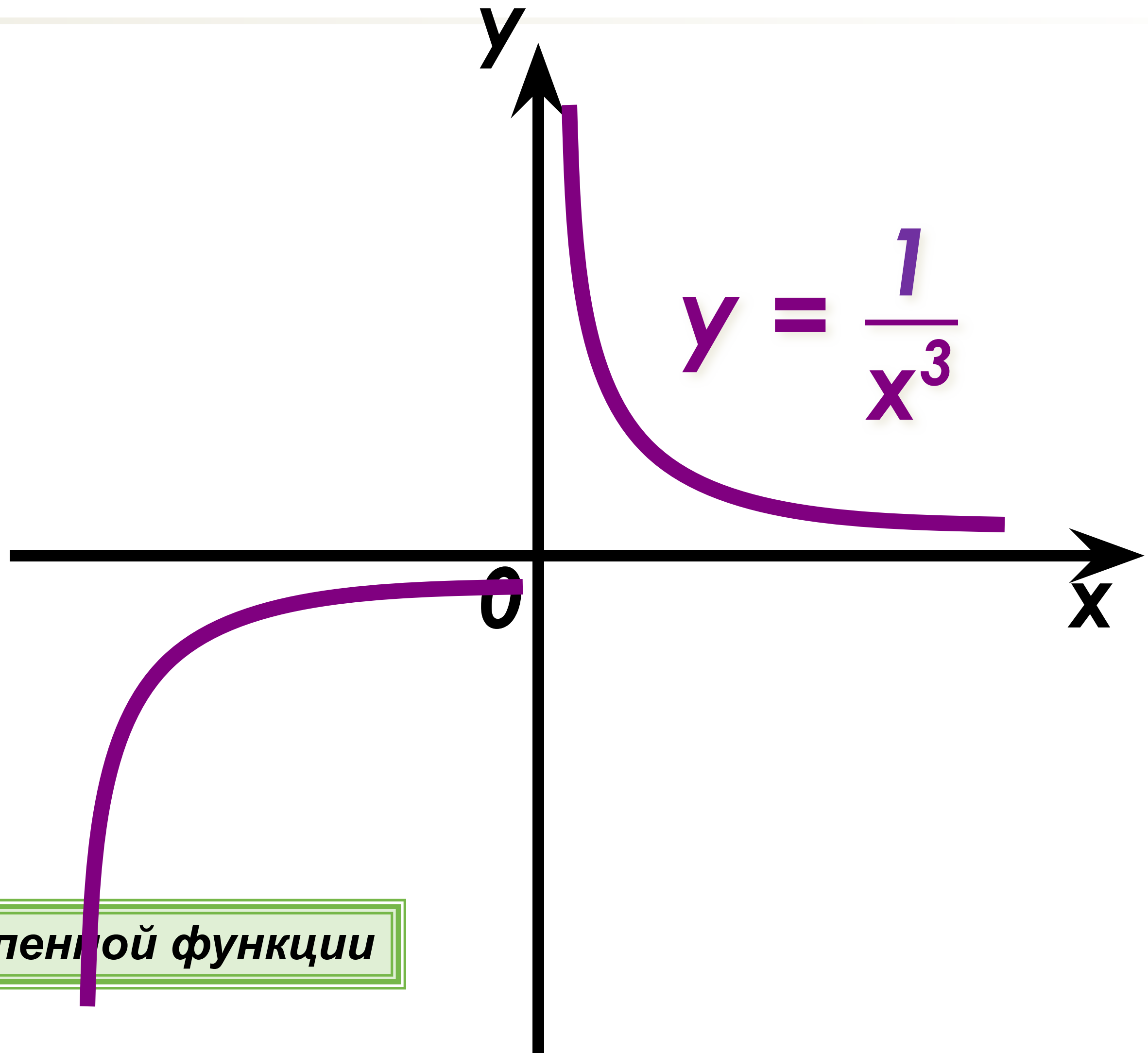
$y = x^{-n}$, n – четное



$$y = \frac{1}{x^2}$$

Свойства степенной функции

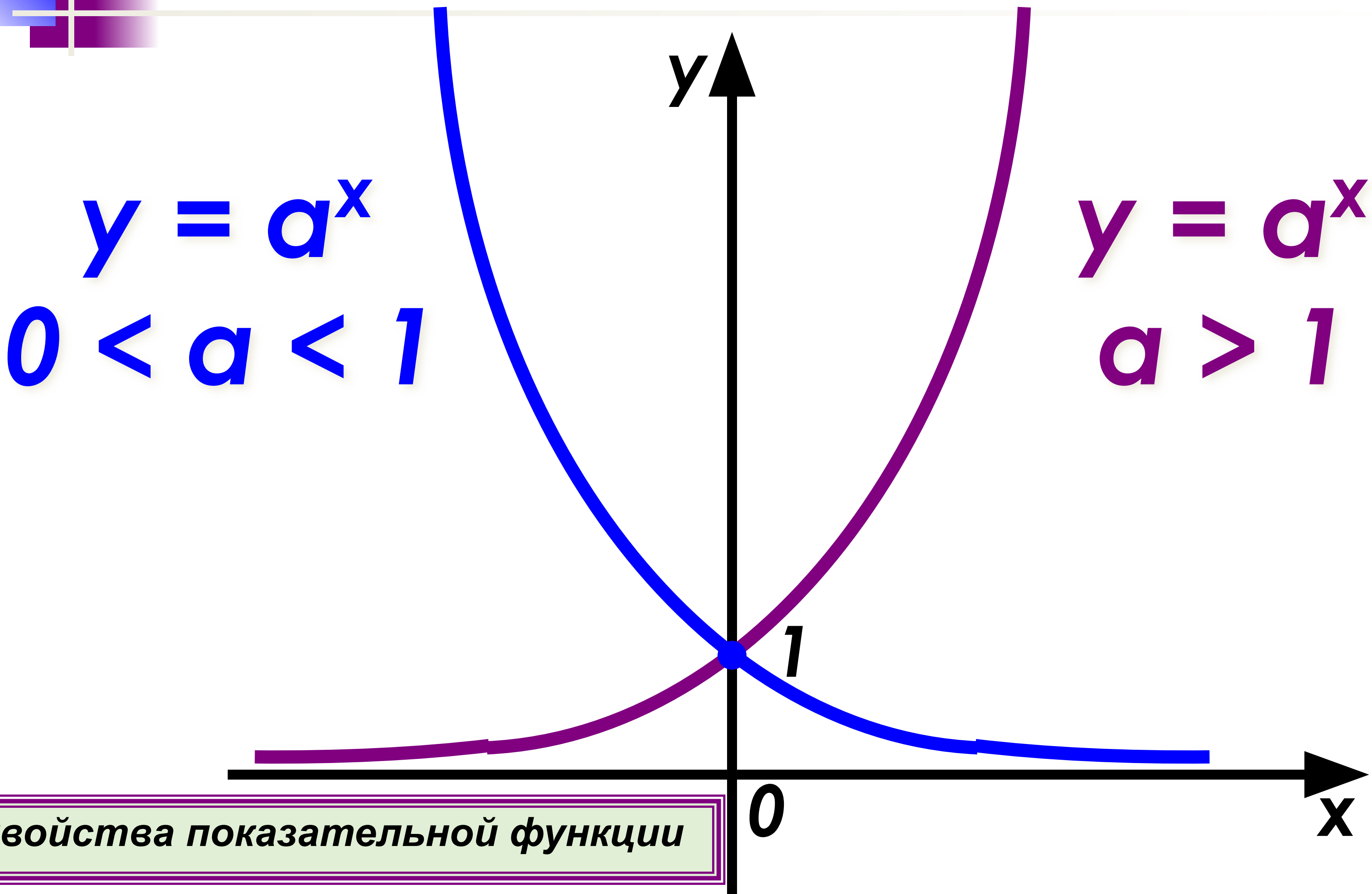
Степенная функция
$y = x^{-n}$, n – нечетное



Свойства степенной функции

Показательная функция

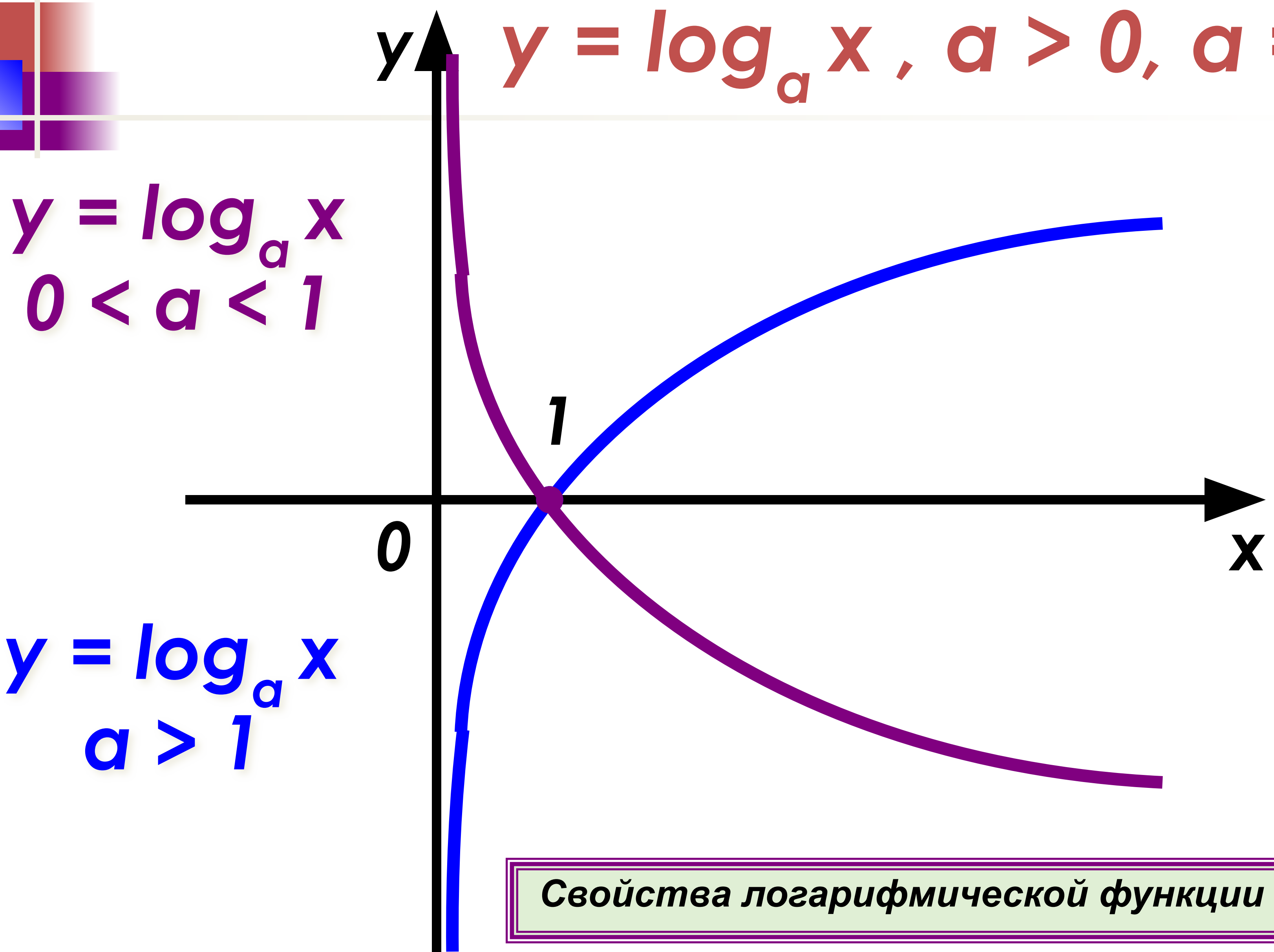
$y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$



Свойства показательной функции

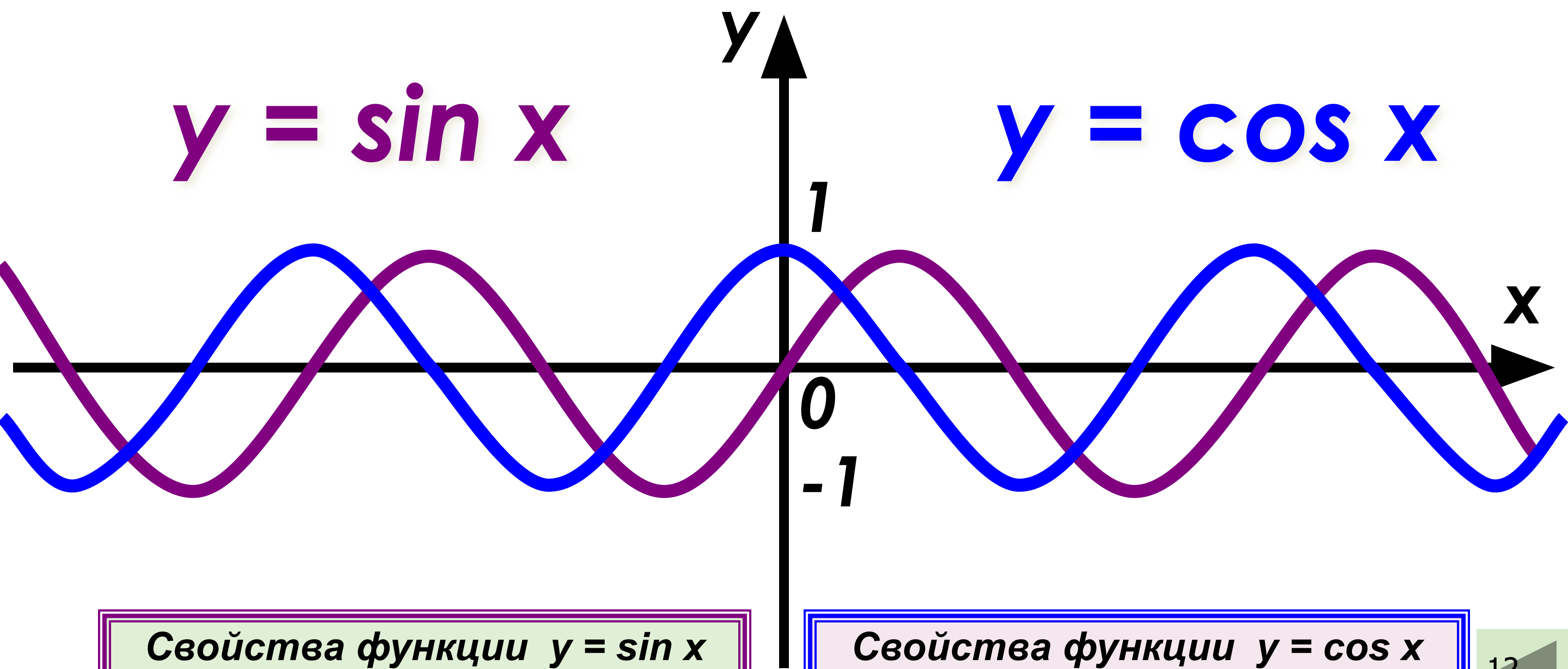
Логарифмическая функция

$y = \log_a x,\ a > 0,\ a \neq 1$



Свойства логарифмической функции

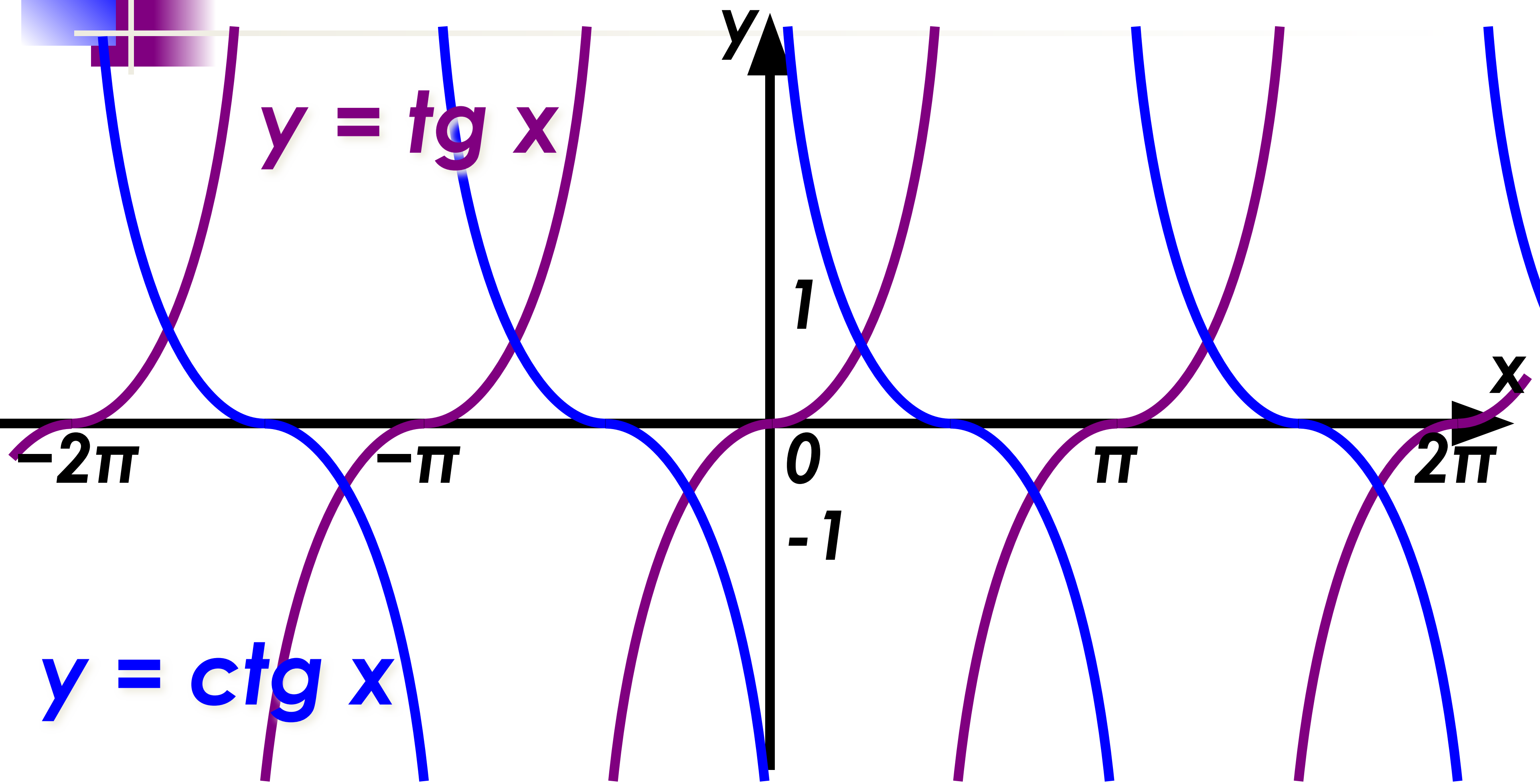
Тригонометрические функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$



Свойства функции $y = \sin x$

Свойства функции $y = \cos x$

Тригонометрические функции $y = tg\ x$ и $y = ctg\ x$



Свойства функции $y = tg\ x$

Свойства функции $y = ctg\ x$

Геометрические преобразования графиков

1. Преобразование вида $y = f(x)$ $y = f(x) \pm$ $y = f(x) + b$
2. Преобразование вида $y = f(x - a)$
3. Преобразование вида $y = kf(x)$
4. Преобразование вида $y = f(mx)$
5. Преобразование вида $y = |f(x)|$
6. Преобразование вида $y = f(|x|)$
7. Преобразование вида $|y| = f(x)$

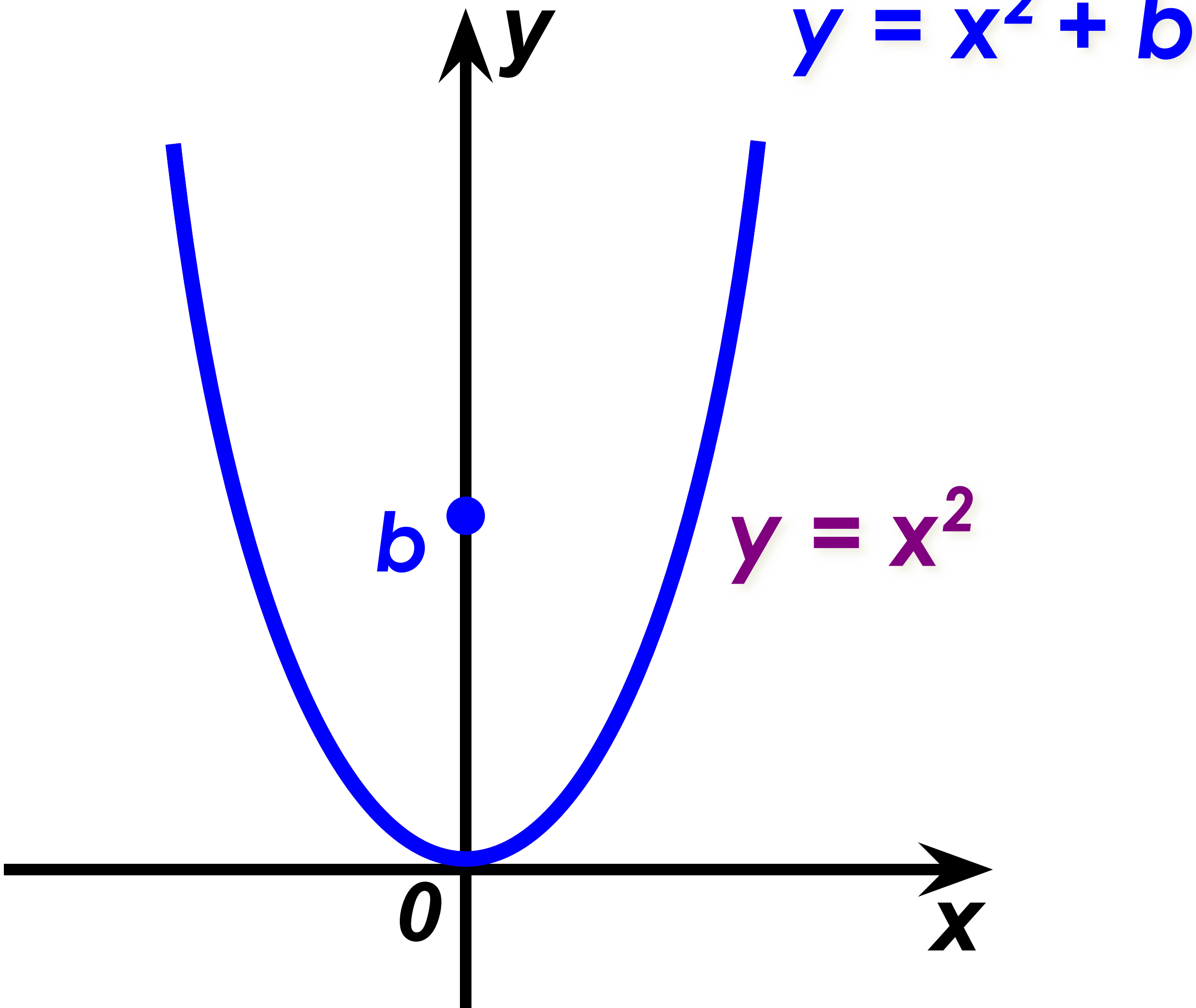
1. Преобразование вида $y = f(x)+b$

— Это параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ на b единиц вдоль оси ординат

Если $b > 0$, то происходит смещение ↑

Если $b < 0$, то происходит смещение ↓

1. Преобразование вида $y = f(x)+b$



2. Преобразование вида $y = f(x - a)$

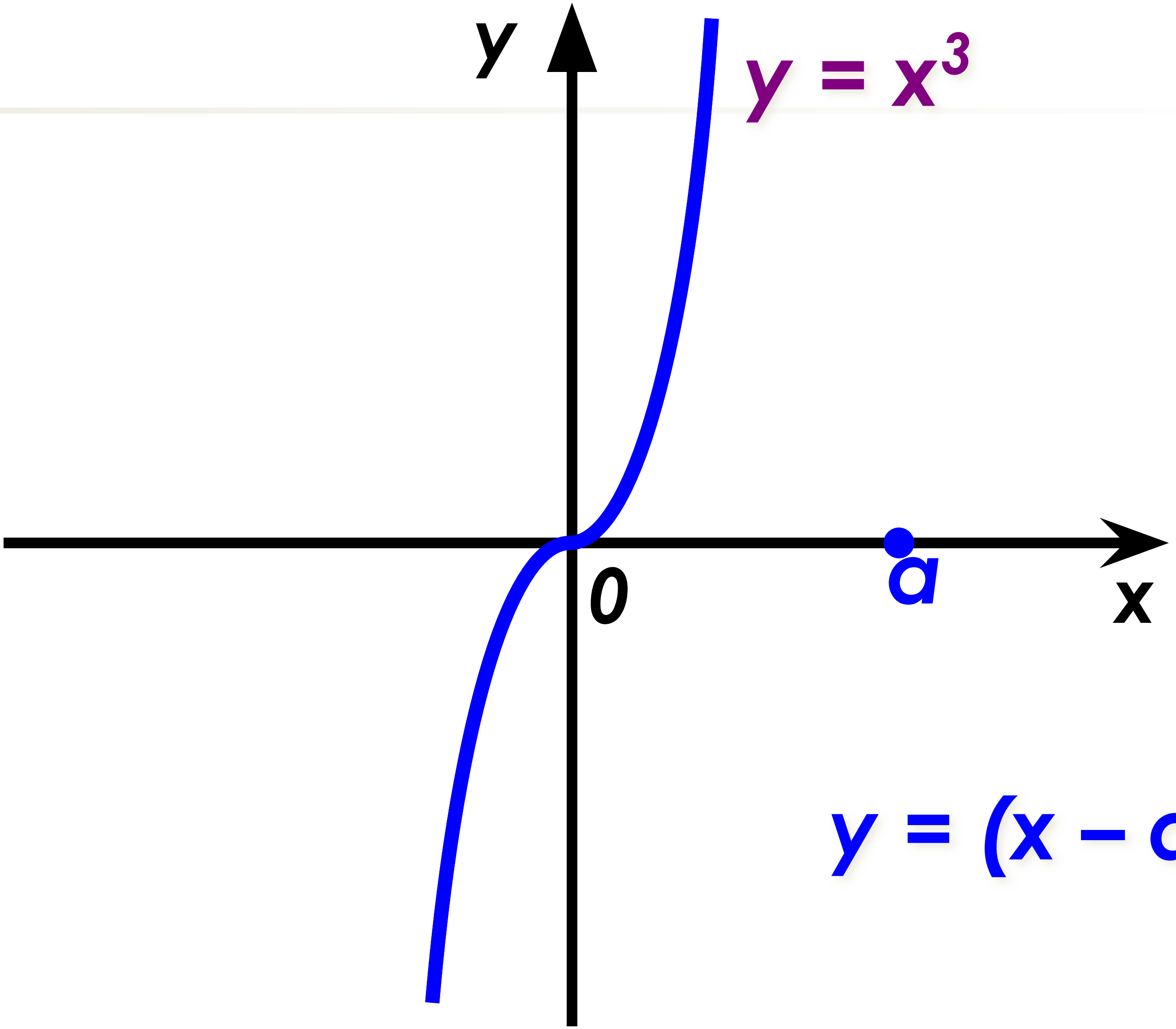
— Это параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ на a единиц вдоль оси абсцисс

Если $a > 0$, то происходит **смещение**

смещение

Если $a < 0$, то происходит

2. Преобразование вида $y = f(x - a)$



$y = (x - a)^3$

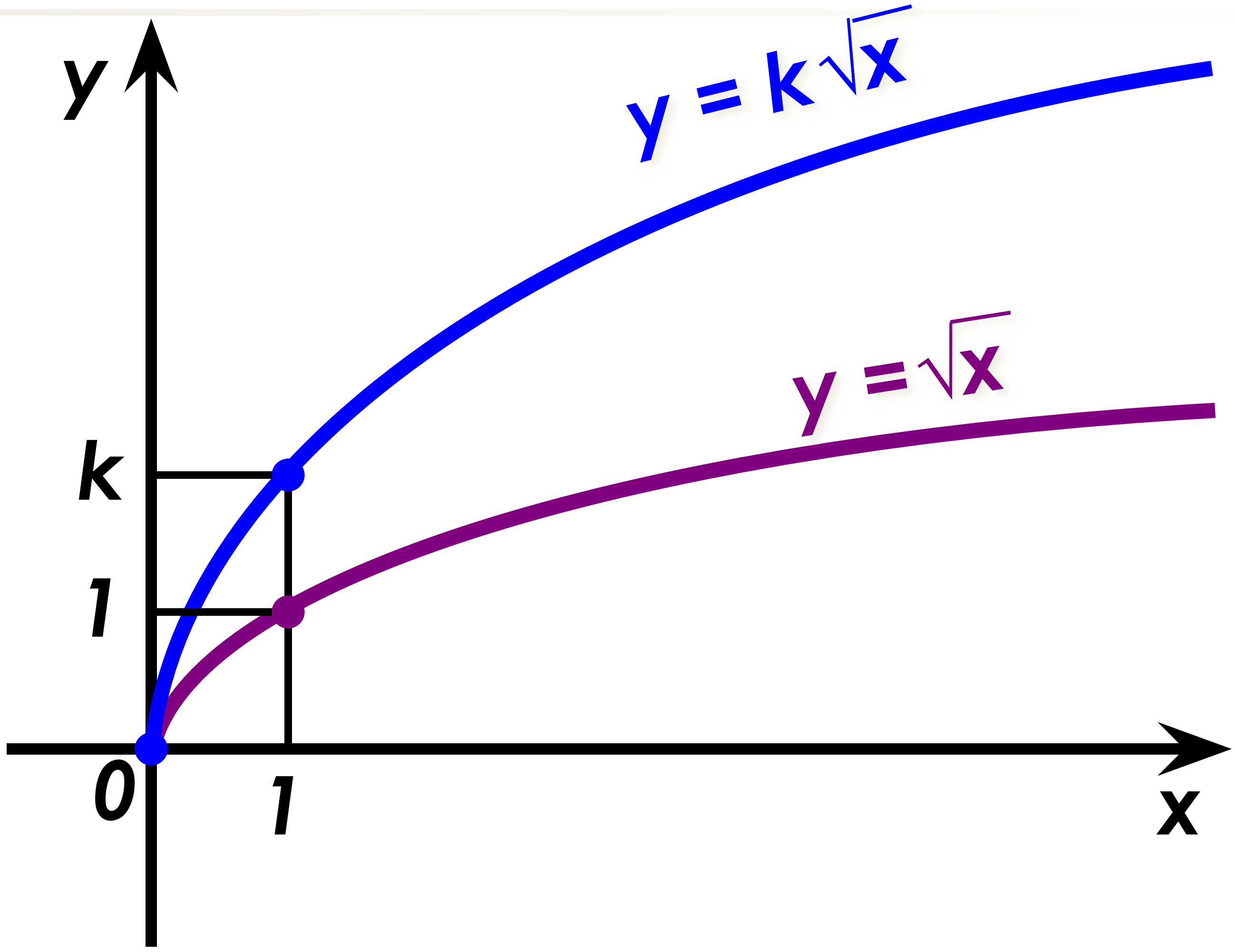
3. Преобразование вида $y = kf(x)$

— Это растяжение (сжатие) в k раз графика функции $y = f(x)$ **вдоль оси ординат**

Если , $|k| > 1$, то происходит **Растяжение**

Если , $|k| < 1$, то происходит **Сжатие**

3. Преобразование вида $y = kf(x)$



4. Преобразование вида $y = f(mx)$

— Это растяжение (сжатие) в m раз графика функции $y = f(x)$ вдоль оси абсцисс

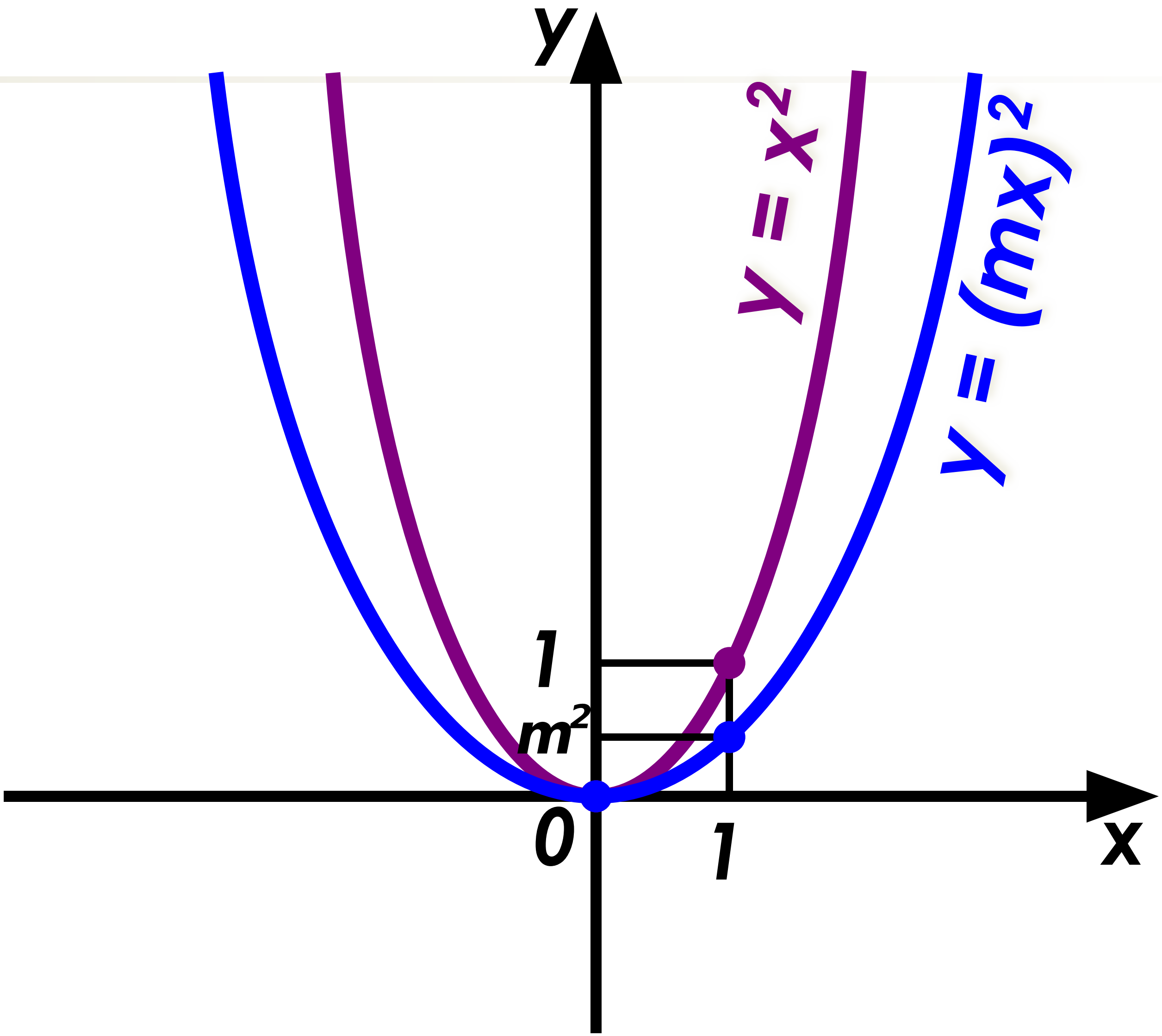
Если , $|m| > 1$, то происходит

Сжатие

Если , $|m| < 1$, то происходит

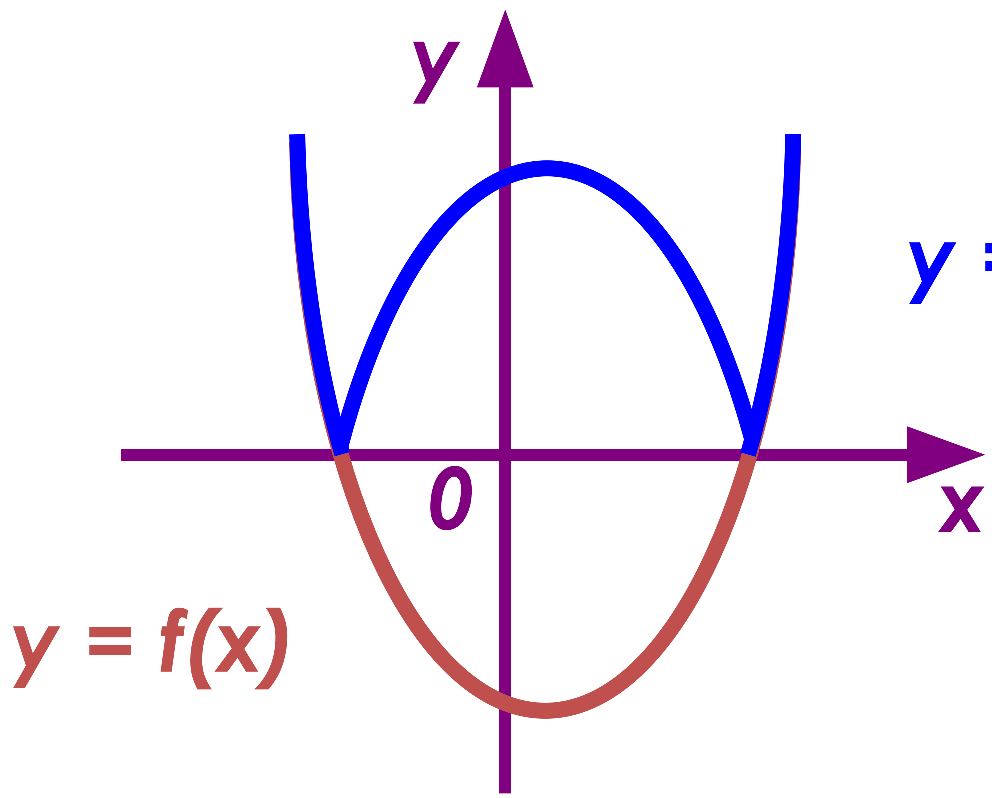
Растяжение

4. Преобразование вида y = f(mx)

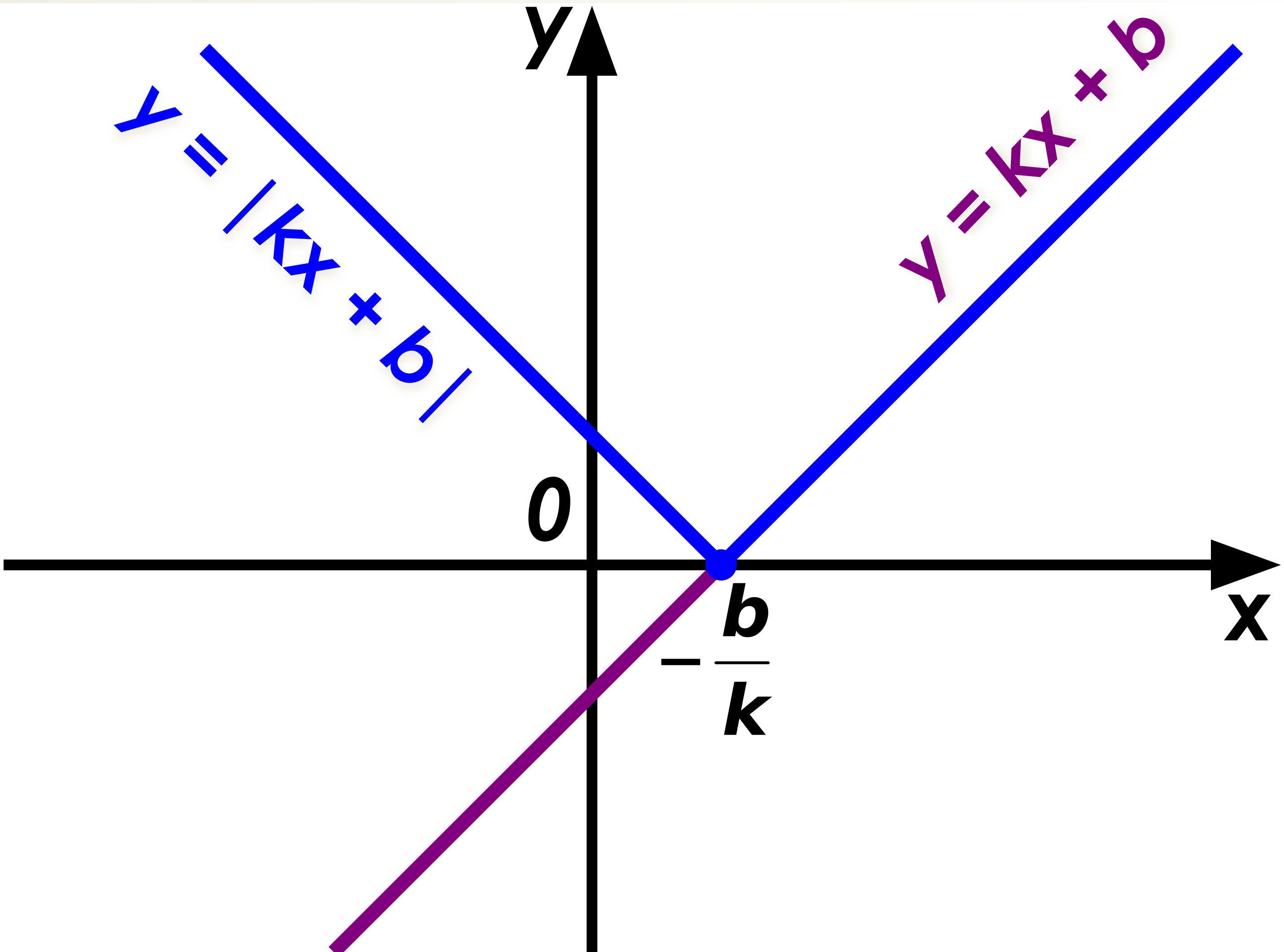


5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

— Это отображение нижней части графика функции $y = f(x)$ в верхнюю полуплоскость относительно оси абсцисс с сохранением верхней части графика

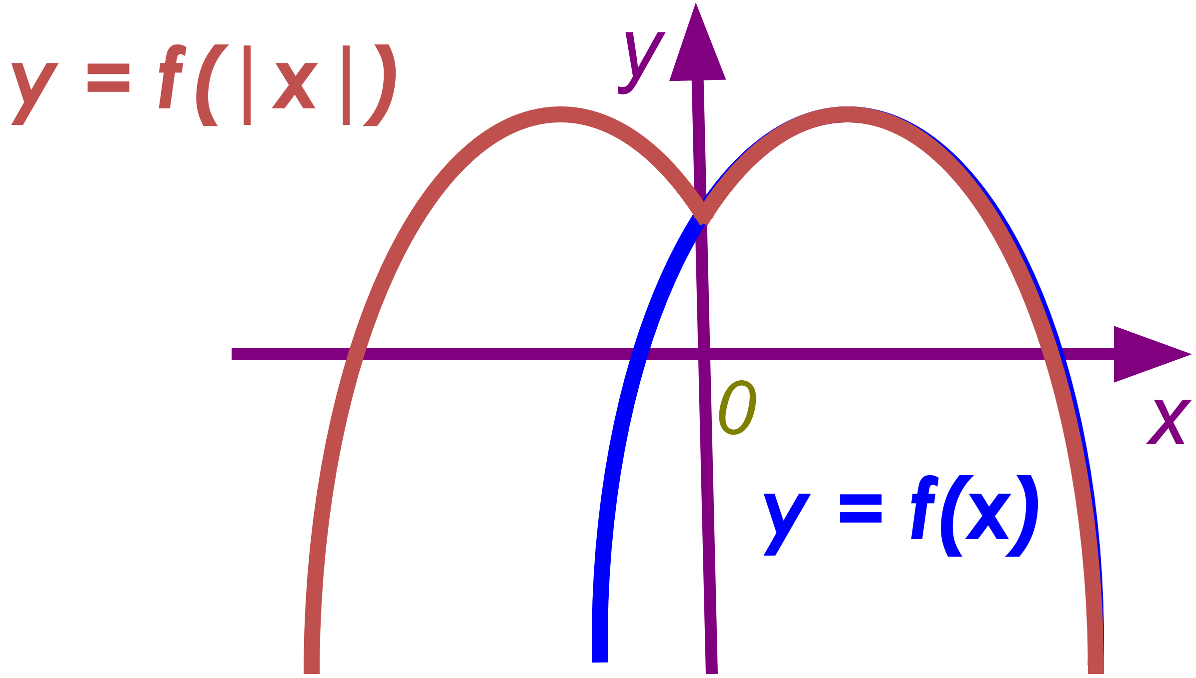


5. Преобразование вида y = | f(x) |

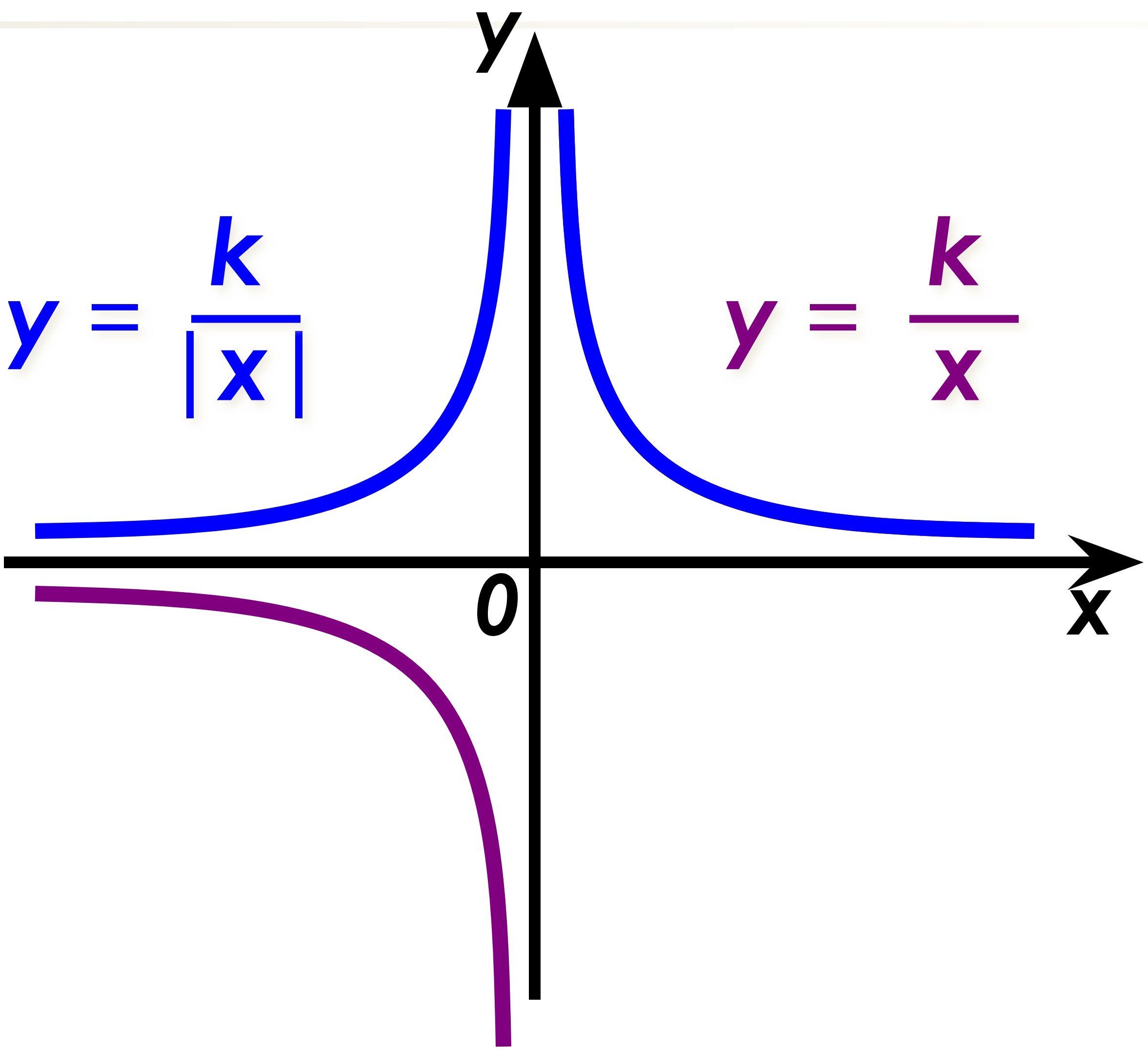


6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

— Это отображение правой части графика функции $y = f(x)$ в левую полуплоскость **относительно оси ординат** с сохранением правой части графика

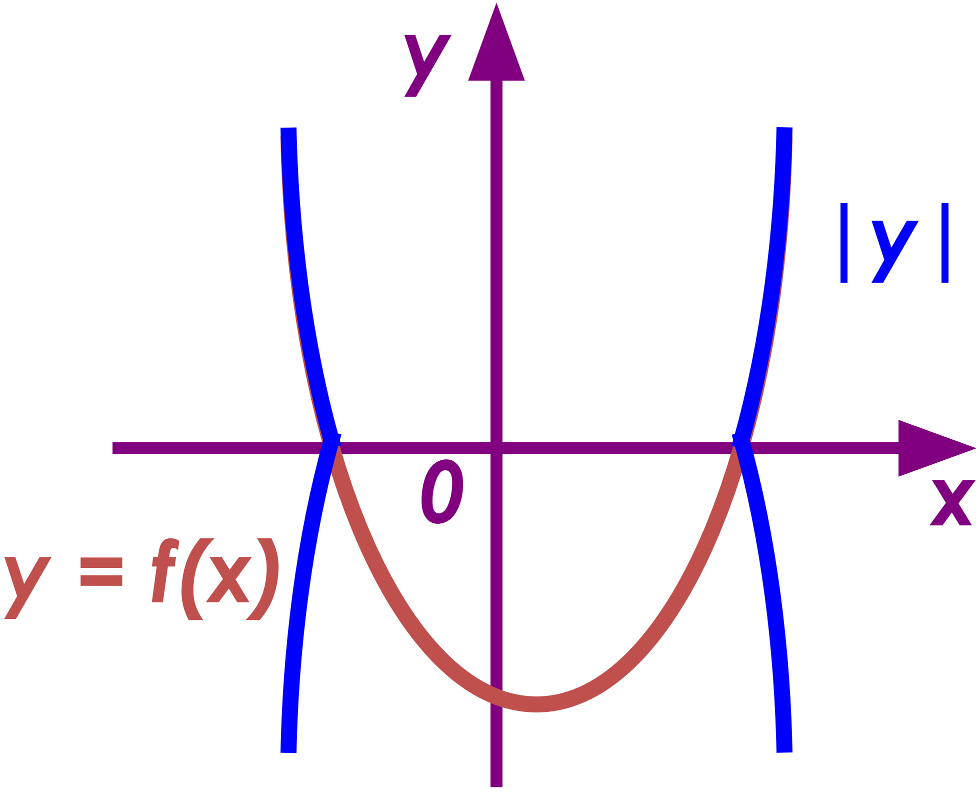


6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

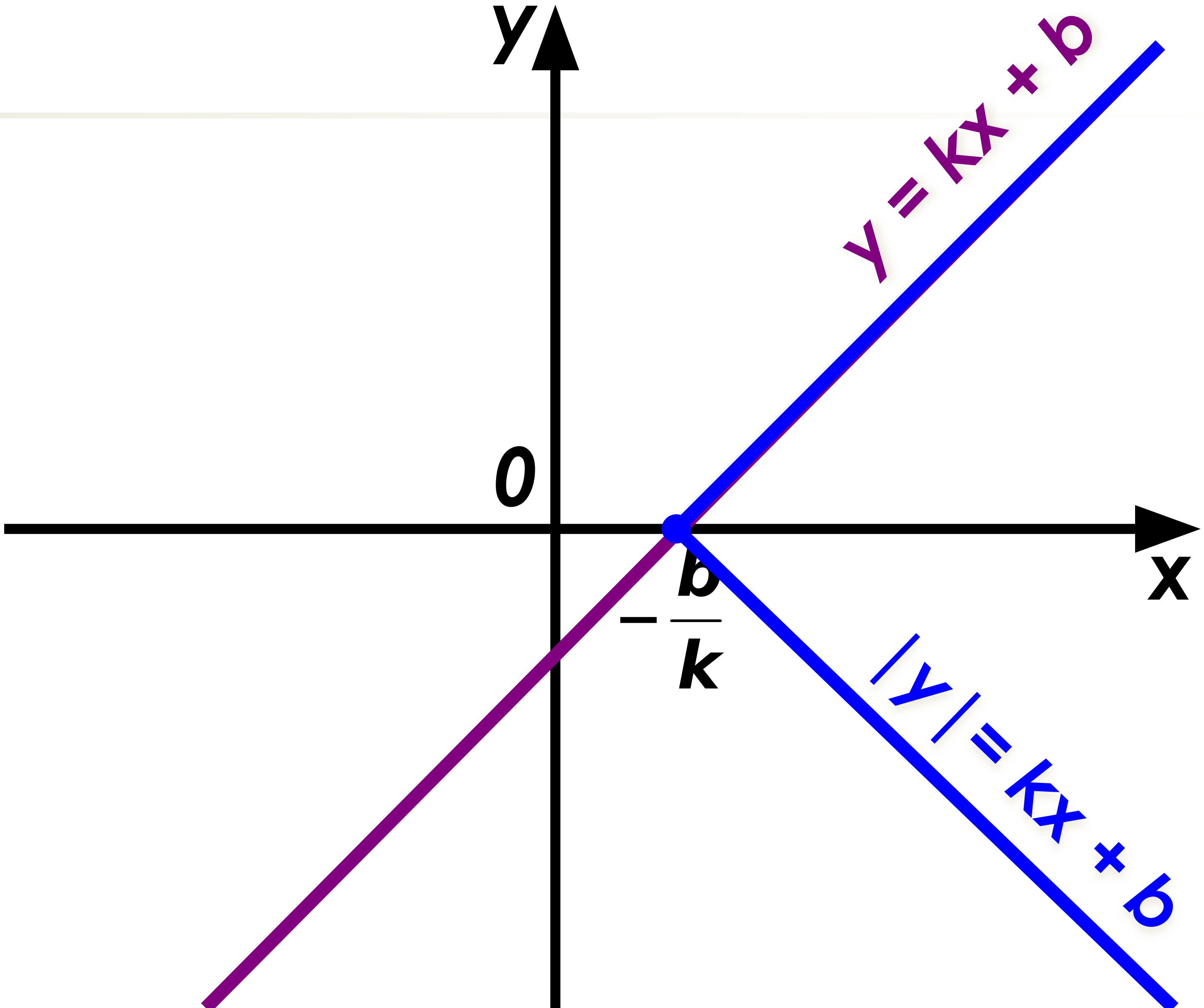


7. Преобразование вида $|y| = f(x)$

— Это отображение верхней части графика функции $y = f(x)$ в нижнюю полуплоскость относительно оси абсцисс с сохранением только верхней части графика



7. Преобразование вида |y| = f(x)



Свойства функций

- Свойства линейной функции
- Свойства квадратичной функции
- Свойства степенной функции
- Свойства обратной пропорциональности
- Свойства показательной функции
- Свойства логарифмической функции
- Свойства тригонометрических функций:

$y = \sin x$ $y = \sin x$ $y = \mathrm{tg}\, x$

$y = \cos x$ $y = \cos x$ $y = \mathrm{ctg}\, x$

Свойства линейной функции

$y = kx + b$

1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$; $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

2 Если $b = 0$, то функция нечетная.

Если $b \neq 0$, то функция ни четная, ни нечетная.

3 Если $x = 0$, то $y = b$, если $y = 0$, то $x = -\dfrac{b}{k}$.

4 Если $k > 0$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Если $k < 0$, то функция убывает при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Свойства квадратичной функции

$y = ax^2 + bx + c,\ \ a \neq 0$

1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2 Если $a > 0$, то $E(y) = [y_в; +\infty)$;

Если $a < 0$, то $E(y) = (-\infty; y_в]$.

3 Если $b = 0$, то функция четная.

Если $b \neq 0$, то функция ни четная, ни нечетная.

4 Если $x = 0$, то $y = c$, если $y = 0$, то $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

5 Если $a > 0$, то функция возрастает при $x \in [x_в; +\infty)$;

функция убывает при $x \in (-\infty; x_в]$.

Если $a < 0$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; x_в]$;

функция убывает при $x \in [x_в; +\infty)$.

Свойства степенной функции $y = x^n$

Если $n = 2k$, где $k \in Z$	Если $n = 2k + 1$, где $k \in Z$
1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.	1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2 $E(y) = [0; +\infty)$.	2 $E(y) = (-\infty; +\infty)$.
3 Функция четная.	3 Функция нечетная.
4 Если $x = 0$, то $y = 0$.	4 Если $x = 0$, то $y = 0$.
5 Функция возрастает при $x \in [0; +\infty)$; убывает при $x \in (-\infty; 0]$.	5 Функция возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Свойства обратной пропорциональности $y = \frac{k}{x}$

1 $D(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$

2 $E(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$

3 Функция нечетная.

4 $x \neq 0$, $y \neq 0$.

5 Если $k > 0$, то функция убывает при $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.

Если $k < 0$, то функция возрастает при $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.

Свойства степенной функции $y = x^{-n}$

Если $n = 2k$, где $k \in Z$

1 $D(y)=(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

2 $E(y)=(0; +\infty)$.

3 Функция четная.

4 Если $x = 1$, то $y = 1$.

5 Функция возрастает при $x \in (-\infty; 0)$; убывает при $x \in (0; +\infty)$.

6 функция ограничена снизу прямой $y = 0$.

Если $n = 2k+1$, где $k \in Z$

1 $D(y)=(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

2 $E(y)=(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

3 Функция нечетная.

4 Если $x = 1$, то $y = 1$; если $x = -1$, то $y = -1$.

5 Функция убывает при $x \in (-\infty; 0)$;$(0; +\infty)$.

6 Функция не ограничена

Свойства показательной функции

$y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$

1 $D(y)=(-\infty; +\infty)$.

2 $E(y)=(0; +\infty)$.

3 Функция ни четная, ни нечетная.

4 Если $x = 0$, то $y = 1$.

5 Если $a > 1$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Если $0 < a < 1$, то функция убывает при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Свойства логарифмической функции $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$

1 $D(y) = (0; +\infty)$.

2 $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3 Функция ни четная, ни нечетная.

4 Если $x = 1$, то $y = 0$.

5 Если $a > 1$, то функция возрастает при $x \in (0; +\infty)$.

Если $0 < a < 1$, то функция убывает при $x \in (0; +\infty)$.

Свойства функции $y = \sin x$

1 $D(y)=(-\infty; +\infty)$.

2 $E(y)=[-1; 1]$.

3 Функция нечетная.

4 Если $x = 0$, то $y = 0$.

5 Функция возрастает при $x \in [-\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n]$.

Функция убывает при $x \in [\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{3\pi}{2}+2\pi n]$.

6 $x_{max} = \frac{\pi}{2}+2\pi n$; $x_{min} = -\frac{\pi}{2}+2\pi n$, где $n \in Z$.

Свойства функции $y = \cos x$

1 $D(y)=(-\infty; +\infty)$.

2 $E(y)=[-1; 1]$.

3 Функция четная.

4 Если $x = 0$, то $y = 1$.

5 Функция возрастает при $x \in [-\pi+2\pi n; 2\pi n]$, $n \in Z$.

Функция убывает при $x \in [2\pi n; \pi+2\pi n]$, где $n \in Z$.

6 $x_{max} = 2\pi n$; $x_{min} = \pi+2\pi n$, где $n \in Z$.

Свойства функции
$y = tg\, x$

1 $D(y) = \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, где $n \in Z$.

2 $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3 Функция нечетная.

4 Если $x = 0$, то $y = 0$.

5 Функция возрастает при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, где $n \in Z$.

6 Экстремумов нет.

Свойства функции
$y = ctg\,x$

1 $D(y)=(\pi n;\ \pi+\pi n)$, где $n \in Z$

2 $E(y)=(-\infty;\ +\infty)$.

3 Функция нечетная.

4 $x \neq 0$; $y = 0$ если $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, где $n \in Z$.

5 Функция убывает при $x \in (\pi n;\ \pi+\pi n)$, где $n \in Z$.

6 Экстремумов нет.