Решение тригонометриче уравнений

«Три пути ведут к знанию:

путь РАЗМЫШЛЕНИЯ – это путь самый благородный,

путь ПОДРАЖАНИЯ – это путь самый легкий и

путь ОПЫТА – это путь самый горький».

Конфуций

Цель урока:

- Систематизировать и закрепить знания по теме «Решение тригонометрических уравнений»;
- Применить полученные знания при решении задач ЕГЭ;
- познакомиться с новыми видами тригонометрических уравнений и способами их решения.

Решение уравнения

cos t = a

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k,\ k \in Z$$

Решение уравнения

$\sin t = a$

$$t = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$$

Решение уравнения

$$tg\ t = a$$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi n,\ n \in Z$$

Решение уравнения

$ctg\ t = a$

$$t = \text{arcctg}\ a + \pi n,\ n \in Z$$

Вычислите

$\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\arcsin 0$

$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\arcsin 1$

$\arcsin \frac{1}{2}$

$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\arcsin(-1)$

$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Вычислите

$arcctg\sqrt{3}$

$arcctg0$

$arcctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$arcctg1$

$arctg\left(-\sqrt{3}\right)$

$arcctg\frac{\sqrt{3}}{3}$

$arcctg\left(-1\right)$

Вычислите

$$\arccos\frac{1}{2}$$

$$\arccos 1$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\arccos 0$$

$$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\arccos(-1)$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Вычислите

$arctg\sqrt{3}$

$arctg0$

$arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$arctg1$

$arctg\left(-\sqrt{3}\right)$

$arctg\frac{\sqrt{3}}{3}$

$arctg\left(-1\right)$

Тригонометрические уравнения из заданий ЕГЭ

$$\cos\frac{\pi(x-7)}{3}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi(x-7)}{3}=\pm\arccos\frac{1}{2}+2\pi n$$

$$\frac{\pi(x-7)}{3}=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n \quad \Big|\cdot\frac{3}{\pi}$$

$$x-7=\pm 1+6n$$

x= 7 ±1 +6*n*, *n*є **Z**

В ответе записать наибольший отрицательный корень.

x - бесчисленное множество значений, зависит от *n*.

Пусть n=0, тогда x=7±1, x=8 и x=6

Пусть n=-1, тогда x=7±1-6, т.е. x=2 и x=0.

Пусть n=-2, тогда x=7±1-12, x=-6 и x=-4 это отрицательные значения и выбираем из них наибольшее.

Ответ: -4.

а) Решите уравнение $2\sin(\pi + x)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -4\pi]$.

а) Используя формулы приведения, получим:

$$2\sin x \cdot \sin x = \sin x$$

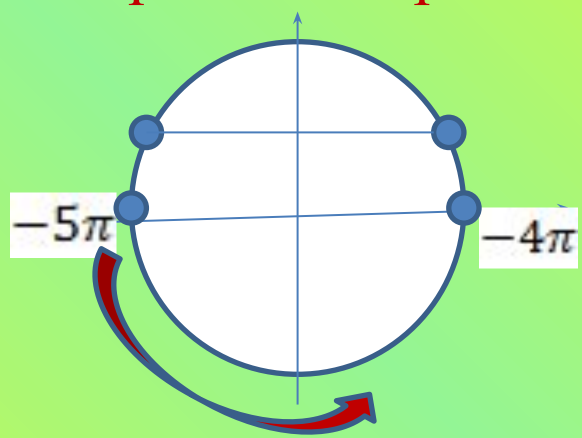
$$2\sin x^2 - \sin x = 0$$

$$\sin x(2\sin x - 1) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{c} x = \pi n \\ x = (-1)^k\frac{\pi}{6} + \pi n \end{array}\right.$$

б) для отбора корней, используем тригонометрический круг:



$$x_1 = -5\pi$$

$$x_2 = -4\pi$$

Ответ: а) $\left[\begin{array}{c} x = \pi n \\ x = (-1)^k\frac{\pi}{6} + \pi n \end{array}\right.$

б) -5π -4π

Проклассифицируйте уравнения по какому-то признаку и выделите лишнее уравнение:

1) а) $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$;
б) $6\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$;
в) $4\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$;
г) $3\sin^2 x - \sin x \cos x = 2\cos^2 x$;
д) $5\sin^2 x + 6\cos x - 6 = 0$.

2). а) $2\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 0$;
б) $9\sin x \cdot \cos x - 7\cos^2 x = 2\sin^2 x$;
в) $\sin 2x + \cos x = 0$;
г) $8\cos^2 x - 3\sin x \cdot \cos x - 1 = 0$;
д) $7\sin^2 x - 2\sin x \cdot \cos x = 1$.

3) а) $2\sin^3 x + 2\sin x \cdot \cos x = -1$;
б) $2\cos x + \cos^2 x = 0$;
в) $\sin x - 2\sin x \cdot \cos x = 0$;
г) $\mathrm{tg}^2 x - \mathrm{tg}\, x = 0$;
д) $\sin^2 x - \sin x = 0$.

ОДНОРОДНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

1. Уравнение вида

$$a\sin x + b\cos x = 0$$

называется однородным уравнением I степени.

2. Уравнение вида

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$$

называется однородным уравнением II степени.

Самостоятельная работа

$$\sin x + \cos x = 0.$$

$$\sin^2 x + 2\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0;$$

Методы решения уравнений:

1. Простейшие тригонометрические уравнения;
2. Введение новой переменной;
3. Использование формул тригонометрии;
4. Разложение на множители;
5. Однородные уравнения первой степени (деление на косинус);
6. Однородные уравнения второй степени (деление на косинус в квадрате);
7. Уравнения, приводимые к однородным.

Домашнее задание:

Повторить формулы тригонометрии:

формулы приведения;

Основное тригонометрическое тождество,

выполнить задания по уровням.

Уровни выбирается самими обучающимися

Уровень А

Решите уравнение (№ 4.13 — 4.30):

4.13. $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0.$ **4.14.** $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$

4.15. $\cos^2 x + 6\sin x - 6 = 0.$ **4.16.** $2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0.$

Уровень В

4.35. Найдите все решения уравнения $\sin x = \cos x$, принадлежащие отрезку $[-2\pi; 0]$.

4.36. Найдите все решения уравнения $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$, принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$.

4.37. Найдите все решения уравнения $\sin x + \cos x = 0$, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.

Настроение после урока:

Спасибо за урок!