# Решение тригонометрич уравнений

***«Три пути ведут к знанию:***

***путь РАЗМЫШЛЕНИЯ – это путь самый благородный,***

***путь ПОДРАЖАНИЯ – это путь самый легкий и***

***путь ОПЫТА – это путь самый горький».***

***Конфуций***

# ***Цель урока:***

- ***Систематизировать и закрепить знания по теме «Решение тригонометрических уравнений»;***
- ***Применить полученные знания при решении задач ЕГЭ;***
- ***познакомиться с новыми видами тригонометрических уравнений и способами их решения.***

# Решение уравнения

**$\cos t = a$**

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k,\ k \in Z$$

# Решение уравнения

$$\sin t = a$$

$$t = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$$

# Решение уравнения

## *tg t = a*

$$t = \mathrm{arctg}\ a + \pi n,\ n \in Z$$

# Решение уравнения

## *ctg t = a*

$$t = \operatorname{arcctg} a + \pi n,\ n \in Z$$

# Вычислите

$\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\arcsin 0$

$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\arcsin 1$

$\arcsin\frac{1}{2}$

$\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\arcsin(-1)$

$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

# Вычислите

$$arcctg\sqrt{3}$$

$$arcctg0$$

$$arcctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$arcctg1$$

$$arctg\left(-\sqrt{3}\right)$$

$$arcctg\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$arcctg(-1)$$

# Вычислите

$\arccos\frac{1}{2}$

$\arccos 1$

$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\arccos 0$

$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\arccos(-1)$

$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

# Вычислите

$arctg\sqrt{3}$

$arctg0$

$arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$arctg1$

$arctg\left(-\sqrt{3}\right)$

$arctg\frac{\sqrt{3}}{3}$

$arctg\left(-1\right)$

# ***Тригонометрические уравнения из заданий ЕГЭ***

$$\cos\frac{\pi(x-7)}{3}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi(x-7)}{3}=\pm\arccos\frac{1}{2}+2\pi n$$

$$\frac{\pi(x-7)}{3}=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n \quad \Big|\cdot\frac{3}{\pi}$$

$$x-7=\pm 1+6n$$

x= 7 ±1 +6*n*, *n*∈ **Z**

**В ответе записать наибольший отрицательный корень.**

x - бесчисленное множество значений, зависит от *n*.

Пусть n=0, тогда x=7±1, x=8 и x=6

Пусть n=-1, тогда x=7±1-6, т.е. x=2 и x=0.

Пусть n=-2, тогда x=7±1-12, x=-6 и x=-4 это отрицательные значения и выбираем из них наибольшее.

*Ответ*: -4.

а) Решите уравнение $2\sin(\pi + x)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -4\pi]$.

а) Используя формулы приведения, получим:

$$2sinx \cdot sinx = sinx$$

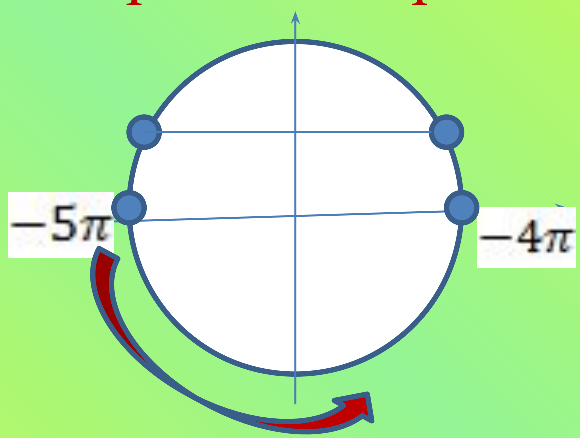
$$2sinx^2 - sinx = 0$$

$$sinx(2sinx - 1) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} sinx = 0 \\ sinx = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \pi n \\ x = (-1)^k \dfrac{\pi}{6} + \pi n \end{array}\right.$$

б) для отбора корней, используем тригонометрический круг:




$$x_1 = -5\pi$$

$$x_2 = -4\pi$$

Ответ: а) $\left[\begin{array}{l} x = \pi n \\ x = (-1)^k \dfrac{\pi}{6} + \pi n \end{array}\right.$

б ) $-5\pi$ $-4\pi$

## Проклассифицируйте уравнения по какому-то признаку и выделите лишнее уравнение:

1) а) $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$;
б) $6\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$;
в) $4\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$;
г) $3\sin^2 x - \sin x \cos x = 2\cos^2 x$;
д) $5\sin^2 x + 6\cos x - 6 = 0$.

2). а) $2\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 0$;
б) $9\sin x \cdot \cos x - 7\cos^2 x = 2\sin^2 x$;
в) $\sin 2x + \cos x = 0$;
г) $8\cos^2 x - 3\sin x \cdot \cos x - 1 = 0$;
д) $7\sin^2 x - 2\sin x \cdot \cos x = 1$.

3) а) $2\sin^3 x + 2\sin x \cdot \cos x = -1$;
б) $2\cos x + \cos^2 x = 0$;
в) $\sin x - 2\sin x \cdot \cos x = 0$;
г) $\mathrm{tg}^2 x - \mathrm{tg}\, x = 0$;
д) $\sin^2 x - \sin x = 0$.

# ОДНОРОДНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

**1. Уравнение вида**

$$a\sin x + b\cos x = 0$$

**называется однородным уравнением I степени.**

2. Уравнение вида

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$$

называется однородным уравнением II степени.

Самостоятельная работа

$$\sin x + \cos x = 0.$$

$$\sin^2 x + 2\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0;$$

# Методы решения уравнений:

1. Простейшие тригонометрические уравнения;
2. Введение новой переменной;
3. Использование формул тригонометрии;
4. Разложение на множители;
5. Однородные уравнения первой степени (деление на косинус);
6. Однородные уравнения второй степени (деление на косинус в квадрате);
7. Уравнения, приводимые к однородным.

**Домашнее задание:**

**Повторить формулы тригонометрии:**

**формулы приведения;**

**Основное тригонометрическое тождество,**

**выполнить задания по уровням.**

**Уровни выбирается самими обучающимися**

**Уровень А**

**Решите уравнение (№ 4.13 — 4.30):**

**4.13.** $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0.$ **4.14.** $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$

**4.15.** $\cos^2 x + 6\sin x - 6 = 0.$ **4.16.** $2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0.$

**Уровень В**

**4.35.** Найдите все решения уравнения $\sin x = \cos x$, принадлежащие отрезку $[-2\pi; 0]$.

**4.36.** Найдите все решения уравнения $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$, принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$.

**4.37.** Найдите все решения уравнения $\sin x + \cos x = 0$, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.

# Настроение после урока:

# Спасибо за урок!