

Открытый урок алгебры в 9 классе

- Подготовила учитель математики МОУ СОШ
д. Попово

Заева

Галина

Юрьевна

Тема урока

- «Арифметическая и геометрическая прогрессия» - урок систематизации и обобщения.
- Цель урока:
«Подготовка в итоговой аттестации»

Ход урока:

1. Оргмомент
2. Повторение теоретического материала.
 - ответить на вопросы.
 - Определение последовательности
 - Определение арифметической и геометрической прогрессии
 - Формулы
 - n – член
1. Историческая справка
2. Решение задач
3. Домашнее задание
4. Итог урока.

Повторение

- Какая числовая последовательность называется арифметической прогрессией?
- Как найти разность арифметической прогрессии?
- Как найти n член арифметической прогрессии?
- Как найти сумму n членов арифметической прогрессии?

повторение

5. Какая числовая последовательность называется геометрической прогрессией?
6. Какое число называется знаменателем геометрической прогрессией?
7. Как найти n член геометрической прогрессии?
8. По какой формуле можно найти сумму n первых членов геометрической прогрессии?

Последовательность.

- Это одно из основных понятий математики. Она может быть составлена из чисел, точек, функций, векторов и т.д. Последовательность считается заданной, если указан закон, по которому каждому натуральному числу n ставится в соответствие элемент X_n некоторого множества. Последовательность записывается в виде X_1, X_2, \dots, X_n , или кратко (X_n) . Элементы X_1, X_2, \dots, X_n – называются членами последовательности.

определение

- **Арифметическая прогрессия-** последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.
- **Геометрическая прогрессия-** последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

ФОРМУЛЫ

- *Арифметическая прогрессия*
Определение

$$a_{n+1} = a_n + d$$

- *Геометрическая прогрессия*
- *Определение*

$$b_{n+1} = b_n * g$$

*(g не
= 0)*

формулы

- Разность арифметической прогрессии
- Знаменатель геометрической прогрессии

$$d = a_{n+1} - a_n \quad g = b_{n+1} / b_n$$

n - член

- Арифметическая

- Геометрическая

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$b_n = b_1 * g^{n-1}$$

Формулы суммы

- Арифметическая

$$a_1 + a_n$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} * n, (1)$$

2

$$2a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} * n$$

2

- Геометрическая

n

$$b_1 (g^n - 1)$$

$$S_n = \frac{b_1 (g^n - 1)}{g - 1}, g \neq 1$$

g-1

$$b_n * g - b_1$$

$$S_n = \frac{b_n * g - b_1}{g - 1}, g \neq 1$$

g-1

Из истории

- Первые представления об арифметической и геометрической прогрессиях были еще у древних народов. В клинописных вавилонских табличках и египетских папирусах встречаются задачи на прогрессии и указания, как их решать.
- В древнегреческом папирусе Ахмеса (ок. 2000 до н.э.) приводится такая задача:

«Пусть тебе сказано:раздели 10 мер ячменя между 10 людьми так, чтобы разность мер ячменя, полученного каждым человеком и его соседом, равнялось $1/8$ меры»

В этой задаче речь идёт об арифметической прогрессии. Условие задачи, пользуясь современными обозначениями, можно записать так:

$$S_{10} = 10? \quad d = 1/8, \quad \text{найти: } a_1, a_2, \dots, a_{10}$$

- В одном древнегреческом папирусе приводится задача:

«Имеется 7 домов, в каждом по 7 кошек, каждая кошка съедает 7 мышей, каждая мышь съедает 7 колосьев, каждый из которых, если посеять зерно, даёт 7 мер зерна. Нужно подсчитать сумму числа домов, кошек, мышей, колосьев и мер зерна».

Решением этой задачи приводит к сумме:

$7 + 7 \times 7 + 7 \times 7 \times 7 + 7 \times 7 \times 7 \times 7 + 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$, т.е.

сумме пяти членов геометрической прогрессии.

- О прогрессиях и их суммах знали древнегреческие учёные. Так, им были известны формулы суммы n первых чисел последовательности натуральных, чётных и нечётных чисел.
- Архимед (III в. до н. э.) для нахождения площадей и объёмов фигур применял «атомистический метод», для чего ему потребовалось находить суммы членов некоторых последовательностей. Он вывел формулу суммы квадратов натуральных чисел

$$1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + n \times n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1),$$

Показал, как найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \dots$$

- Отдельные факты об арифметической и геометрической прогрессиях знали китайские и индийские ученые. Об этом говорит, например, известная индийская легенда об изобретателе шахмат.
- Термин «прогрессия» (от латинского *progressio*, что означает «движение вперед») был введен римским автором Боэцием (VI в.) и понимался в более широком смысле, как бесконечная числовая последовательность. Названная «арифметическая» и «геометрическая» были перенесены на прогрессии из теории непрерывных пропорций из теории непрерывных пропорций, изучением которых занимались древние греки.

Равенство вида $a_{k-1} - a_k = a_k - a_{k+1}$ они называли непрерывной арифметической пропорцией, а равенство

$b_{k-1}/b_k = b_k/b_{k+1}$ – непрерывной геометрической пропорцией.

Формула суммы членов арифметической прогрессии была доказана древнегреческим учёным Диофантом (Ш в.). Формула суммы членов геометрической прогрессии дана в книге Евклида «Начала». Правило отыскания суммы членов произвольной арифметической прогрессии встречается в «Книге абака» Л. Фибоначчи (1202). Общее правило для суммирования любой бесконечно убывающей геометрической прогрессии даёт Н.Шюке в книге «Наука о числах» (1484).

Историческая справка (арифметическая прогрессия)

С формулой (1) связан интересный эпизод из жизни немецкого математика К.Ф. Гаусса (1777-1855). Когда ему было 9 лет, учитель занятый проверкой работ учеников других классов, задал на уроке следующую задачу: «Сосчитать сумму всех натуральных чисел от 1 до 40 включительно: $1+2+3+4+\dots+40$ ».

Какого было удивление учителя, когда один из учеников (это был Гаусс) через минуту воскликнул: «Я уже решил». Большинство учеников после долгих подсчётов получили неверный результат. В тетради Гаусса было только одно число, но зато верное.

Схема рассуждения

1, 2, 3, ..., 20

+

40, 39, 38, ..., 21

41, 41, 41, ..., 41

результат

- Таких пар 20, поэтому

- $41 \times 20 = 820$

Историческая справка (геометрическая прогрессия)

■ Легенда об изобретателе шахмат

Индийский царь Шарам призвал к себе изобретателя шахмат (которого звали Сета) и предложил, чтобы он сам выбрал себе награду за создание интересной и мудрой игры. Царя изумила скромность просьбы, услышанный им от изобретателя: тот попросил выдать ему за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно, за второе – два, за третью еще в два раза больше и т.д.

Эта задача привлекла внимание Л.Н.Толстого

Схема рассуждения

- Шахматная доска здесь называется шашечницей.
«Клеток в шашечнице 8 с одной стороны и 8 с другой, получаем $8 \times 8 = 64$ »

На 1-ю – 1

На 2-ю - 2

На 3-ю - 3

На 4-ю - 4

на 33-ю – 4294967296

на 34-ю - 8 589934592

на 35-ю -17179869184

на 36-ю -34359738368

.....

на 62 – ю - 2 305 843 009 213 693 952

на 63 – ю - 4 611 686 018 427 387 904

на 64 – ю - 9 223 372 036 854 775 808

Полученное вознаграждение:

- Если 40 000 зёрен в одном пуде, то на одной последней клетке вышло

230 584 300 921 369 пудов

Общее число зёрен составляет:

18 446 744 073 709 551 615

Решаем задачу

(a_n) – арифметическая прогрессия
-63; -58; -53; ...

Найти:

- d
- a_{15}
- S_{14}
- Является ли число -40 членом арифметической прогрессии?

Решение

$$1) a_1 = -58$$

$$d = -58 - (-63) = -58 + 63 = 5$$

$$2) a_{15} = 2x(-63) + 5x14 = -126 + 70 = -56$$

$$3) S_{14} = (2x(-63) + 5x13) \times 14 / 2 = -427$$

$$4) a_n = -40, \quad a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$-40 = -58 + 5(n-1)$$

$$-40 = -58 + 5n - 5$$

$$5n = 23, \quad n = 4,6$$

Вывод?

задача

(b_n) -геометрическая прогрессия

27; 54; ...

Найти:

- q
- b_6
- S_6

решение

27;54;...

$$1) g = 54 : 27 = 2$$

$$2) b_6 = 27 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 864$$

$$3) S_6 = 27(64 - 1) = 27 \times 63 = 1701$$

Задача

- Работа по учебнику:

№ 374

№ 375

Задача

- Сумма трёх чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 30. Если из второго члена этой прогрессии вычесть 2, а остальные числа оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

- Повторение определений и формул арифметической и геометрической прогрессии.
- Решение заданий из сборника по подготовке к экзамену (каждый ученик получает задание)

Подведение итога урока

- Что интересного вы узнали сегодня на уроке?
- А теперь ответьте на вопросы, которые поднимались сегодня на уроке(работа на листочках):
 1. Формулы
 2. Математики, встречающиеся в исторической справке.

Домашние задачи:

- Первый член арифметической прогрессии равен $-1,2$; разность равна 3 . Найти четвёртый, восьмой и двадцать первый член прогрессии.
- Первый член арифметической прогрессии равен 2 , а 11 член -5 . Найдите разность арифметической прогрессии.
- В арифметической прогрессии первый член равен -12 , знаменатель равен 3 . Найти n -ый член равный 9 .
- Выписали 20 членов арифметической прогрессии $6,5 ; 8 ; \dots$. Встретится ли среди них число 36 ?
- В арифметической прогрессии известен пятый член равный $-1,5$ и шестой равен $\frac{3}{4}$. Найти $x_4 + x_7$
- В геометрической прогрессии известно, что её первый член равен 3 , четвёртый член равен $2 \frac{1}{4}$. Найти $y_2 * y_5$

Урок окончен

■ СПАСИБО ЗА УРОК