Открытый урок алгебры в 9 классе

- Подготовила учитель математики МОУ СОШ д. Попово

  Заева Галина Юрьевна

Тема урока

- «Арифметическая и геометрическая прогрессия»- урок систематизации и обобщения.
- Цель урока:

  «Подготовка в итоговой аттестации»

Ход урока:

1. Оргмомент
2. Повторение теоретического материала.

- ответить на вопросы.
- Определение последовательности
- Определение арифметической и геометрической прогрессии
- Формулы
- n – член

1. Историческая справка
2. Решение задач
3. Домашнее задание
4. Итог урока.

Повторение

- Какая числовая последовательность называется арифметической прогрессией?
- Как найти разность арифметической прогрессии?
- Как найти **n** член арифметической прогрессии?
- Как найти сумму **n** членов арифметической прогрессии?

повторение

5. Какая числовая последовательность называется геометрической прогрессией?
6. Какое число называется знаменателем геометричес-кой прогрессией?
7. Как найти n член геометрической прогрессии?
8. По какой формуле можно найти сумму n первых членов геометрической прогрессии?

Последовательность.

- Это одно из основных понятий математики. Она может быть составлена из чисел, точек, функций, векторов и т.д. Последовательность считается заданной, если указан закон, по которому каждому натуральному числу *n* ставится в соответствие элемент X_n некоторого множества. Последовательность записывается в виде $\mathbf{X_1, X_2, \ldots, X_n}$, или кратко (X_n). Элементы $\mathbf{x_1, x_2, \ldots, x_n}$ – называются членами последовательности.

определение

- ***Арифметическая прогрессия-*** последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.
- ***Геометрическая прогрессия-*** последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

ФОРМУЛЫ

- ***Арифметическая прогрессия Определение***

$$a_{n+1}=a_n + d$$

- Геометрическая прогрессия
- ***Определение***

$$b_{n+1}=b_n * g \ (g \text{ не } =0)$$

формулы

- Разность арифметической прогрессии

- Знаменатель геометрической прогрессии

$$d=a_{n+1}-a_n$$

$$g=b_{n+1}/b_n$$

n - член

- Арифметическая
- Геометрическая

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$b_n = b_1 * q^{n-1}$

Формулы суммы

- Арифметическая

$$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n, \quad (1)$$

$$S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$$

- Геометрическая

$$S_n=\frac{b_1(g^n-1)}{g-1}, \quad g\neq 1$$

$$S_n=\frac{b_n\cdot g-b_1}{g-1}, \quad g\neq 1$$

Из истории

- Первые представления об арифметической и геометрической прогрессиях были еще у древних народов. В клинописных вавилонских табличках и египетских папирусах встречаются задачи на прогрессии и указания, как их решать.
- В древнегреческом папирусе Ахмеса (ок. 2000 до н.э.) приводится такая задача:

«***Пусть тебе сказано:раздели 10 мер ячменя между 10 людьми так, чтобы разность мер ячменя, полученного каждым человеком и его соседом, равнялось 1/8 меры***»

В этой задаче речь идёт об арифметической прогрессии. Условие задачи, пользуясь современными обозначениями, можно записать так:

S_{10} =10? d = 1/8, найти: a_1, a_2,…,a_{10}

- В одном древнегреческом папирусе приводится задача:

«Имеется 7 домов, в каждом по 7 кошек, каждая кошка съедает 7 мышей, каждая мышь съедает 7 колосьев, каждый из которых, если посеять зерно, даёт 7 мер зерна. Нужно подсчитать сумму числа домов, кошек, мышей, колосьев и мер зерна».

Решением этой задачи приводит к сумме:

7 + 7x7 + 7x7x7 + 7x7x7x7 + 7x7x7x7x7, т.е.

сумме пяти членов геометрической прогрессии.

- О прогрессиях и их суммах знали древнегреческие учёные. Так, им были известны формулы суммы n первых чисел последовательности натуральных, чётных и нечётных чисел.
- Архимед (Ш в. до н. э.) для нахождения площадей и объёмов фигур применял «атомистический метод», для чего ему потребовалось находить суммы членов некоторых последовательностей. Он вывел формулу суммы квадратов натуральных чисел

1x1 + 2x2 + 3x3+ … + nxn=1/6n(n+1)(2n+1),

Показал, как найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии

1+ ¼ + 1/4x4 + … .

- Отдельные факты об арифметической и геометрической прогрессия знали китайские и индийские ученые. Об этом говорит, например, известная индийская легенда об изобретателе шахмат.
- Термин «прогрессия» (от латинского progressio, что означает «движение вперёд») был введён римским автором Боэцием (VI в.) и понимался в более широком смысле, как бесконечная числовая последовательность. Названная «арифметическая» и «геометрическая» были перенесены на прогрессии из теории непрерывных пропорций из теории непрерывных пропорций, изучением которых занимались древние греки.

- Равенство вида $a_{k-1} - a_k = a_k - a_{k+1}$ они называли непрерывной арифметической пропорцией, а равенство

  $b_{k-1}/b_k = b_k / b_{k+1}$ – непрерывной геометрической пропорцией.
- Формула суммы членов арифметической прогрессии была доказана древнегреческим учёным Диофантом (Ш в.). Формула суммы членов геометрической прогрессии дана в книге Евклида «Начала». Правило отыскания суммы членов произвольной арифметической прогрессии встречается в «Книге абака» Л. Фибоначчи (1202). Общее правило для суммирования любой бесконечно убывающей геометрической прогрессии даёт Н.Шюке в книге «Наука о числах» (1484).

Историческая справка (арифметическая прогрессия)

С формулой (1) связан интересный эпизод из жизни немецкого математика К.Ф. Гаусса (1777-1855). Когда ему было 9 лет, учитель занятый проверкой работ учеников других классов, задал на уроке следующую задачу: «Сосчитать сумму всех натуральных чисел от 1 до 40 включительно: 1+2+3+4+…+40».

Какого было удивление учителя, когда один из учеников (это был Гаусс) через минуту воскликнул: «Я уже решил». Большинство учеников после долгих подсчётов получили неверный результат. В тетради Гаусса было только одно число, но зато верное.

Схема рассуждения

1, 2, 3,…, 20

\+

40,39,38,…,21

\-

41,41,41,…,41

результат

- Таких пар 20, поэтому
- 41x20=820

Историческая справка (геометрическая прогрессия)

- Легенда об изобретателе шахмат

Индийский царь Шарам призвал к себе изобретателя шахмат (которого звали Сета) и предложил, чтобы он сам выбрал себе награду за создание интересной и мудрой игры. Царя изумила скромность просьбы, услышанный им от изобретателя: тот попросил выдать ему за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно, за второе –два, за третью еще в два раза больше и т.д.

Эта задача привлекла внимание Л.Н.Толстого

Схема рассуждения

- Шахматная доска здесь называется шашечницей.

«Клеток в шашечнице 8 с одной стороны и 8 с другой, получаем 8х8=64

На 1- ю – 1	на 33- ю – 4294967296
На 2- ю - 2	на 34- ю - 8 589934592
На 3- ю - 3	на 35- ю -17179869184
На 4- ю - 4	на 36- ю -34359738368

……………………………………………………………………………………………

на 62 – ю - 2 305 843 009 213 693 952

на 63 – ю - 4 611 686 018 427 387 904

на 64 – ю - 9 223 372 036 854 775 808

Полученное вознаграждение:

- Если 40 000 зёрен в одном пуде, то на одной последней клетке вышло

230 584 300 921 369 пудов

Общее число зёрен составляет:

18 446 744 073 709 551 615

Решаем задачу

(a_n) – арифметическая прогрессия

-63; -58; -53; …

Найти:

- d
- a_{15}
- S_{14}
- Является ли число -40 членом арифметической прогрессии?

Решение

1) $a_1=-58$

$d=-58-(-63)=-58+63=5$

2) $a_{15}=2x(-63)+5x14=-126+70=-56$

3) $S_{14}=(2x(-63)+5x13)x14/2=-427$

4) $a_n=-40$, $a_n=a_1+d(n-1)$

$-40=-58+5(n-1)$

$-40=-58+5n-5$

$5n=23$, $n=4{,}6$

вывод?

задача

($\mathbf{b_n}$)-геометрическая прогрессия

27; 54;…

Найти:

- g
- b_6
- S_6

решение

27;54;...

1)g= 54:27=2

2) b6 =27x2x2x2x2x2=864

3)S_6 =27(64-1)=27x63=1701

Задача

- Работа по учебнику:

№ 374

№ 375

Задача

- Сумма трёх чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 30. Если из второго члена этой прогрессии вычесть 2, а остальные числа оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

- Повторение определений и формул арифметической и геометрической прогрессии.
- Решение заданий из сборника по подготовке к экзамену(каждый ученик получает задание)

Подведение итога урока

- Что интересного вы узнали сегодня на уроке?
- А теперь ответьте на вопросы, которые поднимались сегодня на уроке(работа на листочках):

1. Формулы
2. Математики, встречающиеся в исторической справке.

Домашние задачи:

- Первый член арифметической прогрессии равен – 1,2; разность равна 3. Найти четвёртый, восьмой и двадцать первый член прогрессии.
- Первый член арифметической прогрессии равен 2, а 11 член -5.Найдите разность арифметической прогрессии.
- В арифметической прогрессии первый член равен – 12, знаменатель равен 3.Найти n-ый член равный 9.
- Выписали 20 членов арифметической прогрессии 6,5 ; 8 ; . . ..Встретится ли среди них число 36?
- В арифметической прогрессии известен пятый член равный – 1,5 и шестой равен ¾. Найти $x_4 + x_7$
- В геометрической прогрессии известно,что её первый член равен 3, четвёртый член равен 2 ¼. Найти $y_2 * y_5$

Урок окончен

- СПАСИБО ЗА УРОК