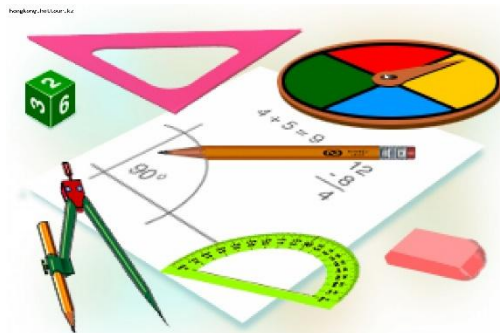
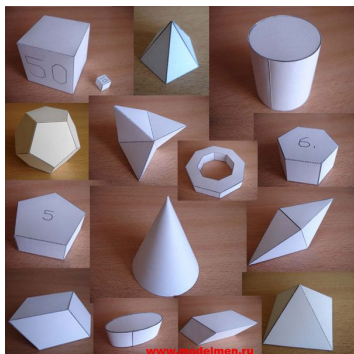


**ГБУ ДПО «Челябинский институт переподготовки и повышения квалификации работников образования»**

# **Современные аспекты использования информационно-коммуникационных технологий в образовательном процессе. Образовательная робототехника.**

**«Формирование исследовательских навыков учащихся при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ средствами Лего технологий»  
(МАТЕМАТИКА)**

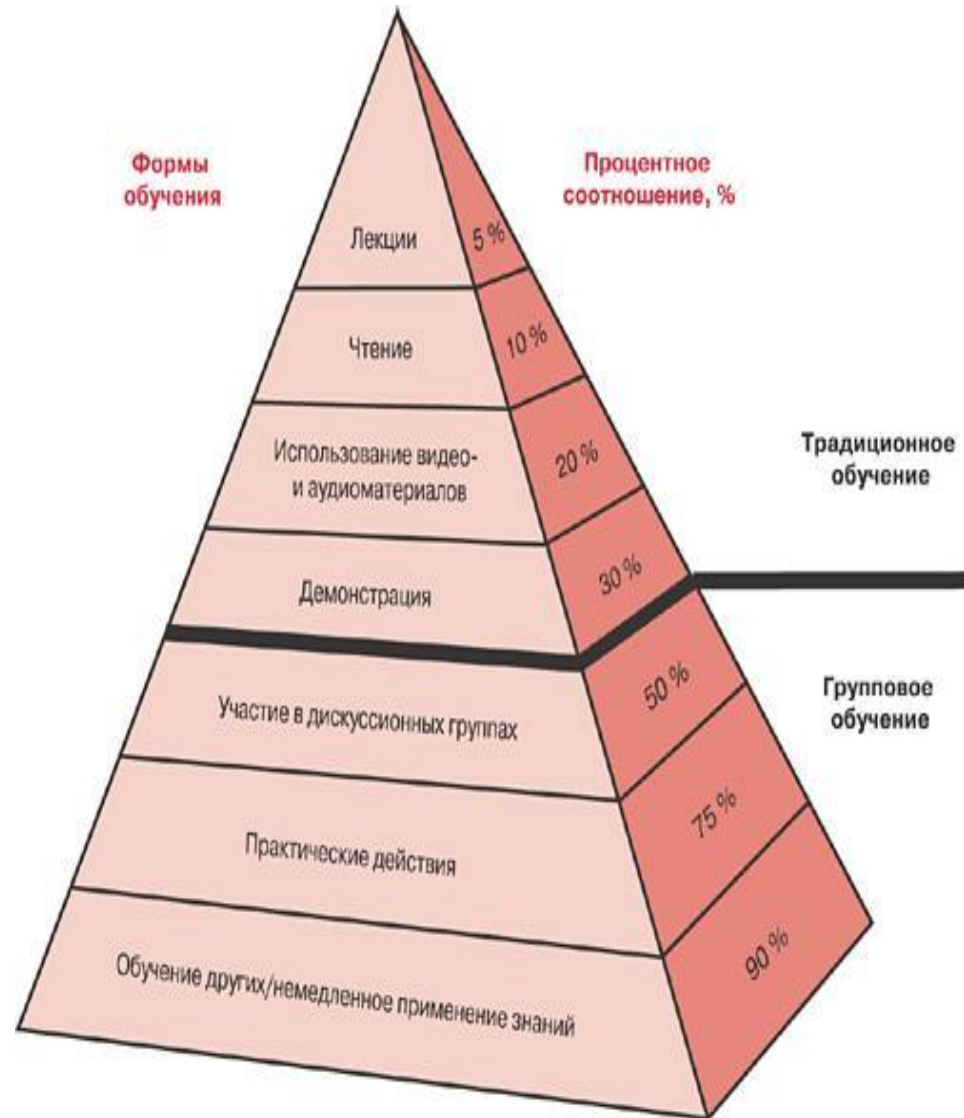


**г. ЕМАНЖЕЛИНСК, МБОУ СОШ № 4, 2016 г**

УТВЕРЖДЕНА  
распоряжением Правительства  
Российской Федерации  
от 21 декабря 2013 г. №2506-р

КОНЦЕПЦИЯ  
развития математического образования  
в Российской Федерации

# ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ РЕБЕНКА



# Требования образовательных стандартов ФГОС

- Коммуникация, проектирование, моделирование, управление и организация деятельности.
- Планирование и проведение исследований объектов и процессов внешнего мира с использованием средств ИКТ.
- Проектирование объектов и процессов реального мира, своей собственной деятельности и деятельности группы.
- Моделирование объектов и процессов реального мира и управления ими с использованием виртуальных лабораторий и механизмов, собранных из конструктора.

# Требования образовательных стандартов

## Из приказа Минобрнауки РФ

### «Об утверждении федеральных требований к образовательным учреждениям в части минимальной оснащенности учебного процесса оборудования учебных помещений»

Требования к материально-техническому оснащению учебного процесса включают создание условий, обеспечивающих возможность:

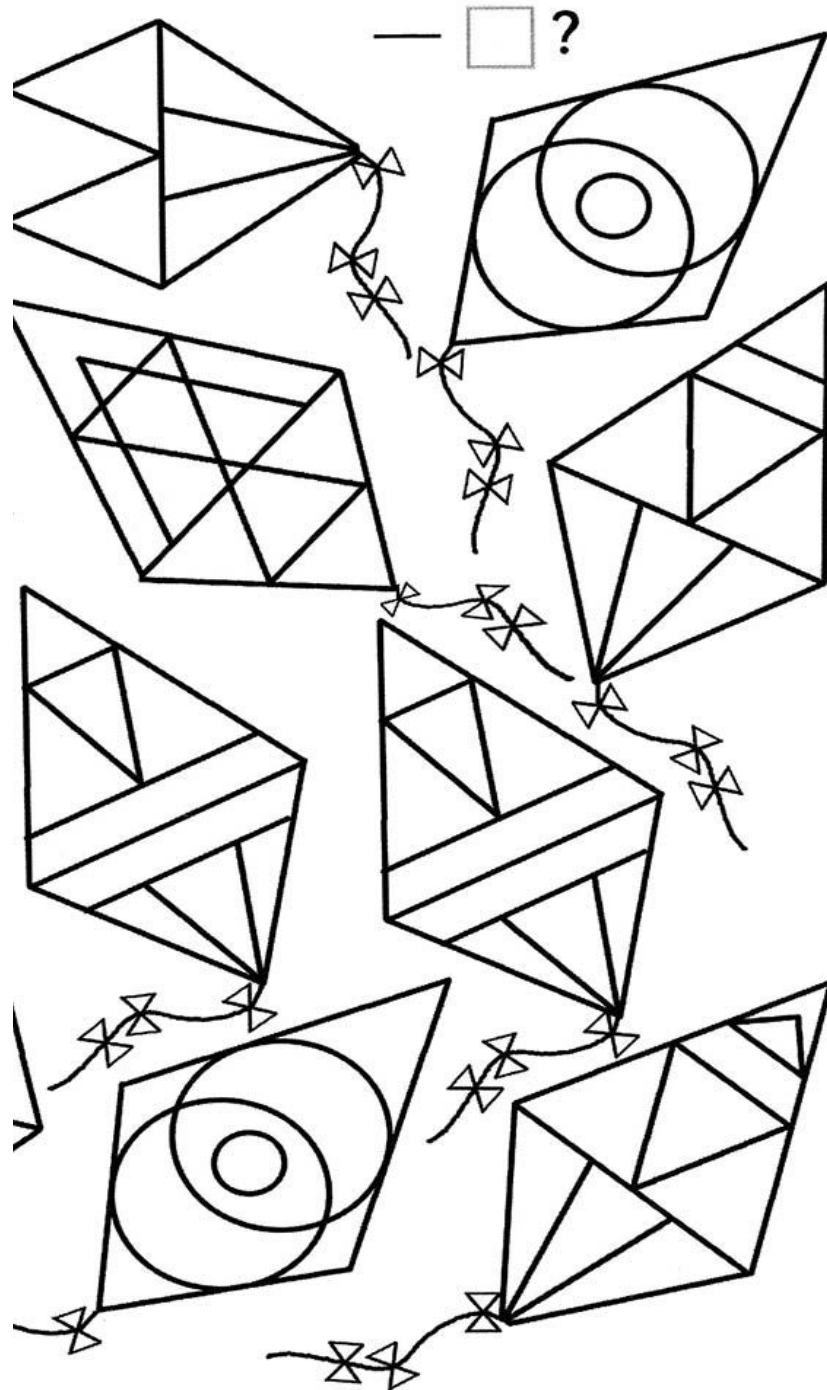
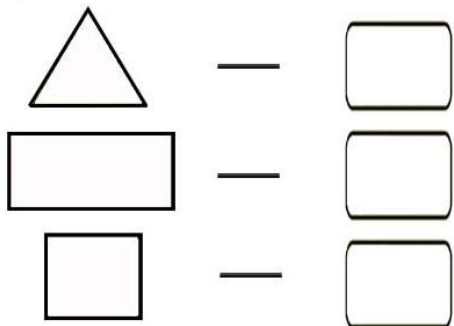
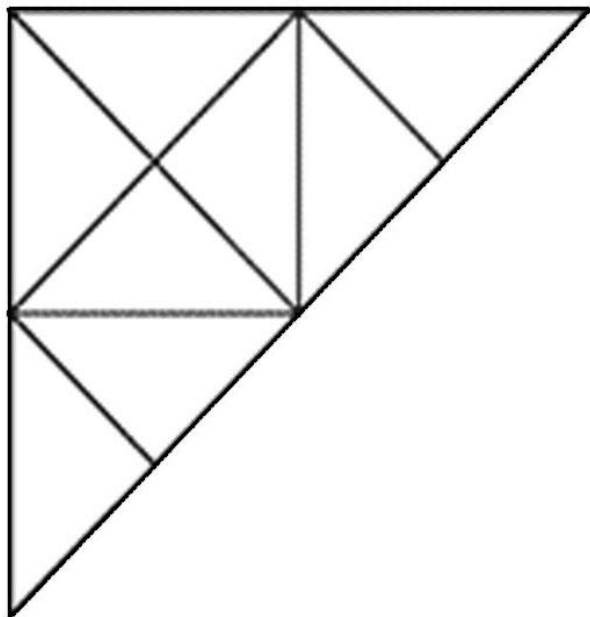
- проведения экспериментов, в том числе с использованием учебного лабораторного оборудования, вещественных и виртуально-наглядных моделей и коллекций основных математических и естественно-научных объектов и явлений; цифрового (электронного) и традиционного измерения;
- наблюдений (включая наблюдение микрообъектов), определения местонахождения, наглядного представления и анализа данных; использования цифровых планов и карт, спутниковых изображений;
- проектирования и конструирования, в том числе моделей с цифровым управлением и обратной связью;

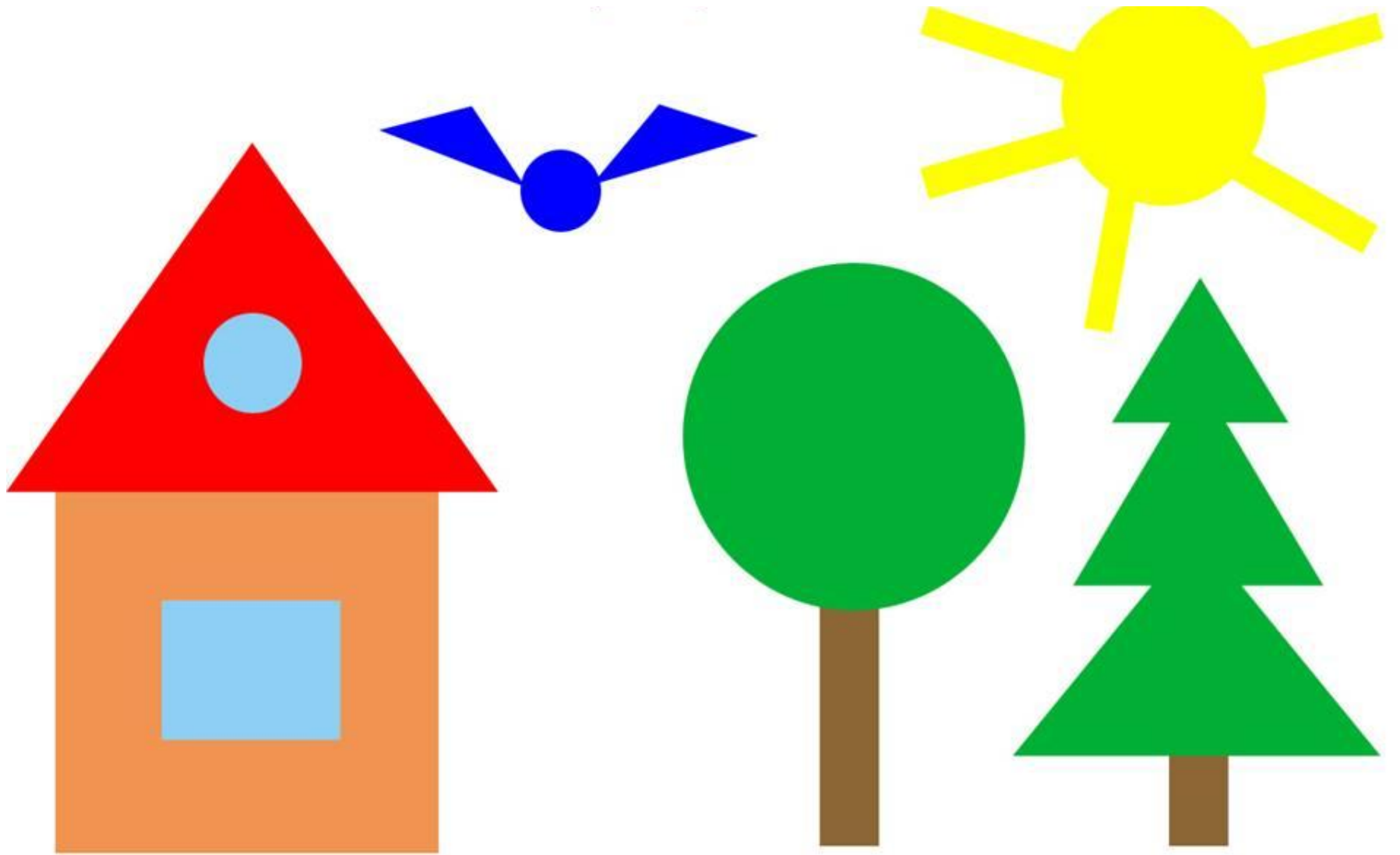


How many geometric shapes are there? Write the number in the frame.



DATE \_\_\_\_\_  
NAME \_\_\_\_\_









2x2

$2^2$

4



3x3

$3^2$

9



4x4

$4^2$

16



5x5

$5^2$

25



1



$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{4}$



$\frac{1}{8}$



$\frac{3}{4}$



$\frac{1}{4}$

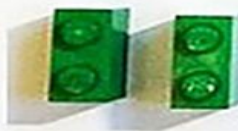
+

$\frac{3}{4}$

=

$\frac{4}{4}$

= 1



$\frac{1}{4}$

+

$\frac{1}{4}$

=

$\frac{2}{4}$

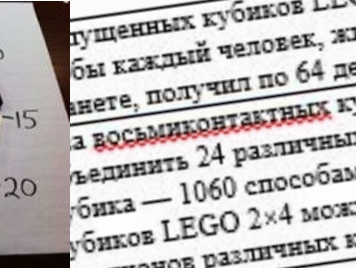
=

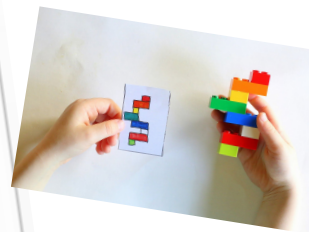
$\frac{1}{2}$



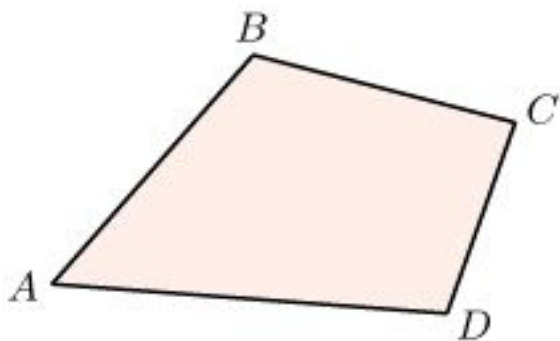


## Интересные факты о LEGO Group и примеры использования этих фактов в предметной области «математика»

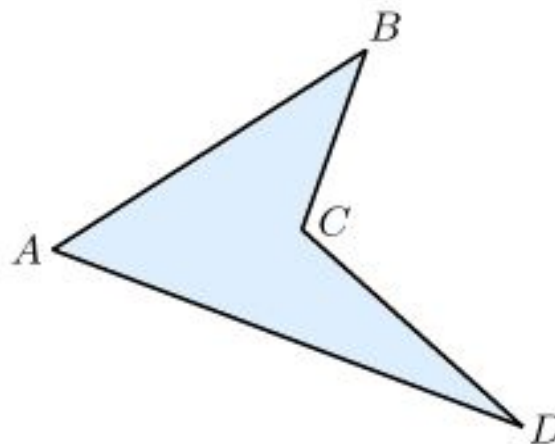
	<p>пущенных кубиков LEGO хватило бы, чтобы каждый человек, живущий на планете, получил по 64 детали</p> <p>а <u>восьмиконтактных</u> кубика можно объединить 24 различными способами, три кубика — 1060 способами. Из шести кубиков LEGO 2x4 можно собрать 915 миллионов различных комбинаций</p>	<p><b>Математика:</b> сколько деталей Лего выпущено компанией Lego Group, если на планете Земля проживает 7,00 млрд. человек</p> <p><b>Математика:</b> сколько комбинаций объединения у 4 кубиков 2x2 Лего.</p>
<p>3</p>	<p>Дети всего мира проводят примерно пять миллиардов часов, собирая кубики LEGO, а родители за этим занятием проводят в два раза больше времени, так как собирают его по всем укромным уголкам квартир и домов.</p>	<p><b>Математика:</b> сколько суток составляют пять миллиардов часов</p>
<p>5</p>	<p>Около 7 коробок LEGO продается каждую секунду. Ежегодное производство кирпичиков LEGO достигает 20 миллиардов в год, т. е. каждую секунду производится около 600 кирпичиков LEGO.</p>	<p><b>Математика:</b> Сколько кирпичиков в каждой коробке Лего, если известно, что в 5 коробках их равное количество, а в двух коробках на 120 деталей больше. Всего деталей 2016 штук</p>
<p>6</p>	<p>Из 40 миллиардов поставленных друг на друга кубиков LEGO можно собрать башню, которая дорастет до Луны.</p> <p>В мире около 4 миллиардов фигурок LEGO.</p>	<p><b>Математика:</b> Рассчитай среднюю высоту кубика Лего, если известно, что расстояние от Земли до Луны 384467 км</p> <p><b>Математика:</b> Какова вероятность покупки минифигурки Лего Мистер Голд, если всего выпущено 4 миллиарда фигурок, из которых 5000 приходится на Мистера Голд</p>
<p>8</p>	<p>Построенная из LEGO 545-метровая железная дорога с тремя локомотивами занесена в Книгу Рекордов Гиннеса — как самая большая.</p> <p>При производстве элементов LEGO пластик нагревается до 232 градусов Цельсия и напоминает по консистенции обычное тесто.</p>	<p><b>Математика:</b> Сколько вагонов в трех составах Лего локомотива, если известно, что длины всех составов отличаются на 100 метров, а длина одного вагона 15 сантиметров</p> <p><b>Математика:</b> Переведите температуру превращения пластика по консистенции в обычное тесто из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта.</p>



# Смоделируйте задачу



Выпуклый четырёхугольник



Невыпуклый четырёхугольник

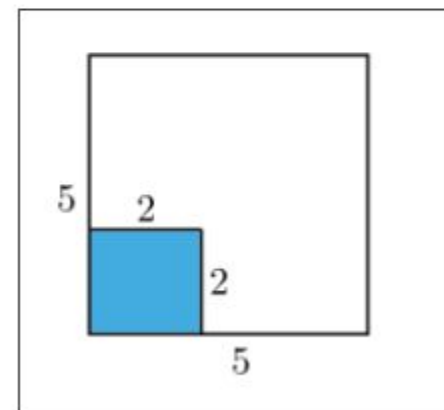
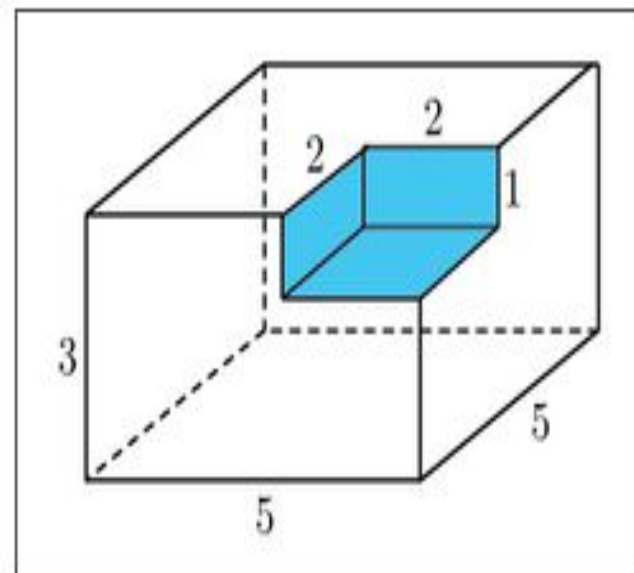
В чем разница между ними? Если любые две точки выпуклого многоугольника соединить отрезком — весь отрезок будет лежать внутри многоугольника. Для невыпуклых фигур это не выполняется.

1. Одна из самых распространенных задач в части  $B$  — такая, где надо посчитать объем или площадь поверхности многогранника, из которого какая-нибудь часть вырезана. Например, такого:

Что тут нарисовано? Очевидно, это большой параллелепипед, из которого вырезан «кирпичик», так что получилась «полочка». Если вы увидели на рисунке что-то другое — обратите внимание на сплошные и штриховые линии. Сплошные линии — видимы. Штриховыми линиями показываются те ребра, которые мы не видим, потому что они находятся сзади.

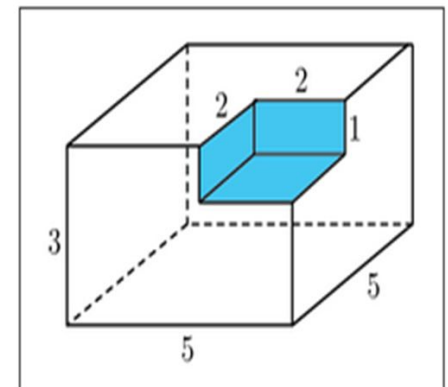
Объем найти просто. Из объема большого «кирпича» вычитаем объем мале  $75 - 4 = 71$

А как быть с площадью поверхности? Почему-то многие школьники пытаются с объемом, как разность площадей большого и малого «кирпичей». В ответ на такое «решение» я обычно предлагаю детскую задачу — если у четырехугольного стола отпилить один угол, сколько углов у него останется? :-)

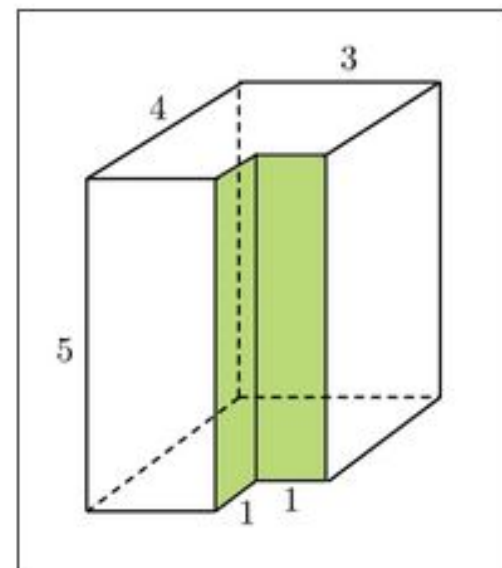


1. В комнате сделан двухуровневый натяжной потолок. Определите объем оставшегося воздуха для дыхания и «украденного» воздуха у жильцов
2. Перед Вами аквариум. Найдите объем аквариума, в котором могут плавать рыбы.
3. Перед вами аквариум. Сколько м<sup>3</sup> воды войдет в данную емкость.
4. Дано: сыр. Данным сыром можно было накормить 20 человек. Повар украл кусочек сыра. Сколько человек останутся без завтрака.
5. Рассчитайте площадь поля, если известна урожайность каждого га и известно количество собранного урожая.
6. Сколько коробок с товаром можно поставить на свободную синюю полку.
7. Сколько вы потратите денег на ремонт комнаты с балконом. Вам необходимо купить обои, ламинат и плинтуса, потолочную плитку.
8. Сколько необходимо кирпичей для постройки откоса.
9. Найти объем пустующего вагона со спец грузом.
10. Найти полезный объем помещения с заданными параметрами.

# ИДЕИ ЗАДАЧ

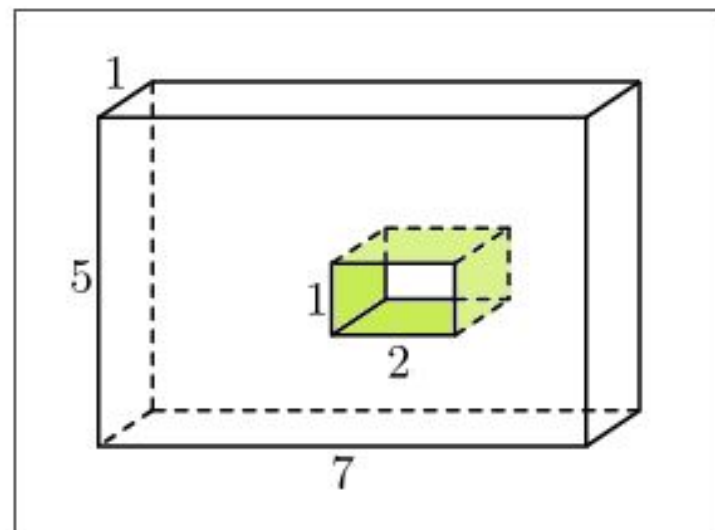


$S = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 15 + 2 \cdot 20 - 2 = 92$ . Из площади поверхности «целого кирпича» вычитаем площади двух квадратиков со стороной 1 — на верхней и нижней гранях.



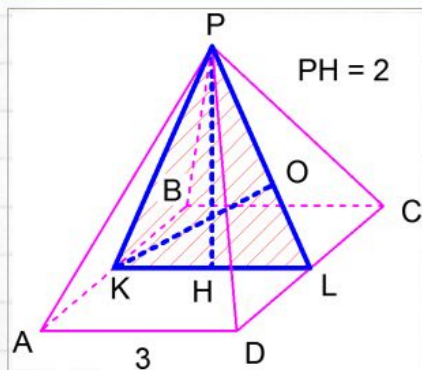
А здесь нарисована прямоугольная плитка с «окошком». Задание то же самое — надо *найти площадь поверхности*.

Сначала посчитайте сумму площадей всех граней. Представьте, что вы дизайнер, а эта штучка — украшение. И вам надо оклеить эту штуку чем-то ценным, например, бриллиантами Сваровски. И вы их покупаете на свои деньги. (Я не знаю почему, но эта фраза мгновенно повышает вероятность правильного ответа!) Оклеивайте все грани плитки. Но только из площадей передней и задней граней вычтите площадь «окошка». А затем — само «окошко». Оклеивайте всю его «раму».





**Пример 4.** В правильной четырехугольной пирамиде  $PABCD$  с вершиной  $P$  сторона основания равна 3, высота 2. Найдите расстояние от вершины  $A$  до грани  $PCD$ .



Чертеж к задаче



**Пример 2.** Основанием прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб  $ABCD$ , сторона которого равна  $4\sqrt{3}$ , а угол  $BAD$  равен  $60^\circ$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $C_1 D_1$ , если известно, что боковое ребро данного параллелепипеда равно 8.

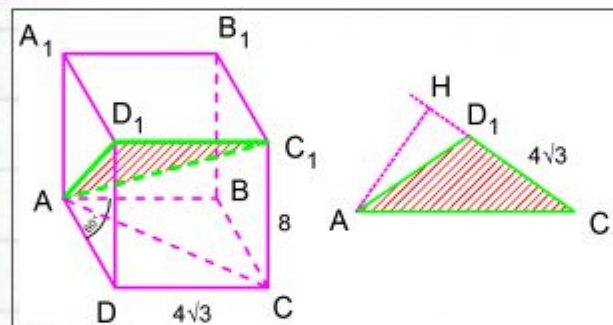


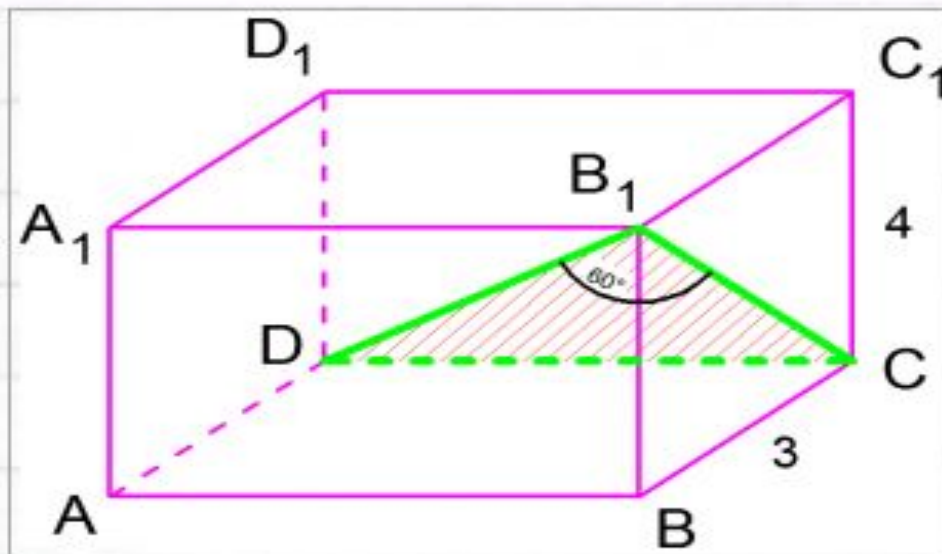
Рисунок к заданию с выноской



# Постройте по условию задачи



**Пример 1.** Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если она наклонена к его грани под углом  $60^{\circ}$ , а стороны этой грани равны 3 и 4.



Чертеж к заданию

- 14 Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.
- а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.  
б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

15 Решите неравенство  $\frac{\log_9(2-x) - \log_{15}(2-x)}{\log_{15}x - \log_{25}x} \geq \log_{25}9$ .

- 16 Две окружности касаются внешним образом в точке  $K$ . Прямая  $AB$  касается первой окружности в точке  $A$ , а второй — в точке  $B$ . Прямая  $BK$  пересекает первую окружность в точке  $D$ , прямая  $AK$  пересекает вторую окружность в точке  $C$ .
- а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.  
б) Найдите площадь треугольника  $AKB$ , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

- 14 Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.
- а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

**Решение.** а) Пусть точка  $H$  — середина  $AC$ .  
 Тогда

$$BN^2 = BH^2 + NH^2 = (3\sqrt{3})^2 + 6^2 = 63.$$

Вместе с тем,

$$BM^2 + MN^2 = (3^2 + 6^2) + (3^2 + 3^2) = 63,$$

а тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник  $BMN$  является прямоугольным с прямым углом  $M$ .

б) Проведём перпендикуляр  $NP$  к прямой  $A_1B_1$ .

Тогда  $NP \perp A_1B_1$  и  $NP \perp A_1A$ . Следовательно,  $NP \perp ABB_1$ . Поэтому  $MP$  — проекция  $MN$  на плоскость  $ABB_1$ .

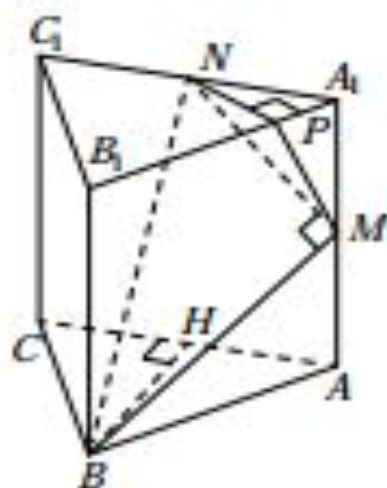
Прямая  $BM$  перпендикулярна  $MN$ , тогда по теореме о трёх перпендикулярах  $BM \perp MP$ . Следовательно, угол  $NMP$  — линейный угол искомого угла.

Длина  $NP$  равна половине высоты треугольника  $A_1B_1C_1$ , то есть

$$NP = \frac{3\sqrt{3}}{2}. \text{ Поэтому } \sin NMP = \frac{NP}{MN} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}.$$

$$\text{Следовательно, } NMP = \arcsin \sqrt{\frac{3}{8}}.$$

$$\text{Ответ: б) } \arcsin \sqrt{\frac{3}{8}}.$$

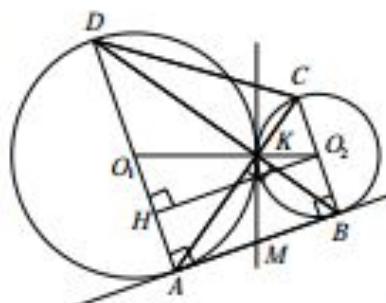


Две окружности касаются внешним образом в точке  $K$ . Прямая  $AB$  касается первой окружности в точке  $A$ , а второй — в точке  $B$ . Прямая  $BK$  пересекает первую окружность в точке  $D$ , прямая  $AK$  пересекает вторую окружность в точке  $C$ .

а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.

б) Найдите площадь треугольника  $AKB$ , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

**Решение.** а) Обозначим центры окружностей  $O_1$  и  $O_2$  соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке  $K$ , пересекает  $AB$  в точке  $M$ . По свойству касательных, проведённых из одной точки,  $AM = KM$  и  $KM = BM$ . Треугольник  $AKB$ , у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, прямоугольный.



Вписанный угол  $AKD$  прямой, поэтому он опирается на диаметр  $AD$ . Значит,  $AD \perp AB$ . Аналогично, получаем, что  $BC \perp AB$ . Следовательно, прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.

б) Пусть, для определённости, первая окружность имеет радиус 4, а вторая — радиус 1.

Треугольники  $BKC$  и  $AKD$  подобны,  $\frac{AD}{BC} = 4$ . Пусть  $S_{BKC} = S$ , тогда

$$S_{AKD} = 16S.$$

У треугольников  $AKD$  и  $AKB$  общая высота, следовательно,  $\frac{S_{AKD}}{S_{AKB}} = \frac{DK}{KB} = \frac{AD}{BC}$ , то есть  $S_{AKB} = 4S$ . Аналогично,  $S_{CKD} = 4S$ . Площадь трапеции  $ABCD$  равна  $25S$ .

Вычислим площадь трапеции  $ABCD$ . Проведём к  $AD$  перпендикуляр  $O_2H$ , равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника  $O_2HO_1$ :

$$O_2H = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1H^2} = 4.$$

Тогда

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = 20.$$

Следовательно,  $25S = 20$ , откуда  $S = 0,8$  и  $S_{AKB} = 4S = 3,2$ .

**Ответ:** 3,2.