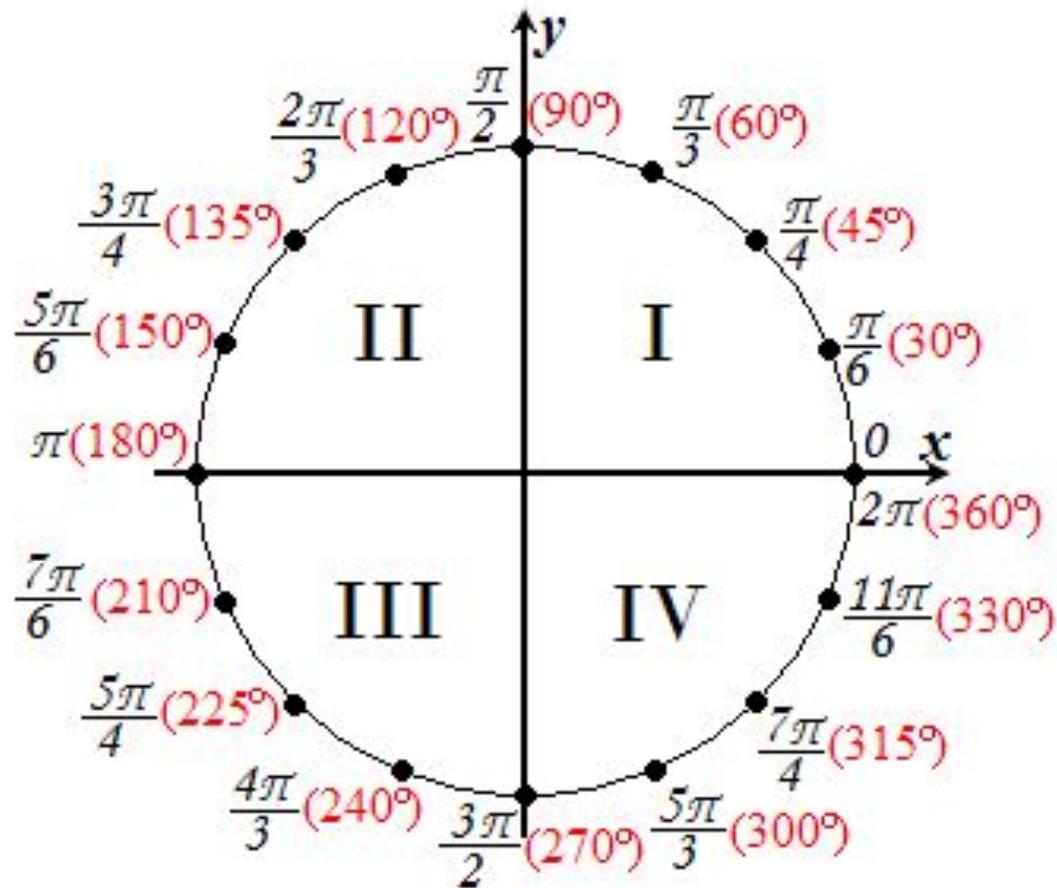
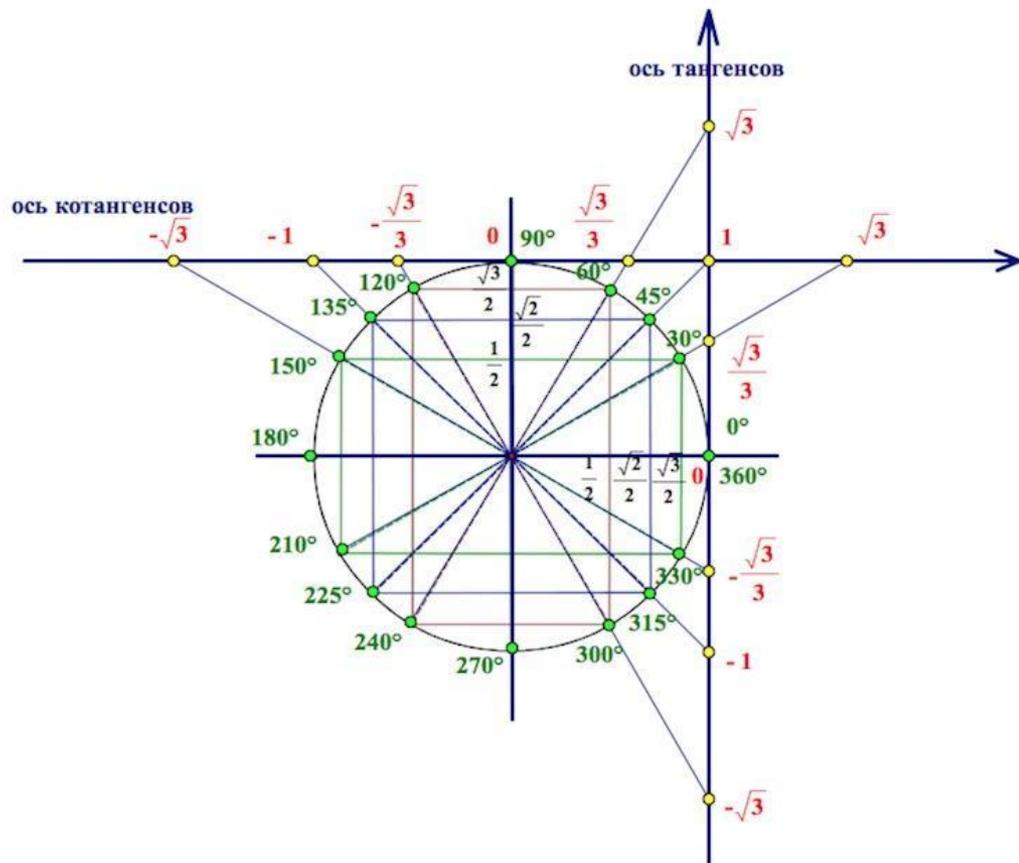
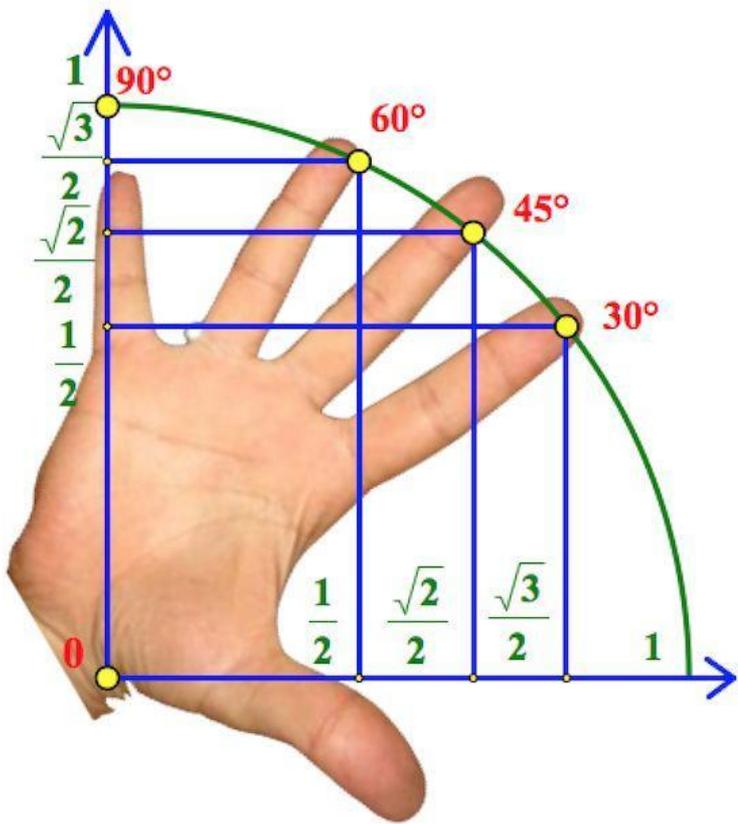


***Тригонометрическая  
окружность.  
Градусная и радианная  
мера угла.***

***гимназия 64  
учитель математики  
Котельникова Н. В.***

# Градусная и радианная мера угла. Тригонометрическая окружность





# Базовый уровень



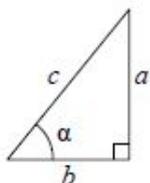
# Профильный

## уровень

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2019 г. МАТЕМАТИКА, 11 класс. Базовый уровень. 7/22

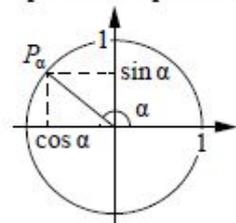
### Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$
$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2019 г.  
МАТЕМАТИКА, 11 класс. Профильный уровень

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

13

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .
**Решение.** а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x + 1 - 2\sin^2 x = \sqrt{3} \cos x + 1; \sin x - 2\sin^2 x = 0; \sin x \cdot (2\sin x - 1) = 0.$$

 Значит,  $\sin x = 0$ , откуда  $x = \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , или  $\sin x = \frac{1}{2}$ , откуда  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,

 или  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ .

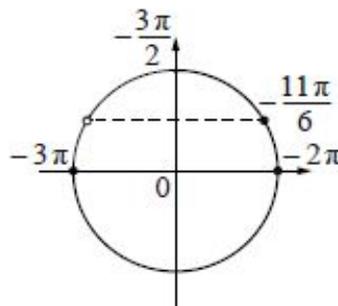
 б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

 Получим числа:  $-3\pi$ ;  $-2\pi$ ;  $-\frac{11\pi}{6}$ .

**Ответ:** а)  $\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } -3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}.$$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

## Профильный уровень

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

### Часть 2

9 Найдите  $\sin 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Базовый уровень

5 Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

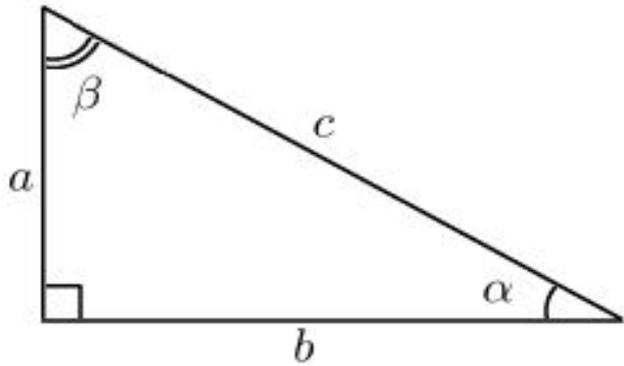
Найдите значение выражения  $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Найдите значение выражения  $5^{\log_5 6 + 1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\cos \alpha = \sin \beta$$

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta$$

- **Синус** — это отношение противолежащего катета к гипотенузе **sinA**
- **Косинус** — это отношение прилежащего катета к гипотенузе **cosA**
- **Тангенс** — это отношение противолежащего катета к прилежащему катету **tgA**

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

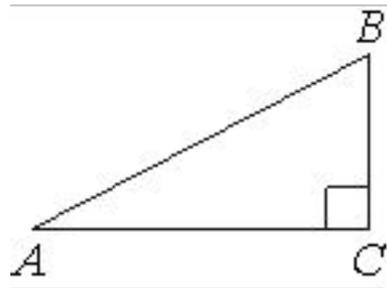
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$

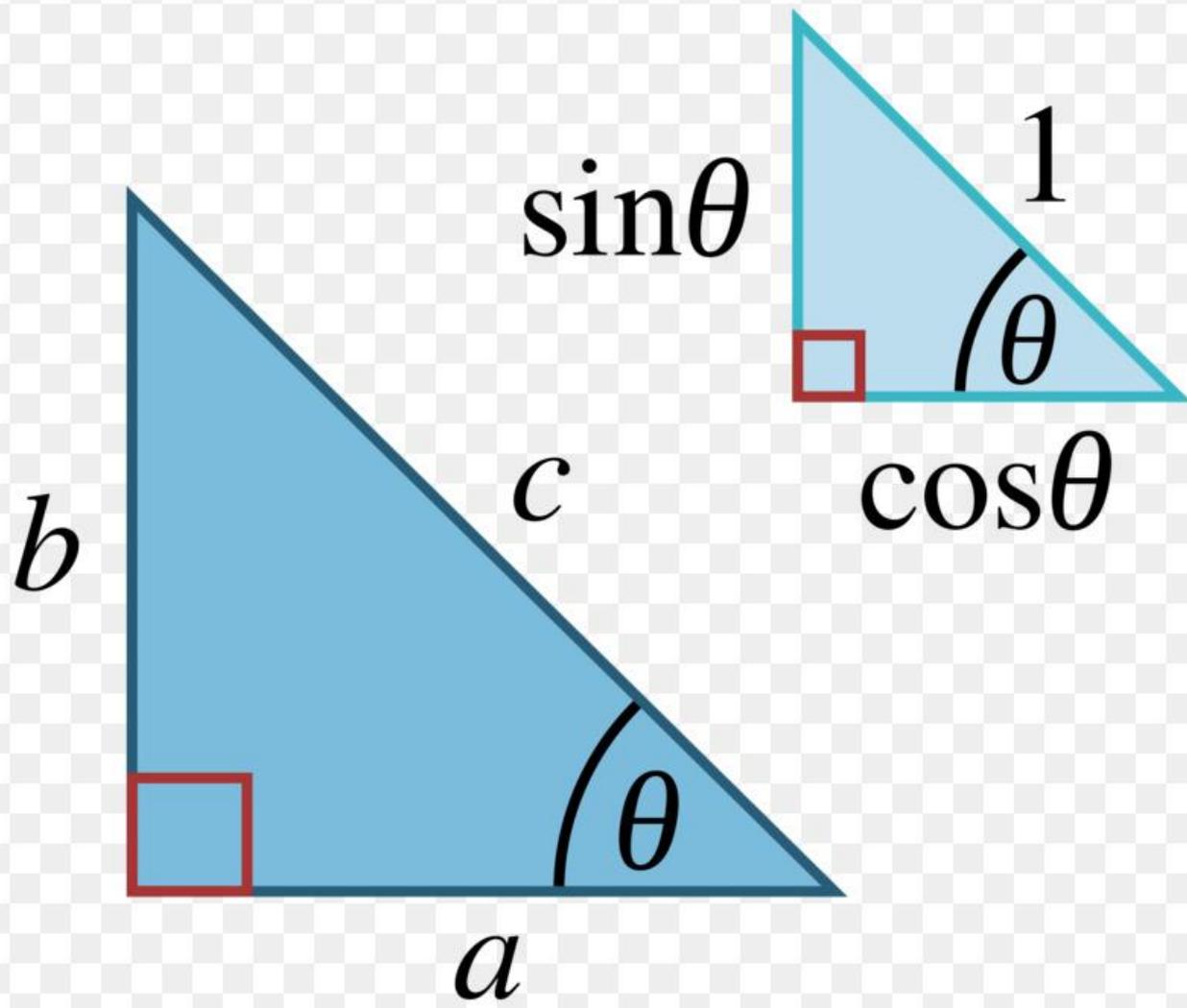
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$



- 1. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $AC=6$ ,  $AB=10$ . Найдите  $\sin B$ .
- 2. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $AC=4$ ,  $AB=5$ . Найдите  $\sin B$ .
- 3. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=8$ ,  $AB=10$ . Найдите  $\cos B$ .
- 4. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=14$ ,  $AB=50$ . Найдите  $\cos B$ .
- 5. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=5$ ,  $AC=2$ . Найдите  $\operatorname{tg} B$ .
- 6. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=5$ ,  $AC=3$ . Найдите  $\operatorname{tg} B$ .



1. Вычислите:

$$\frac{2\sqrt{3} \cos 60^\circ \cdot \sin 90^\circ}{\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}.$$

2. Вычислите:

$$4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\sqrt{3}}.$$

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения  $\cos^2 x + 2$ .

4. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{8}}{\left| \sin \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{8} \right|}.$$

1. Вычислите:

$$\frac{2\sqrt{3} \cos 60^\circ \cdot \sin 90^\circ}{\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}.$$

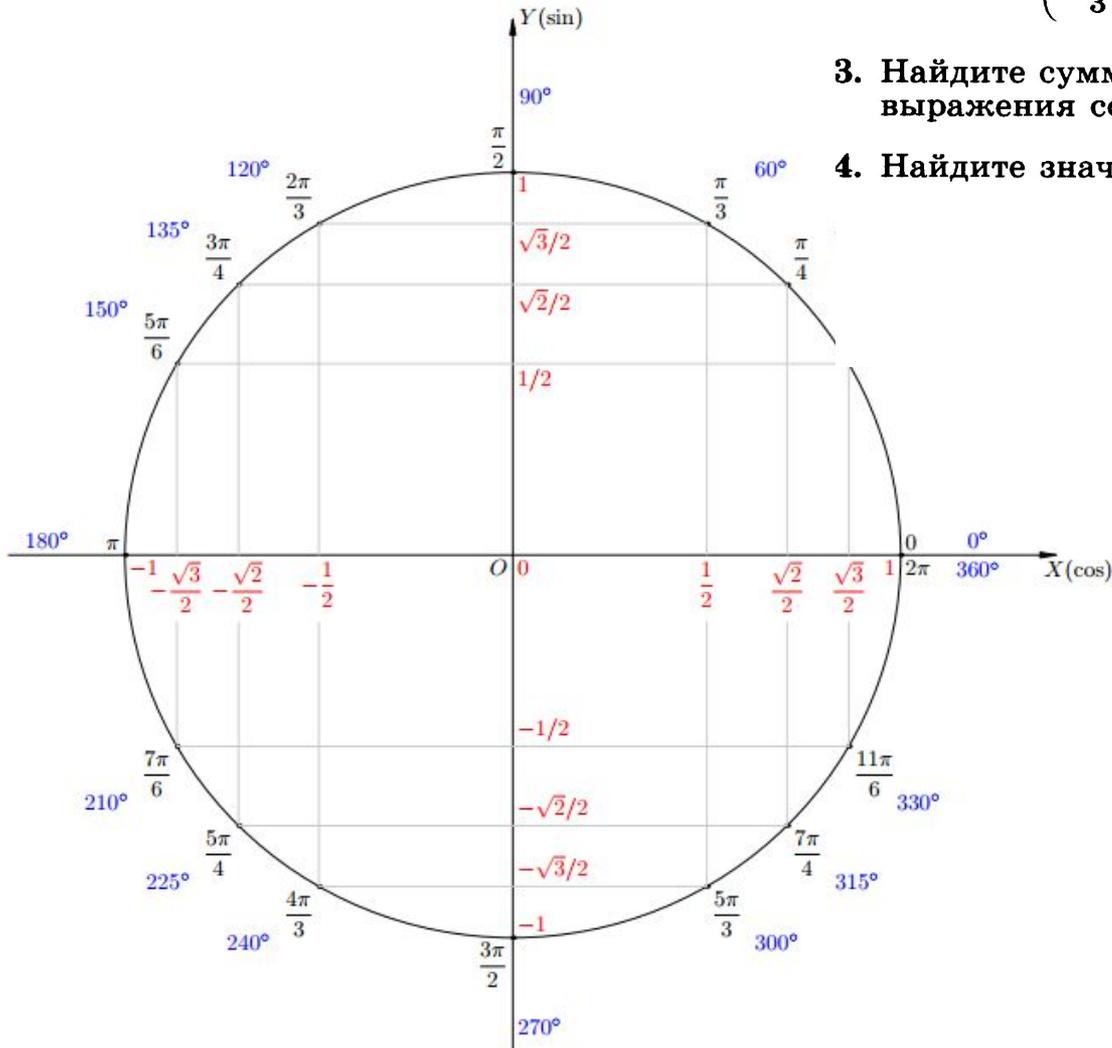
2. Вычислите:

$$4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\sqrt{3}}.$$

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения  $\cos^2 x + 2$ .

4. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{8}}{\left| \sin \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{8} \right|}.$$



№1

1

№2

- 4

№3

5

№4

- 1

## 1 вариант

1. Вычислите:  $3 \cos 60^\circ - 2 \sin 30^\circ + \frac{6 \operatorname{tg} 60^\circ - 2 \operatorname{ctg} 30^\circ}{\sqrt{3}}$ .

2. Вычислите:  $6 \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3}\right) \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin \left(-\frac{\pi}{2}\right) - 5 \cos(-\pi)$ .

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения  $4 + \sin^2 \alpha$ .

4. Найдите значение выражения  $\frac{\sin \frac{6\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{8}}{\left| \sin \frac{6\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{8} \right|}$ .

## 2 вариант

1. Вычислите:

$$\sin(-30^\circ) + \cos(-60^\circ) - 3 \operatorname{tg}(-30^\circ) \operatorname{ctg}(-60^\circ).$$

2. Вычислите:

$$3 \cos \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}.$$

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения  $4 - \sin \alpha$ .

4. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin \frac{7\pi}{6} \cdot \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}}{\left| \sin \frac{7\pi}{6} \cdot \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} \right|}.$$

- **1 вариант**

- | <b>№1</b>  | <b>№2</b> | <b>№3</b> | <b>№4</b> |
|------------|-----------|-----------|-----------|
| <b>4,5</b> | <b>22</b> | <b>9</b>  | <b>1</b>  |

- **2 вариант**

- | <b>№1</b>  | <b>№2</b>  | <b>№3</b> | <b>№4</b> |
|------------|------------|-----------|-----------|
| <b>- 1</b> | <b>2,5</b> | <b>8</b>  | <b>1</b>  |