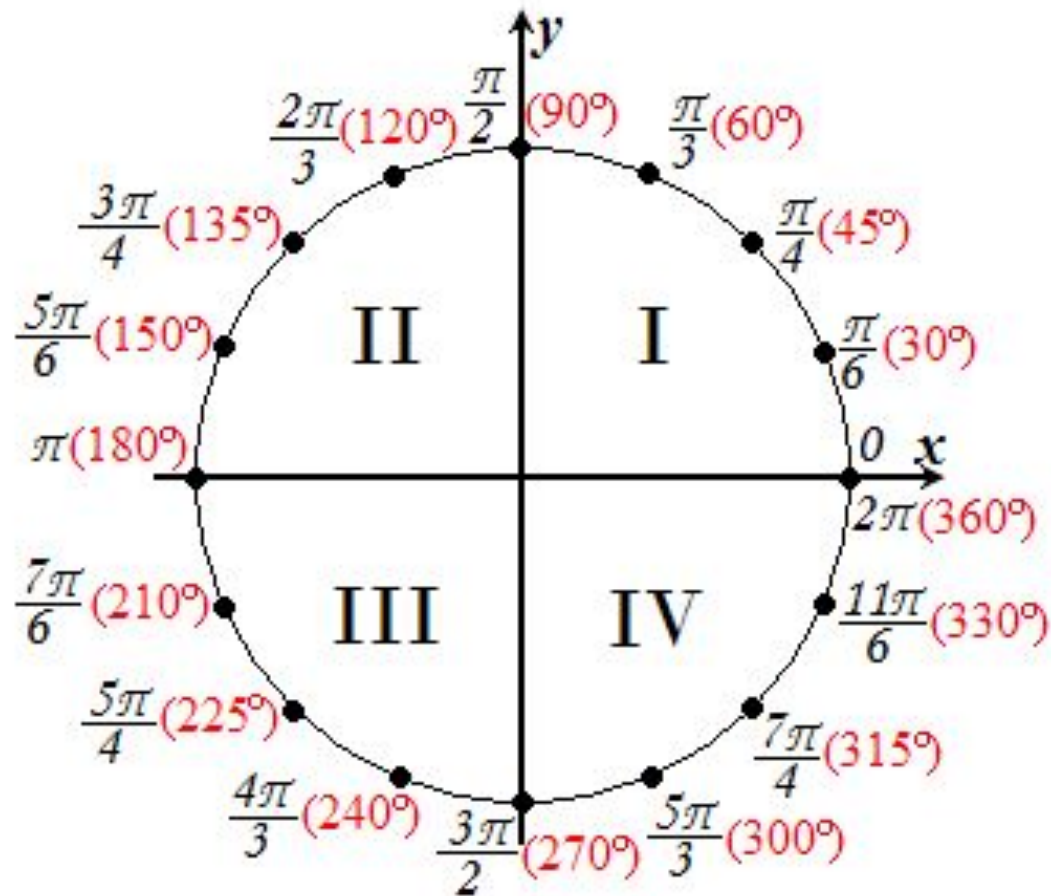
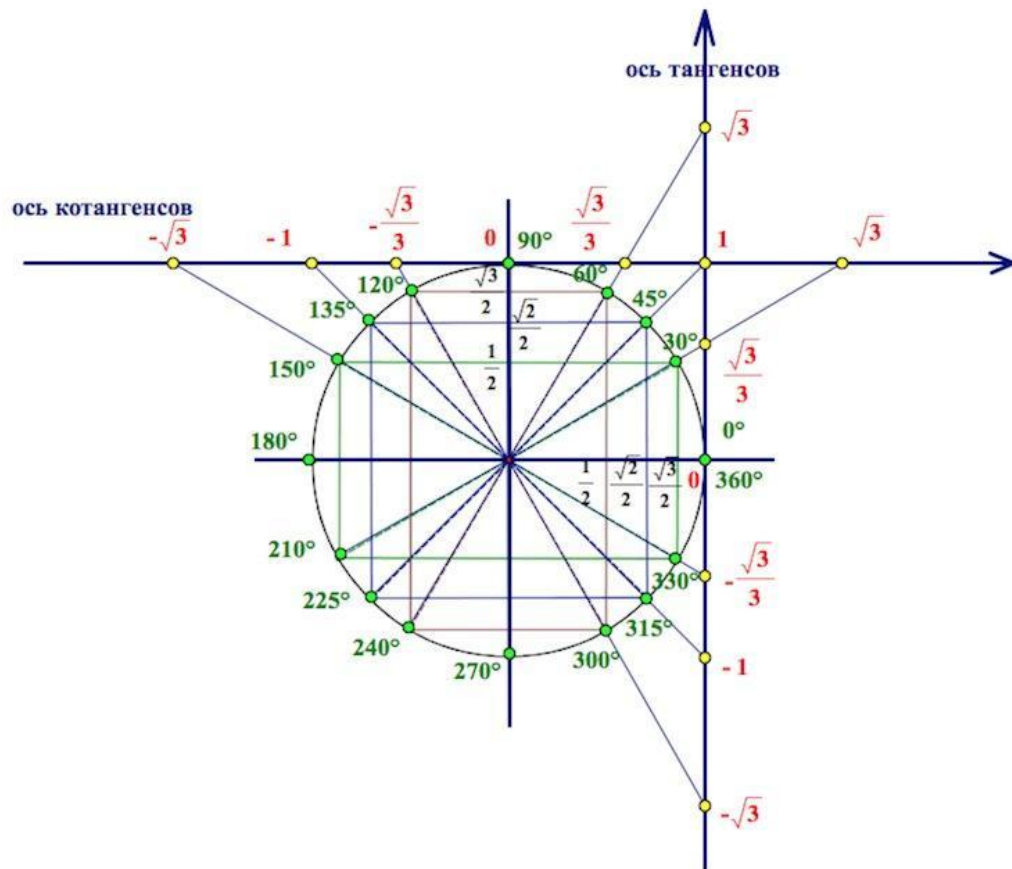
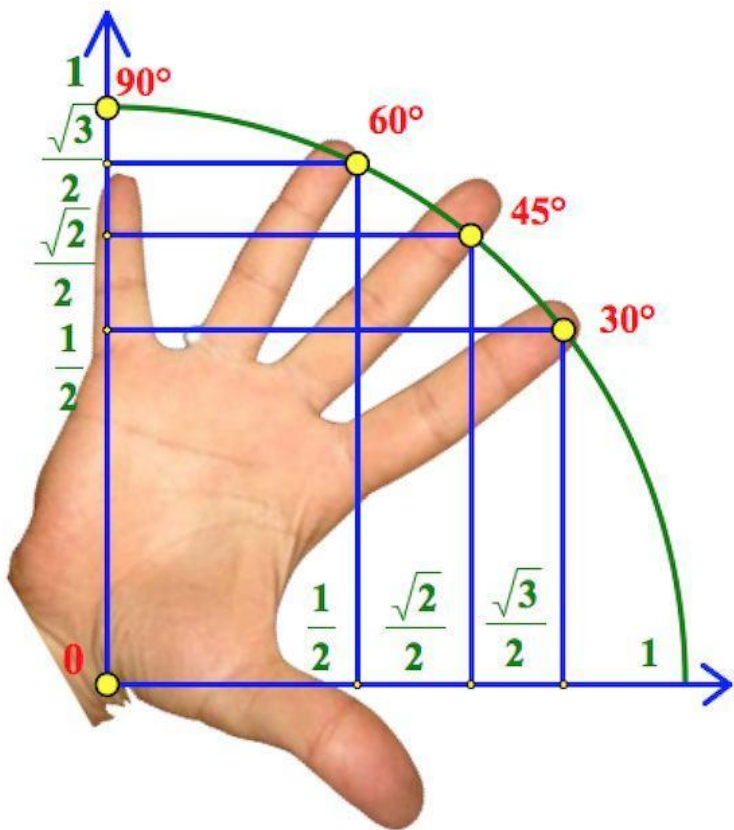


***Тригонометрическая
окружность.
Градусная и радианная
мера угла.***

***гимназия 64
учитель математики
Котельникова Н. В.***

Градусная и радианная мера угла. Тригонометрическая окружность





Базовый уровень



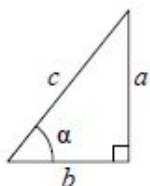
Профильный

уровень

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2019 г. МАТЕМАТИКА, 11 класс. Базовый уровень. 7/22

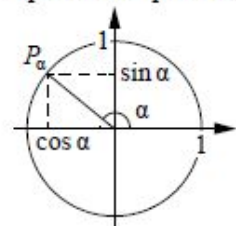
Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$
$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2019 г.
МАТЕМАТИКА, 11 класс. Профильный уровень

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

13

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3}\cos x + 1.$$

 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.
Решение. а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sin x + \sqrt{3}\cos x + 1 - 2\sin^2 x = \sqrt{3}\cos x + 1; \sin x - 2\sin^2 x = 0; \sin x \cdot (2\sin x - 1) = 0.$$

 Значит, $\sin x = 0$, откуда $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

 или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

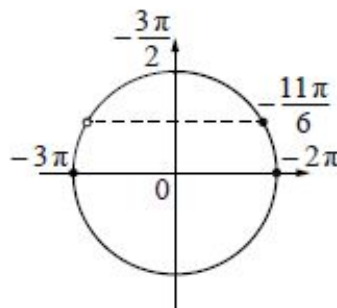
 б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

 Получим числа: -3π ; -2π ; $-\frac{11\pi}{6}$.

Ответ: а) πk , $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } -3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}.$$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

Профильный уровень

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

9 Найдите $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

Ответ: _____.

Базовый уровень

5 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Ответ: _____.

ИЛИ

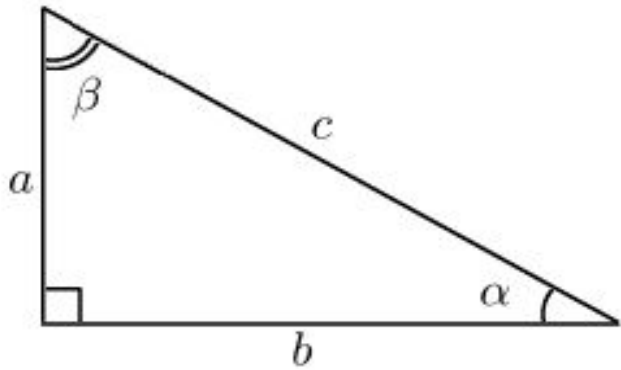
Найдите значение выражения $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $5^{\log_5 6 + 1}$.

Ответ: _____.



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\cos \alpha = \sin \beta$$

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta$$

- **Синус** — это отношение противолежащего катета к гипотенузе **$\sin A$**
- **Косинус** — это отношение прилежащего катета к гипотенузе **$\cos A$**
- **Тангенс** — это отношение противолежащего катета к прилежащему катету **$\operatorname{tg} A$**

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

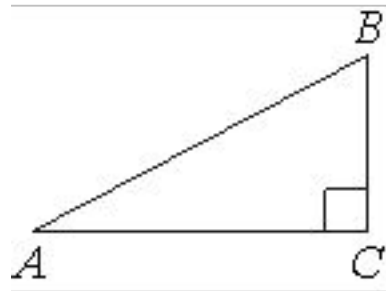
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$

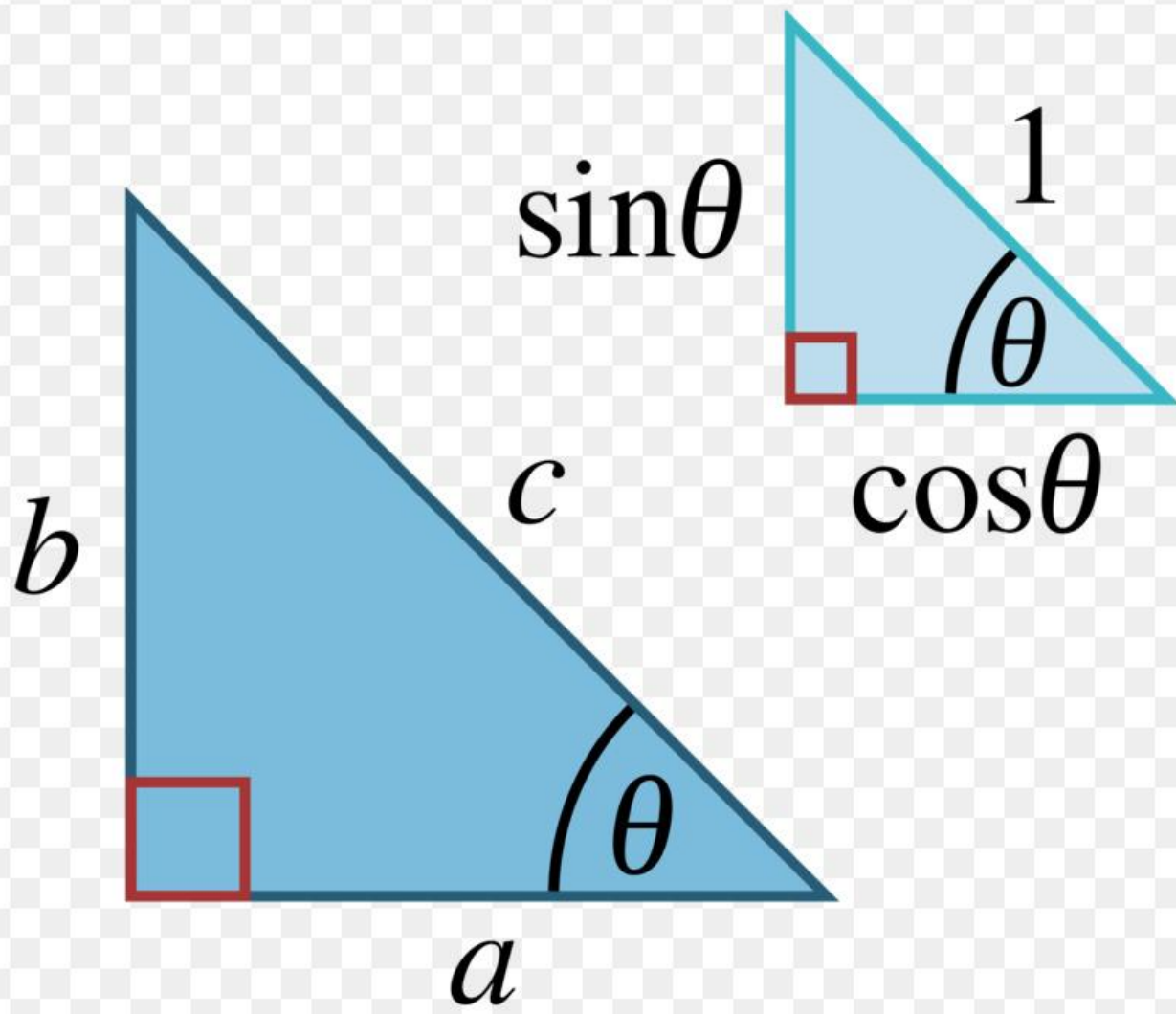
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$



- 1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=6$, $AB=10$. Найдите $\sin B$.
- 2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=4$, $AB=5$. Найдите $\sin B$.
- 3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=8$, $AB=10$. Найдите $\cos B$.
- 4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=14$, $AB=50$. Найдите $\cos B$.
- 5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=5$, $AC=2$. Найдите $\operatorname{tg} B$.
- 6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC=5$, $AC=3$. Найдите $\operatorname{tg} B$.



1. Вычислите:

$$\frac{2\sqrt{3} \cos 60^\circ \cdot \sin 90^\circ}{\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}.$$

2. Вычислите:

$$4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\sqrt{3}}.$$

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $\cos^2 x + 2$.

4. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{8}}{\left| \sin \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{8} \right|}.$$

1. Вычислите:

$$\frac{2\sqrt{3} \cos 60^\circ \cdot \sin 90^\circ}{\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}$$

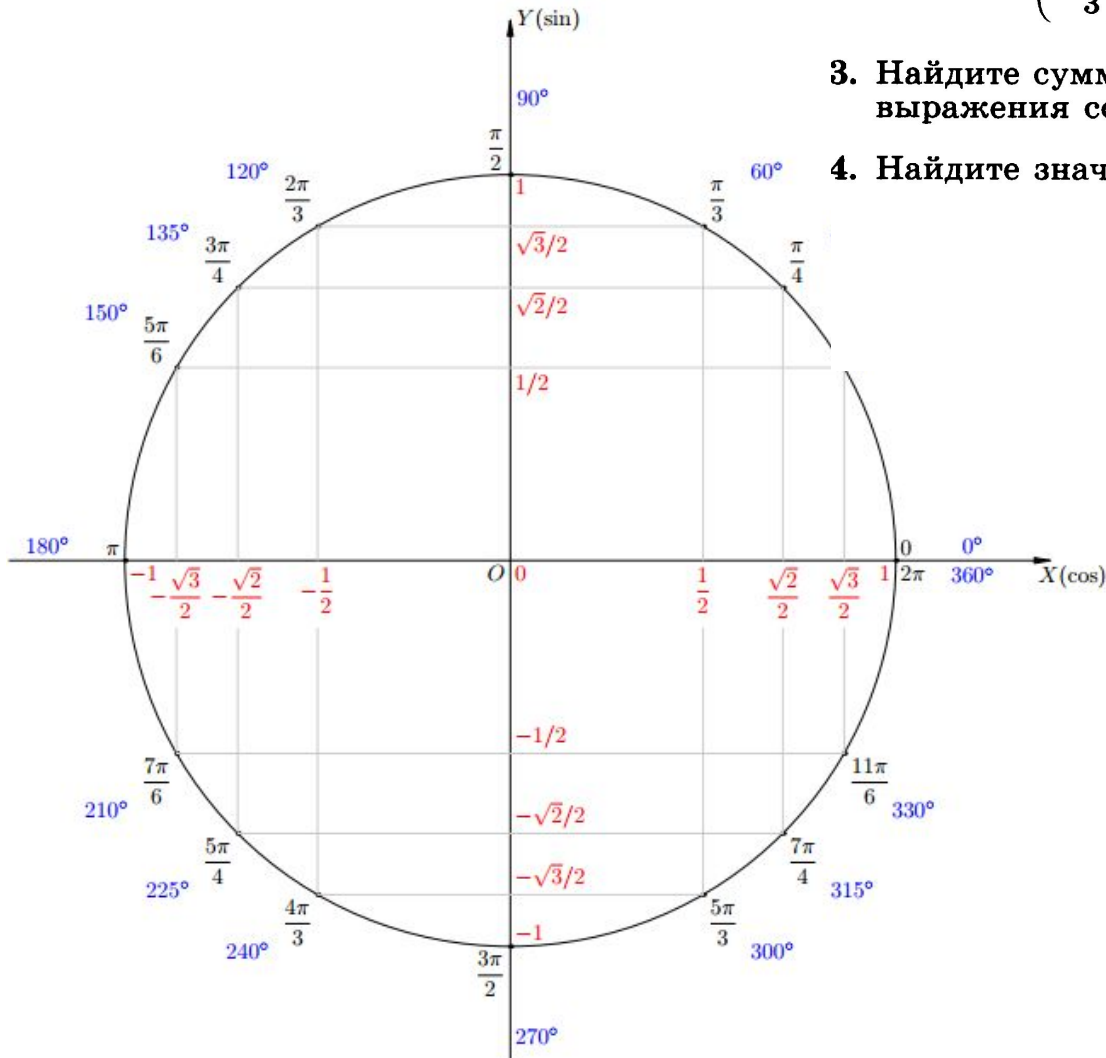
2. Вычислите:

$$4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\sqrt{3}}$$

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $\cos^2 x + 2$.

4. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{8}}{\left| \sin \frac{7\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{8} \right|}$$



№1

1

№2

- 4

№3

5

№4

- 1

1 вариант

1. Вычислите: $3 \cos 60^\circ - 2 \sin 30^\circ + \frac{6 \operatorname{tg} 60^\circ - 2 \operatorname{ctg} 30^\circ}{\sqrt{3}}$.

2. Вычислите: $6 \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3}\right) \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin \left(-\frac{\pi}{2}\right) - 5 \cos(-\pi)$.

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $4 + \sin^2 \alpha$.

4. Найдите значение выражения $\frac{\sin \frac{6\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{8}}{\left| \sin \frac{6\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{8} \right|}$.

2 вариант

1. Вычислите:

$$\sin(-30^\circ) + \cos(-60^\circ) - 3 \operatorname{tg}(-30^\circ) \operatorname{ctg}(-60^\circ).$$

2. Вычислите:

$$3 \cos \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}.$$

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $4 - \sin \alpha$.

4. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin \frac{7\pi}{6} \cdot \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}}{\left| \sin \frac{7\pi}{6} \cdot \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} \right|}.$$

- **1 вариант**

- | №1 | №2 | №3 | №4 |
|------------|-----------|-----------|-----------|
| 4,5 | 22 | 9 | 1 |

- **2 вариант**

- | №1 | №2 | №3 | №4 |
|------------|------------|-----------|-----------|
| - 1 | 2,5 | 8 | 1 |