

Тема урока:

**Сумма n первых членов
арифметической
прогрессии**

Цель урока:

ознакомление учащихся с выводом формул **суммы n первых членов арифметической прогрессии** и формирование умения применения формул при решении задач.

Задачи урока:

- *Учебная: познакомить учащихся с формулой суммы n -первых членов арифметической прогрессии, создать условия для формирования умений решать задачи на применение*
- *Воспитательная: воспитывать интерес к истории математики.*
- *Развивающая: развивать любознательность и вычислительные навыки.*

Немного из истории

Слово «прогрессия» латинского происхождения (progressio), буквально означает «движение вперед» (как и слово «прогресс») и встречается впервые у римского автора Боэция (V-VI вв.).

Правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии даётся в «Книге абака» (1202г.) Леонардо Фибоначчи.



Устный счет

Арифметическая прогрессия

Задания для устного счета
Упражнение 16

9 класс

Найдите разность арифметической
прогрессии

~~-122, 0, 103, 216, ...~~

Правильный ответ: ~~15~~

Заполните таблицу

(a_n) – арифметическая прогрессия

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
3	8	?	?	?	?	?	?

Заполните таблицу

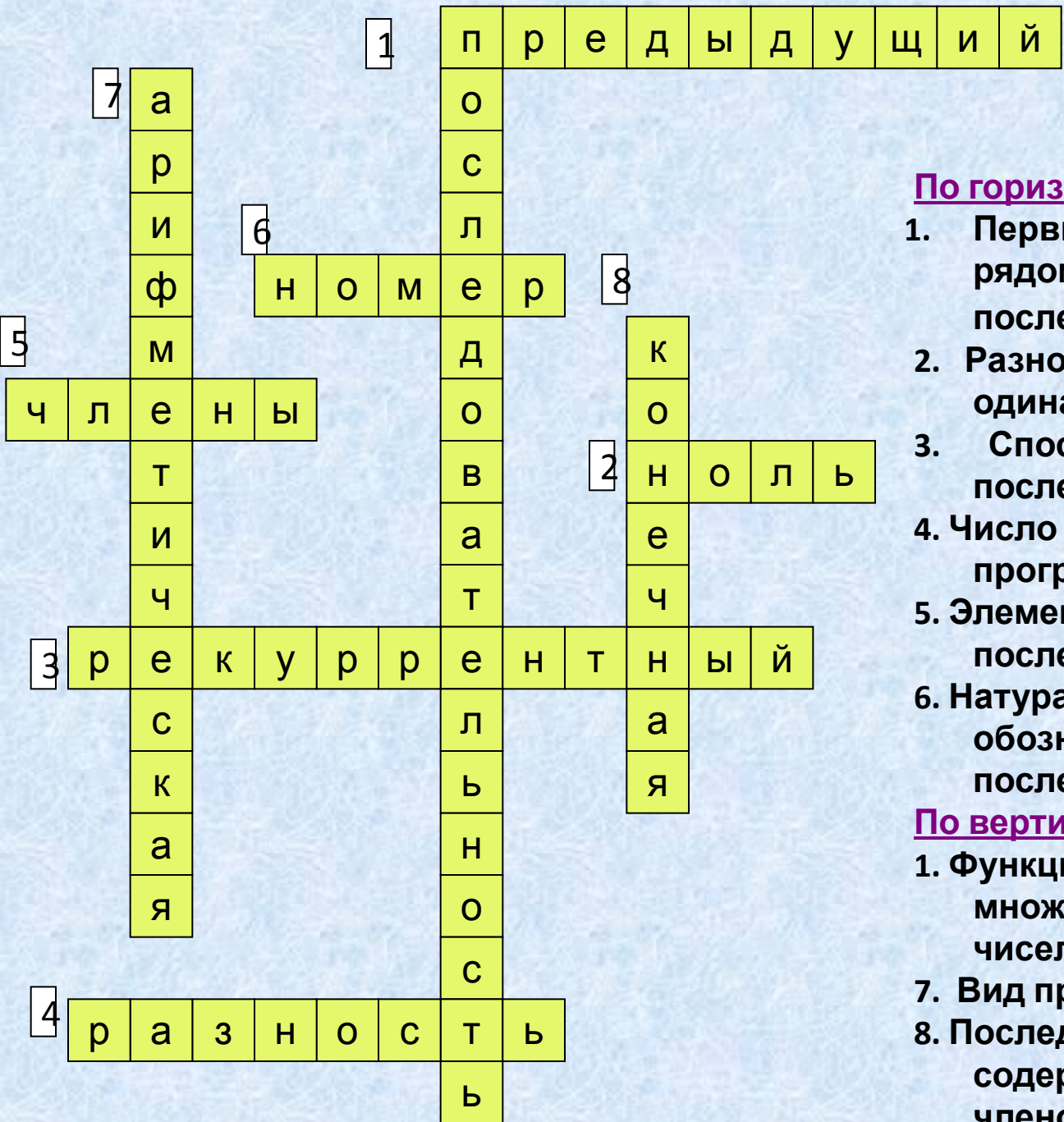
(a_n) – арифметическая прогрессия

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
?	?	12	8	?	?	?	?

Заполните таблицу

(a_n) – арифметическая прогрессия

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
?	2	?	14	?	?	?	?



По горизонтали

1. Первый из двух стоящих рядом членов последовательности
2. Разность последовательно одинаковых членов
3. Способ задания последовательности
4. Число в арифметической прогрессии
5. Элементы, из которых состоит последовательность
6. Натуральное число, обозначающее место члена в последовательности

По вертикали

1. Функция, заданная на множестве натуральных чисел
7. Вид прогрессии
8. Последовательность, содержащая конечное число членов

ИГРА «ЛОТО»

- *Выбирай правильный ответ и у тебя получится красивая картинка...*

Начинаем

1

2

3

4

5

6

1; 2; 4; 9; 16...

1; 11; 21; 31...

2; 4; 8; 16...



Из предложенных последовательностей выберите ту, которая может являться арифметической прогрессией.



2

3

4

5

6

20

25

30



Какое из этих чисел является шестым членом последовательности натуральных чисел, кратных 5



3

4

5

6

3

-1

5



*Чему равна разность арифметической прогрессии:
-2; 1; 4;*



4

5

6

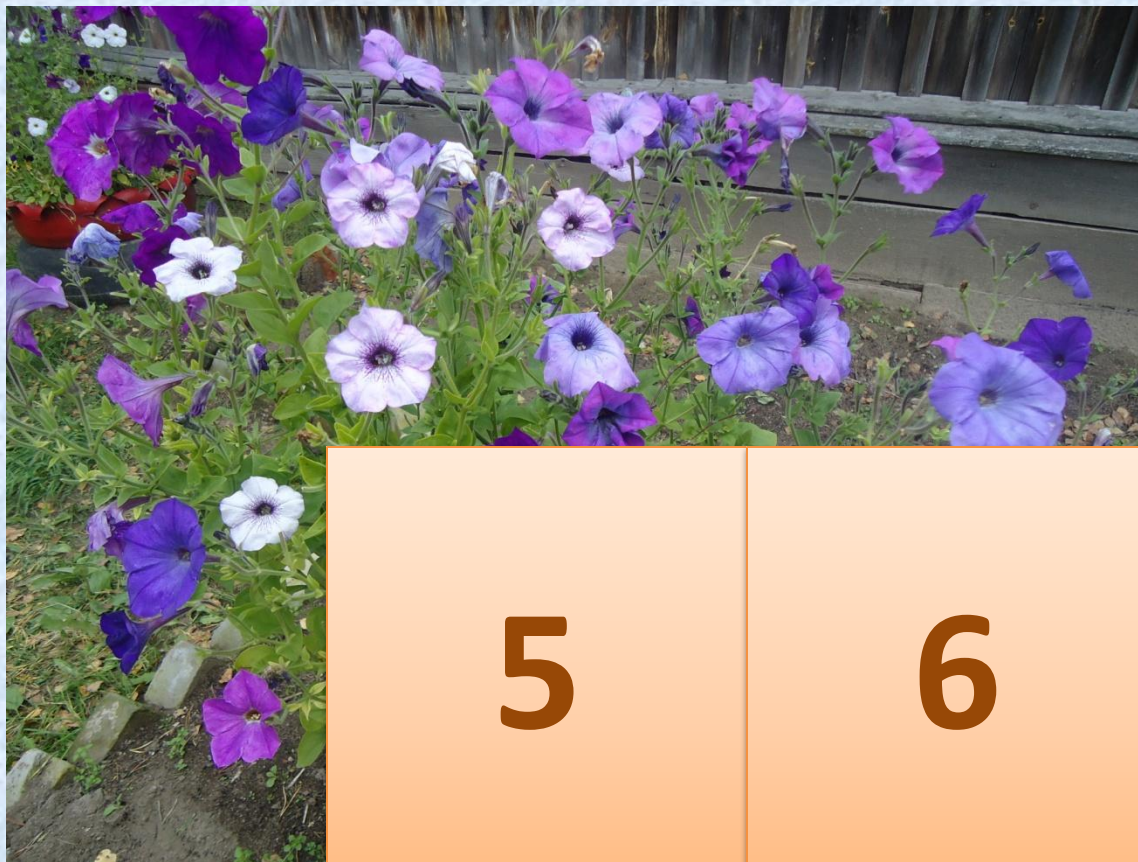
-4

16

18



Укажите n -ый член арифметической прогрессии, если $d=2$, $n=4$, $a_1=10$



47

36

56



Найдите восьмой член последовательности, заданной формулой $a_n = n \cdot (n-1)$



81

396

6

84



Найдите двадцать третий член арифметической прогрессии (a_n), если $a_1 = 15$ и $d = 3$.



Молодцы!

Из истории математики:

С формулой суммы n первых членов арифметической прогрессии был связан эпизод из жизни немецкого математика К. Ф. Гаусса (1777 – 1855).



Когда ему было 9 лет, учитель, занятый проверкой работ учеников других классов, задал на уроке следующую задачу:

«Сосчитать сумму натуральных чисел от 1 до 100 включительно: $1 + 2 + 3 + \dots + 100$.

Каково же было удивление учителя, когда один из учеников (это был Гаусс) через минуту воскликнул: «Я уже решил...»

Большинство учеников после долгих подсчетов получили неверный результат. В тетради Гаусса было написано одно число и притом верное.

*Как Гауссу удалось
так быстро
сосчитать сумму
такого большого
количества чисел?*

**Попытаемся найти
ответ на данный
вопрос.**

ЗАДАНИЕ

Задача очень непроста:

Как сделать, чтобы быстро

От единицы и до ста

Сложить в уме все числа?

Пять первых связок изучи,

Найдешь к решению ключи!

$$1 + 100 = 101$$

$$2 + 99 = 101$$

$$3 + 98 = 101$$

$$4 + 97 = 101$$

$$5 + 96 = 101$$

*Давным-давно сказал один мудрец
Что прежде надо
Связать начало и конец
У численного ряда.*



Вот схема рассуждений Гаусса.

Сумма чисел в каждой паре 101. Таких пар 50, поэтому искомая сумма равна

$$101 \times 50 = 5050.$$

Попытаемся понять как ему это удалось.
Выведем формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии.

Тема урока:

**Сумма n-первых членов
арифметической
прогрессии**

a_n) – арифметическая прогрессия.

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{n-1} + a_n,$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + \dots = a_2 + a_1$$

$$a_2 + a_{n-1} = (a_1 + d) + (a_n - d) = a_1 + a_n,$$

$$a_3 + a_{n-2} = (a_2 + d) + (a_{n-1} - d) = a_2 + a_{n-1} = a_1 + a_n,$$

$$a_4 + a_{n-3} = (a_3 + d) + (a_{n-2} - d) = a_3 + a_{n-2} = a_1 + a_n \text{ и т.д.}$$

$$2S_n = (a_1 + a_n)n.$$

$S_n = (a_1 + a_n)n : 2$ – **формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.**

$$S_n = (a_1 + a_n)n : 2, a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$S_n = (a_1 + a_1 + d(n-1))n : 2 = (2a_1 + d(n - 1))n : 2$$

$S_n = (2a_1 + d(n - 1))n : 2$ – **формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.**

Арифметическая прогрессия

Рекуррентная формула
арифметической прогрессии

$$a_n = a_{n-1} + d$$

Формула n -го члена
арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Характеристическое свойство
арифметической прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Формула суммы n первых членов
арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} * n$$

Тренировочные упражнения:

1. (a_n) – арифметическая прогрессия.

$a_1 = 6, a_5 = 26$. Найти S_5 .

Решение:

$$S_n = (a_1 + a_5) : 2 \times 5$$

**Теперь вычислим сумму пяти
первых членов**

арифметической прогрессии:

$$S_5 = (6 + 26) : 2 \times 5 = 80.$$

Ответ: 80.

**2. (a_n) – арифметическая
прогрессия.**

$a_1 = 12, d = -3$. Найти S_{16} .

Решение:

$$S_{16} = (a_1 + a_{16}) : 2 \times 16$$

Заметим, что в данной прогрессии не задан последний член этой суммы. Найдем 16 член прогрессии:

$$a_{16} = 12 + 15 \times (-3) = 12 + (-45) = -33$$

Теперь вычислим сумму: $S_{16} = (12 + (-33)) \times 16 : 2 = (-21) \times 8 = -168$. Ответ: -168.

При решении таких задач можно воспользоваться второй формулой

$$S_{16} = (2a_1 + d(n-1)) : 2 \times 16 = (2 \times 12 + 15 \times (-3)) : 2 \times 16 = -21 : 2 \times 16 = -168. \text{ Ответ: } -168.$$

Работа по учебнику.

Решить № 16.33 (в; г) с

комментированием на месте.

Решить № 16.35 (в; г) по
формуле (II):

Решить № 16.37 (в; г) на доске
и в тетрадях.

Работа по учебнику.

1. Решить № 16.33 (в; г) с комментированием на месте.

в) $S_{10} = -90$.

г) $S_{25} = 600$.

3. Решить № 16.35 (в; г) по формуле (II):

О т в е т: в) 2350; г) -6175.

4. Решить № 16.37 (в; г) на доске и в тетрадях.

в) $a_n = -2n + 8$; $a_1 = -2 \times 1 + 8 = 6$; $a_{30} = -2 \times 30 + 8 = -52$;

г) $a_n = -2,5n - 6$; $a_1 = -8,5$; $a_{30} = -2,5 \times 30 - 6 = -81$;

О т в е т: в) -690; г) -1342,5.

Самостоятельная работа:

Вариант 1.

1. Найдите сумму двадцати одного члена арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 15$ и $d = 3$.

2. Найдите сумму первых шестидесяти членов последовательности (b_n) , заданной формулой

$$b_n = 3n - 1.$$

Вариант 2.

1. Найдите сумму шестнадцати членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 70$ и $d = -3$.

2. Найдите сумму первых сорока членов последовательности (b_n) , заданной формулой

$$b_n = 4n - 2.$$

Домашнее задание

изучить по учебнику материал на с.
151–154 и записать в тетради
решение примеров 7 и 8; решить №
16.33 (а; б) – 16.35 (а; б); № 16.37 (а; б).

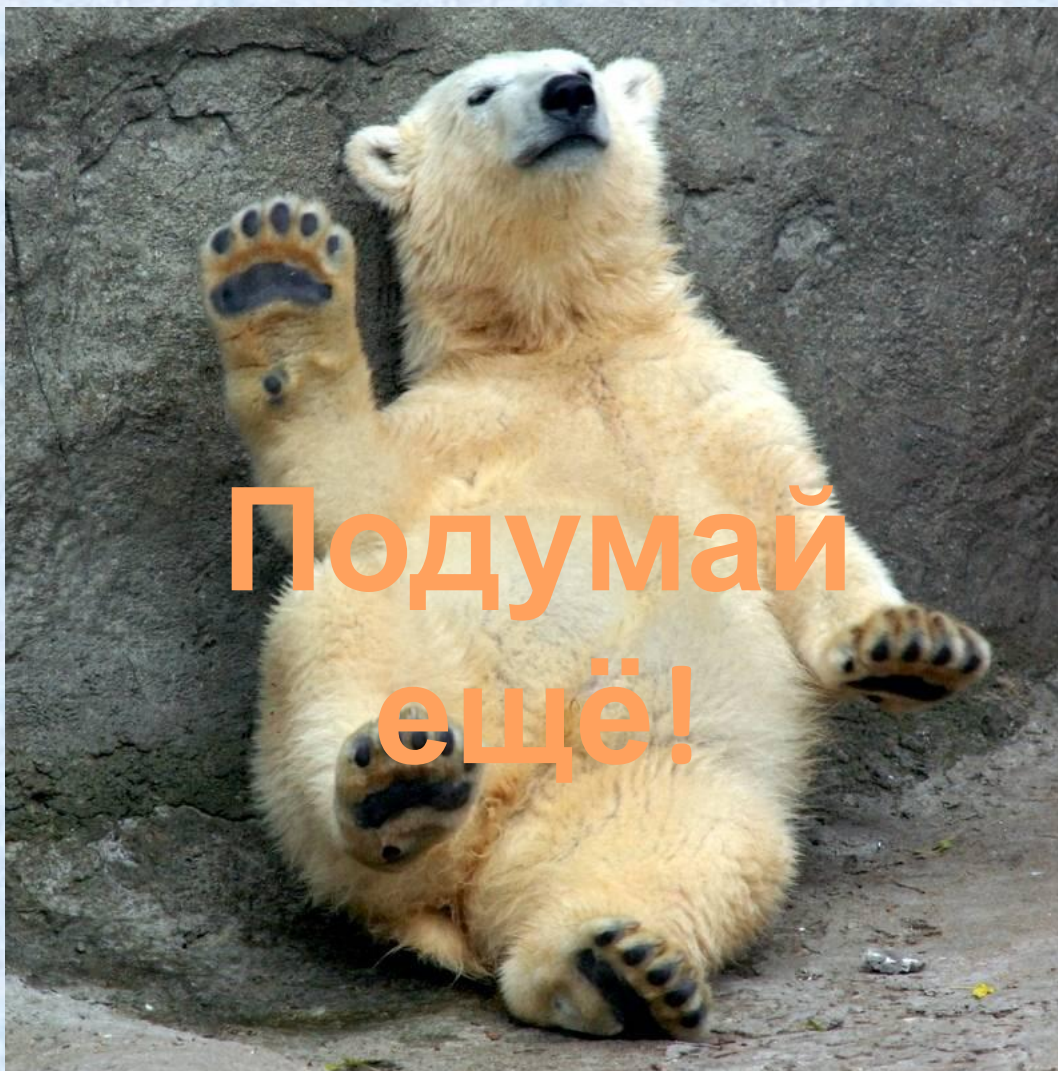
«Что есть больше всего на свете? - Пространство.

**Что быстрее всего на свете? -
Ум.**

Что мудрее всего? - Время.

**Что приятнее всего? – Достичь
желаемого»**

**СПАСИБО ЗА
УРОК!**



Подумай
ещё!